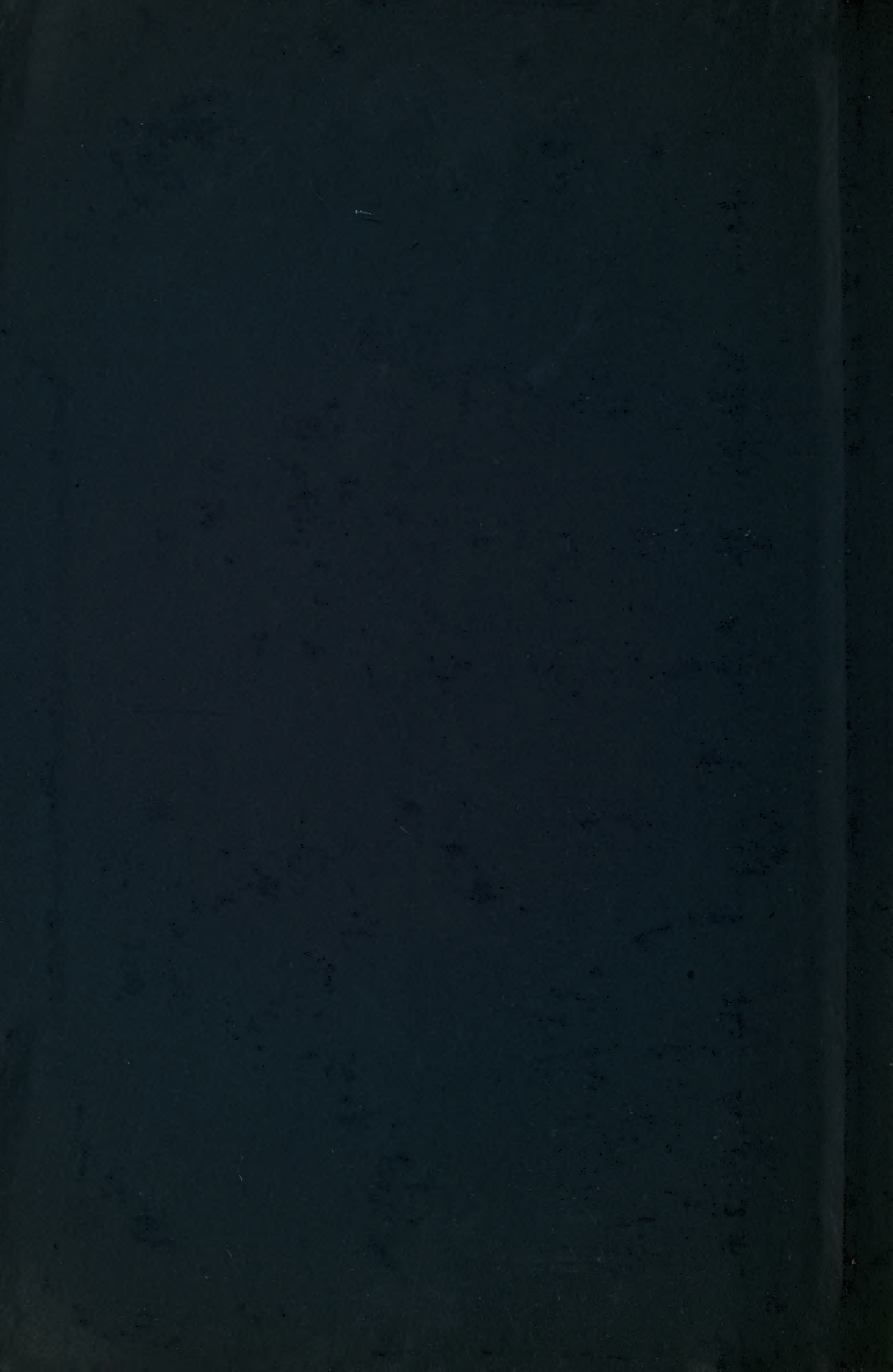
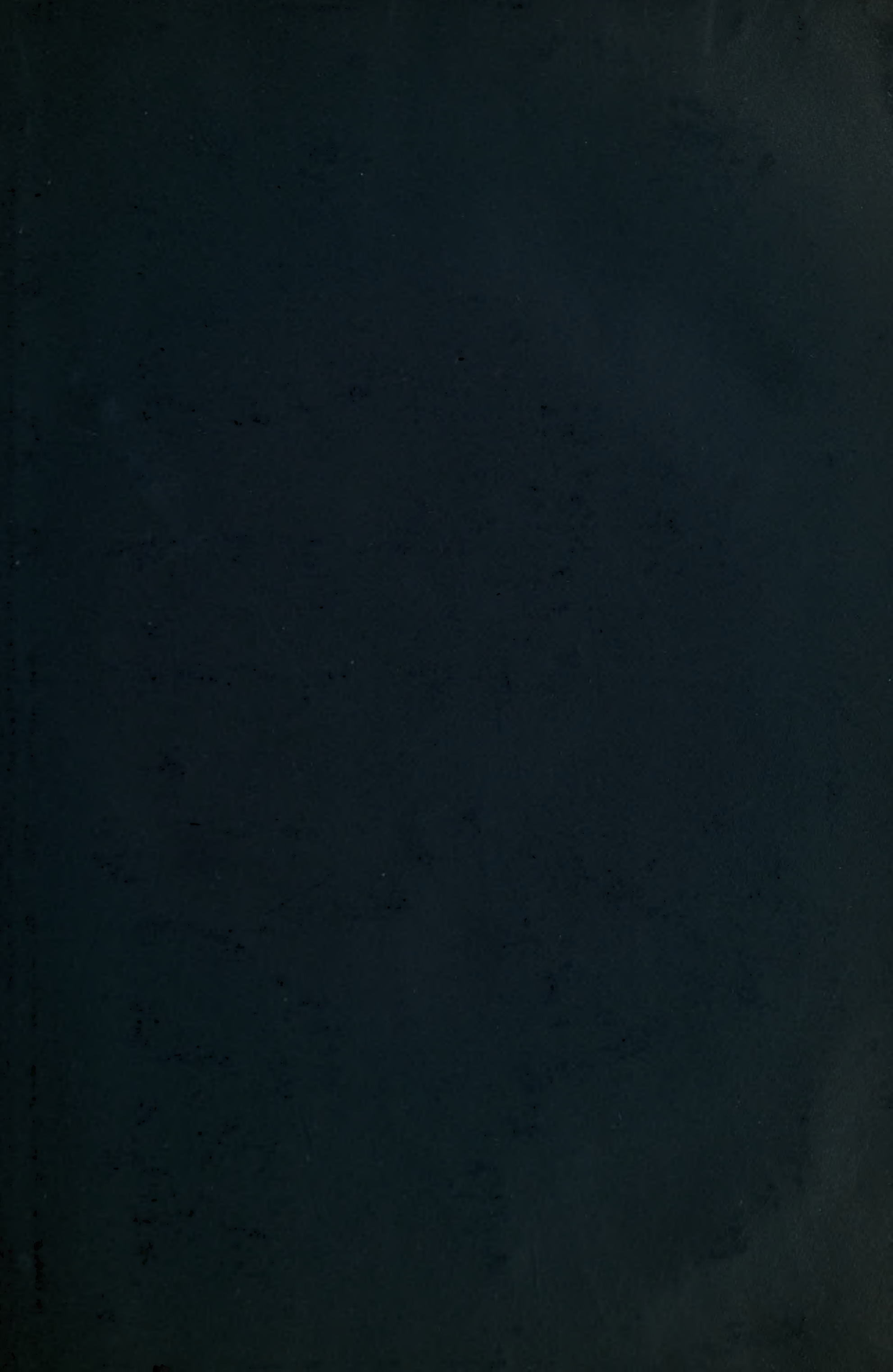

3 1761 07547323 1
UNIVERSITY
OF
TORONTO
LIBRARY







Anleitung

zur

Waldwertrechnung.

Mit einem Abriß der forstlichen Statik.

Von

Dr. Gustav Heyer,
[illegible]

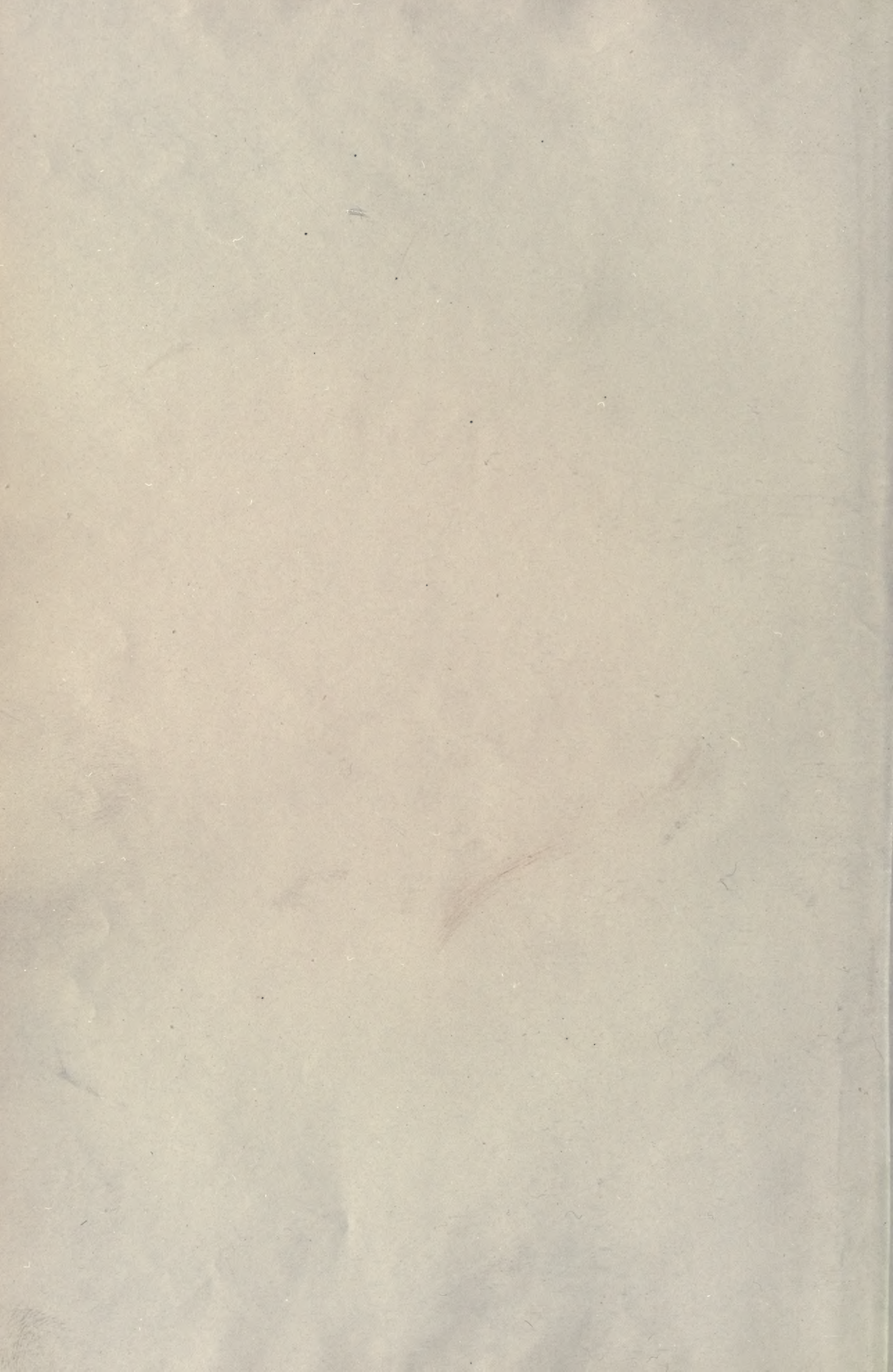
Vierte Auflage

[illegible]

von

Dr. Karl Wimmenauer,
[illegible]

Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
[illegible]



Anleitung
zur
Waldwertrechnung.

Mit einem Abriß der forstlichen Statik.

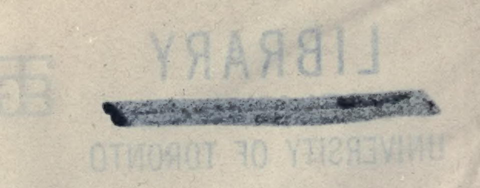
Von

Dr. Gustav Heyer, Heyer
weil. Geh. Regierungsrat und Professor der Forstwissenschaft an der Universität zu München.

Vierte Auflage,
in teilweise neuer Bearbeitung herausgegeben
von

Dr. Karl Wimmenauer,
o. ö. Professor der Forstwissenschaft an der Universität Gießen.

BTG
Leipzig,
Druck und Verlag von B. G. Teubner.
1892.



Vorwort zur ersten Auflage.

Die Waldwertrechnung ist — im Gegensatze zu andern Zweigen der Forstwissenschaft — mehr durch Monographien und Aufsätze in Zeitschriften, als durch Lehrbücher gefördert worden. Die vorliegende Schrift hat zum Zweck, das zerstreute Material zu sammeln, Lücken auszufüllen und das Ganze systematisch zu ordnen. Sie zerfällt in zwei Hauptteile. Der erste enthält die reine Waldwertrechnung, der andere die Anwendungen derselben auf Gegenstände der forstlichen Betriebslehre. Da dieser letztere Teil keinen Anspruch auf Vollständigkeit macht (diese wird er überhaupt nur in einem Werke finden können, welches die gesamte Betriebslehre umfaßt), so hat ihn der Verfasser als „Anhang" behandelt.

Seit einer Reihe von Jahren ist die Waldwertrechnung zur Lösung von Aufgaben aus der forstlichen Statik, insbesondere zur Ermittelung der vorteilhaftesten Umtriebszeit benutzt worden. Die gewonnenen Resultate haben sich bis jetzt einer allgemeinen Anerkennung noch nicht zu erfreuen gehabt. Während Einzelne ihren Standpunkt mit großer Entschiedenheit vertreten, zögert die Mehrzahl der Forstwirte, sich nach der einen oder der andern Seite hin zu entscheiden. Man fühlt die zwingende Beweiskraft der mathematischen Methode, aber man hat Bedenken, ob die Ökonomie das Ergebnis der Rechnung ausführbar erscheinen lasse. Dieses Dilemma ist es, welches einen Stillstand in die Behandlung der oben genannten Frage gebracht hat. Um sich ihm zu entwinden, wird man die ökonomischen Prinzipien, welche der Rechnung zu Grunde liegen, präzisieren, auf der andern Seite aber den Effekt berechnen müssen, welchen die Beobachtung gewisser ökonomischen Rücksichten im Gefolge hat. In dem I. Kapitel des „Anhangs" hat der Verfasser versucht, diesen Weg einzuschlagen. Es würde ihn freuen, wenn es ihm gelungen sein sollte, zur Aufklärung des Gegenstandes und zur Vermittelung der mitunter noch sehr schroff sich gegenüberstehenden Ansichten einiges beigetragen zu haben.

Obgleich ein Feind alles überflüssigen Formelkrams, hält es der Verfasser doch für zwecklos, mathematische Aufgaben unter Ausschluß der Mathematik zu behandeln, weil ohne diese ein entscheidendes Resultat nicht zu erzielen ist. Zudem setzt die vorliegende Schrift nur die Kenntnis der elementarsten Regeln der Arithmetik voraus. Mit jener sogenannten populären Darstellungsweise, welche darauf ausgeht, jeden, dem ein gründliches Studium unbequem ist, zum Mitsprechen befähigen zu wollen, durch welche aber nur die Oberflächlichkeit groß gezogen und der wissenschaftliche Fortschritt gelähmt wird, hat der Verfasser sich nie zu befreunden vermocht. Er hat daher von der Mathematik überall da Gebrauch gemacht, wo dieselbe notwendig erschien. Die zahlreichen, der Praxis entnommenen Rechnungsbeispiele, durch welche die einzelnen Lehrsätze der Waldwertrechnung erläutert worden sind, werden übrigens den Beweis liefern, daß die Entwickelung mathematischer Ausdrücke dem Verfasser nur Mittel zum Zweck war. Möchten jene Beispiele den Anfänger zugleich davon überzeugen, daß der praktische Forstwirt die Waldwertrechnung ebensowenig entbehren kann, wie die Lehren des Waldbaues, der Waldpflege, Waldbenutzung ꝛc., welchen jene Disziplin wohl an Alter, nicht aber an Wichtigkeit nachsteht.

Gießen, Ostern 1865.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Bei der Bearbeitung der ersten Auflage dieser Schrift, welche im Jahre 1865 erschien, hatte der Verfasser sich die Aufgabe gestellt, das in der Litteratur zerstreute Material über Waldwertrechnung zu sammeln, Lücken auszufüllen und das Ganze systematisch zu ordnen. Seitdem war er bemüht, das begonnene Werk nach den angedeuteten Richtungen hin immer mehr zu vervollkommnen.

Was zunächst die Sammlung des in der Litteratur niedergelegten Materials anlangt, so erhielt der Verfasser bei dem wiederholten Studium der einschlägigen Schriften zwar in Bezug auf die Verfahren der Waldwertrechnung nur eine sehr geringe Ausbeute, und überzeugte er sich, daß er nach dieser Richtung die ihm erreichbaren Quellen schon früher nahezu erschöpft habe. Dagegen fand sich unter den geschichtlichen Notizen der ersten Auflage manches, was einer Ergänzung und Berichtigung bedurfte. So z. B. ergaben die Forschungen des Verfassers, daß die Entwickelung der Theorie des Boden-Erwartungswertes und des Bestands-Kostenwertes viel weiter zurückreicht, als er, und mit ihm mancher andere, seither angenommen hatte*). — Eine über den bloßen Kalkul hinausgehende Benutzung der Litteratur, etwa durch Aufnahme statistischer Angaben oder durch Erörterung von Fragen der Agrargesetzgebung, welche vor der Lösung gewisser Aufgaben der Waldwertrechnung zu erledigen sind, erachtete der Verfasser nicht für rätlich, weil sie ihm mit dem Charakter seines Buches als einer „Anleitung" nicht vereinbar zu sein schien.

In Betreff der Ausfüllung von Lücken verweist der Verfasser auf die Zusätze, welche die Kapitel über Bestands- und Waldwertsberechnung und die mit denselben in Verbindung stehenden Teile des „Anhangs" erfahren haben. Diese Zusätze beziehen sich auf die Berechnung des Wertes abnormer sowie solcher Bestände, deren Boden zu einer einträglicheren Benutzungsart verwendbar ist. Als der Verfasser

*) Der Verfasser erlaubt sich, hierauf noch besonders aufmerksam zu machen, weil er gefunden hat, daß die geschichtlichen Notizen der ersten Auflage in andere Schriften übergegangen sind.

die erste Auflage dieser Schrift bearbeitete, meinte er seiner Aufgabe schon Genüge zu leisten, wenn er nur erst einmal die Grundzüge der Waldwertrechnung und zwar mit vorzugsweiser Rücksicht auf normale Bestandsverhältnisse feststellte*). Inzwischen gaben die zu Tage getretenen Bedürfnisse der Praxis, wie nicht minder die Fortschritte der forstlichen Statik**) Veranlassung, die Lehre von der Bestandswertsberechnung durch Einreihung des vorerwähnten Themas zu erweitern.

Hinsichtlich der systematischen Anordnung des Stoffes weicht die zweite Auflage dieser Schrift von der ersten in so fern ab, als das Kapitel „Wahl der Zinsenberechnungsart" und der Abschnitt „Entwicklung der Formeln der Zinseszinsrechnung" aus dem Texte in die Noten verwiesen wurden. Diese beiden Änderungen bedürfen wohl kaum einer Rechtfertigung. Für die gemischte Zinsrechnung, deren Erfindung man nur als eine Verirrung bezeichnen kann, ist in neuerer Zeit niemand mehr aufgetreten; sie darf daher nur noch in historischer Beziehung ein Interesse beanspruchen, und diesem wird in der That hinlänglich Rechnung getragen, wenn man den fr. Gegenstand überhaupt nicht mit Stillschweigen übergeht. Was die Zinseszinsrechnung anlangt, so wird dem Bedürfnisse der meisten Leser eine Übersicht der gebräuchlichsten Formeln genügen, die deshalb in dem „Vorbereitenden Teile" belassen wurde. Denjenigen Lesern aber, welche bei der Entwickelung der einen oder der anderen Formel auf Schwierigkeiten stoßen sollten, bietet die in den Noten enthaltene Anleitung immerhin Gelegenheit, sich Rat zu holen.

Das Kapitel „Zur forstlichen Statik" hat der Verfasser in Anbetracht dessen, daß die nämliche Materie von ihm mittlerweile in einer besonderen Schrift behandelt worden ist, ganz ausfallen lassen.

Schließlich sei noch bemerkt, daß sämtliche Beispiele der neuen Auflage auf Hektar und Mark gestellt sind.

Münden, im Februar 1876.

---

*) Daß der Verfasser übrigens auch damals schon die Wertsverhältnisse abnormer Bestände nicht gänzlich unbeachtet gelassen hat, kann aus Seite 149 der ersten Auflage entnommen werden.

**) Siehe den von dem Verfasser in der Allgemeinen Forst- und Jagd-Zeitung von 1871, S. 104 veröffentlichten Artikel: Ueber die Bestimmung der einträglichsten Abtriebszeit abnormer Bestände.

Vorwort zur dritten Auflage.

Auch diese neue Auflage enthält viele Verbesserungen und Erweiterungen. Insbesondere wurde in dieselbe der Abriß der forstlichen Statik wieder aufgenommen, welcher in der II. Auflage ausgefallen war. Da nämlich die von dem Verfasser im Jahre 1871 herausgegebene I. Abteilung eines Handbuchs der forstlichen Statik vergriffen ist und die Vollendung der zweiten Auflage wegen der ausführlicheren Bearbeitung einzelner Teile, namentlich der sog. Dogmengeschichte und der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung, sich noch einige Zeit hinausschieben wird, so hat der Verfasser, zugleich einem mehrseitig geäußerten Wunsche entsprechend, der neuen Auflage der Waldwertrechnung die Statik innerhalb des Rahmens, welchen sie in der I. Auflage einnahm, also ohne die Dogmengeschichte und die Noten, wieder einverleibt. Dieser Abriß der forstlichen Statik möge einstweilen auch als Ersatz für die I. Abteilung des Handbuchs dienen, deren Erneuerung übrigens der Verfasser nach Kräften beschleunigen wird.

Den Zahlenbeispielen der I. und II. Auflage hatte der Verfasser eine Geldertragstafel von Burckhardt zu Grunde gelegt. Mittlerweile sind auf Veranlassung des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten Holzertragstafeln entworfen worden, welche einen von den Burckhardtschen Tafeln abweichenden Zuwachsgang zeigen. Da Burckhardt weder das Material, welches er zur Aufstellung seiner Tafeln benutzte, noch die Art der Konstruktion angegeben hat, so hielt es der Verfasser für geboten, von jenen Tafeln wenigstens je eine für Buche, Fichte und Kiefer zum Gebrauche bei praktischen Waldwertrechnungen beizufügen; er selbst hat sie zur Berechnung der Zahlenbeispiele in dem Kapitel „Wahl der Holzart" benutzt. Für die übrigen Beispiele, welche lediglich zur Erläuterung des Rechnungsverfahrens dienen sollen, hat er dagegen die Burckhardtschen Tafeln auch jetzt wieder zu Grunde gelegt. Die Beibehaltung der nämlichen Zahlenbeispiele mit den nämlichen Ertrags- und Kostenansätzen bot den Vorteil größerer Sicherheit der Rechnung, weil bei deren Wiederholung die zum Vorschein gekommenen Fehler ausgemerzt werden konnten.

München, im Juni 1883.

Der Verfasser.

Vorwort zur vierten Auflage.

Bei der Bearbeitung dieser neuen Auflage, welche ich auf Wunsch der Familie des Verfassers, meines hochverehrten Lehrers, sowie der Verlagsbuchhandlung übernommen habe, war für mich der Gedanke leitend, daß einem Buche von der Bedeutung der Heyerschen Waldwertrechnung der ursprüngliche Charakter möglichst zu erhalten sei und daß Änderungen nur da angebracht werden sollten, wo dieselben nach dem neueren Stande der Wissenschaft unumgänglich notwendig schienen. Bei der Vornahme solcher Änderungen aber habe ich mich in erster Linie auf den Standpunkt des ausübenden Forstwirts gestellt und mich bemüht, den Bedürfnissen des letzteren in Bezug auf die Anwendung der dargebotenen wissenschaftlichen Lehren nach Möglichkeit gerecht zu werden.

Demgemäß sind diejenigen Abschnitte, welche die Rechnungsmethoden zur Darstellung bringen, sowie die wertvollen geschichtlichen Ausführungen Heyers großenteils unverändert geblieben oder nur hier und da durch einzelne Zusätze erweitert worden. Dies gilt im wesentlichen auch von den „Methoden der Rentabilitätsrechnung", obwohl gegen den eigentümlichen Heyerschen Dualismus — die konsequent durchgeführte Gegenüberstellung des „Unternehmergewinns" und der „Verzinsung des Produktionsaufwandes" — vielleicht mit Grund manche Einwendungen erhoben werden können. Diesen suchte ich dadurch zu begegnen, daß ich den inneren Zusammenhang beider Methoden weiter verfolgte und insbesondere — dem Vorgange Wageners und Lehrs folgend — an der Stelle des „Boden-Erwartungswertes" den „Wald-Erwartungswert" als maßgebend für alle wirtschaftlichen Erwägungen in den Vordergrund schob. Denn der erstere ist ja gewissermaßen nur ein spezieller Fall des letzteren.

Tiefer eingreifende Umgestaltungen haben diejenigen Abschnitte erfahren, welche von den Anwendungen der Theorie auf die Fragen des praktischen Lebens handeln. So wurde im „Vorbereitenden

Teile" unter Kapitel I ein kleiner neuer Abschnitt IV „Kapital und Rente" eingeschoben und das IV. Kapitel „Veranschlagung und Verrechnung der Einnahmen und Ausgaben" ganz umgearbeitet. Im „Angewandten Teile" ist namentlich die Anwendung der Formeln auf solche Betriebsarten, welche den „Lichtungszuwachs" auszunutzen suchen, sowie die Ermittelung des „Holzvorratswertes" in erweitertem Umfang vorgetragen. Unter den im ersten Kapitel des „Anhangs" besprochenen „besonderen Fällen der Waldwertrechnung" ist es hauptsächlich die „Berechnung der Vergütung für den Abtrieb einzelner Bäume", welche im Anschluß an die neuere Litteratur wesentliche Änderungen erfahren hat. Am weitesten aber bin ich in dieser Beziehung beim II. Abschnitt des zweiten Kapitels „Behandlung einiger Aufgaben der forstlichen Rentabilitätsrechnung" gegangen. Denn die schon erwähnte, eigentümlich dualistische Darstellungsweise G. Heyers, welche im ersten Abschnitt bei der Entwickelung der Methoden interessante Aufschlüsse über die Theorie der Rechnung gewährt, schien mir hier, den Fragen der Praxis gegenüber, nicht am Platze zu sein; weil die letztere nach jenen beiden Methoden thatsächlich nicht rechnet und nicht rechnen kann; sich vielmehr lediglich zweier abgeleiteter Rechnungsarten bedient: entweder des „Wald-Erwartungswertes" oder des „Weiserprozents" bezw. eines dem letzteren verwandten Näherungs-Verfahrens.

Von den „Noten" habe ich die beiden ersten — Wahl der Zinsenberechnungsart und Entwickelung der Zinseszins-Formeln — in etwas kürzerer Fassung beibehalten, Note 3 und 4 dagegen gestrichen. Die letztere — „Einige Ansätze über Produktionskosten der Waldwirtschaft" — schien mir überflüssig, weil solche Kostensätze teils durch den weitverbreiteten „Forst- und Jagdkalender" allgemein zugänglich sind, teils in gedrängter Form sich dem „Vorbereitenden Teile", Kapitel IV, einflechten ließen. An Stelle der Note 4 — Massen- und Geldertragstafeln — sind die Anlagen E bis L getreten, welche eine Reihe neuerer Aufstellungen ähnlichen Inhalts nebst den zugehörigen Berechnungen des jährlichen Waldreinertrags und des Boden-Erwartungswertes enthalten und hauptsächlich als Belege für die Ausführungen im zweiten Abschnitt der „Statik" dienen sollen; während für die übrigen Zahlenbeispiele aus dem auf Seite VII angegebenen Grunde die alte Burckhardtsche Kiefern-Ertragstafel nebst ihren Beilagen, Anlage A bis D, beibehalten worden ist. Den Schluß des Werkes bilden wie seither die drei Zinseszins-Tafeln.

Was nun endlich die bekannten Streitfragen auf dem Gebiete der forstlichen Statik anbelangt, so habe ich mir, auch hierin dem

Vorbilde Heyers folgend, eine rein sachliche Behandlung derselben angelegen sein lassen. Ein Lehrbuch soll meines Erachtens keine Streitschrift sein; vielmehr in der Hauptsache sich auf den Vortrag desjenigen beschränken, was der Verfasser als richtig erkannt hat; gegnerische Ansichten aber, wo deren Berührung notwendig erscheint, ohne jede persönliche Beziehung zur Sprache bringen und zu widerlegen suchen. Wenn Andere diese Beschränkung sich bekanntlich nicht auferlegt haben, so konnte dies für mich kein Grund sein, Gleiches mit Gleichem zu vergelten.

Gießen, im Januar 1892.

Dr. **Wimmenauer.**

Inhalt.

Einleitung.

Seite

Begriff, Einteilung und Litteratur der Waldwertrechnung . . 1

I. Vorbereitender Teil.

I. **Kapitel. Allgemeines über die Bestimmung des Güterwertes** . . . 3
- I. **Begriff von Gut und Wert** . . . 3
- II. **Arten des Wertes** . . . 3
  - 1) Gebrauchs- und Tauschwert . . . 3
    - A. Gebrauchswert . . . 3
    - B. Tauschwert . . . 3
  - 2) Gattungswert und konkreter Wert . . . 3
- III. **Begriff von Preis** . . . 4
- IV. **Kapital und Rente** . . . 4
  - 1) Kapital . . . 4
    - A. Grund und Boden . . . 5
    - B. Gebäude, Betriebs- und Transportanstalten . . . 5
    - C. Der stockende Holzvorrat . . . 5
    - D. Aufwendungen an Geld und Naturalien . . . 6
  - 2) Rente . . . 7
    - A. Waldrente . . . 7
    - B. Bodenrente . . . 7
    - C. Vorratsrente . . . 8
- V. **Methoden der Wertbestimmung** . . . 8
  - 1) Erwartungswert . . . 8
  - 2) Kostenwert . . . 9
  - 3) Verkaufswert . . . 9
  - 4) Rentierungswert . . . 9

II. **Kapitel. Wahl des Zinsfußes** . . . 10
- I. **Begriff von Zinsfuß und Prozent** . . . 10
- II. **Allgemeines über die Höhe des forstlichen Zinsfußes** . . . 11
  - 1) Für Waldwertrechnungen ist ein geringerer Zinsfuß anzuwenden, als derjenige, zu welchem Geldkapitalien ausgeliehen zu werden pflegen . . . 11
  - 2) Der forstliche Zinsfuß ist keine konstante Größe . . . 14
- III. **Bestimmung des forstlichen Zinsfußes** . . . 15
  - 1) Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach dem sogenannten landesüblichen Zinsfuß . . . 15

Seite
2) Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach demjenigen der Landwirtschaft . . . 16
3) Bestimmung des Zinsfußes auf Grundlage forststatistischen Materials . . . 17
a) Herleitung des forstlichen Zinsfußes aus Boden-Verkaufswert und -Erwartungswert . . . 17
b) Herleitung des Zinsfußes aus Bestands-Kostenwert und -Erwartungswert . . . 19
c) Herleitung des Zinsfußes aus Waldrente (Waldreinertrag) und Waldwert. (Jährlicher Betrieb) . . . 20

III. **Kapitel. Die Zinseszinsrechnung** . . . 24

Erster Abschnitt. Zusammenstellung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung.

I. **Prolongierung oder Bestimmung des Nachwertes** . . . 24
II. **Diskontierung oder Bestimmung des Vorwertes** . . . 25
III. **Rentenrechnung** . . . 25
1) Summierung von Renten . . . 25
A. Summierung der Nachwerte von Renten . . . 25
a) Aussetzende Renten . . . 25
b) Jährliche Renten . . . 25
B. Summierung der Vorwerte von Renten . . . 26
a) Zeitrenten . . . 26
α) Aussetzende Renten . . . 26
β) Jährliche Renten . . . 26
b) Immerwährende Renten . . . 27
2) Verwandlung einer aussetzenden Rente in eine jährliche Rente 28

Zweiter Abschnitt. Faktorentafeln für die Zinseszinsrechnung 29

IV. **Kapitel. Veranschlagung und Verrechnung der Einnahmen und Ausgaben** . . . 32
I. **Einnahmen** . . . 32
1) Naturalerträge . . . 32
A. Hauptnutzung, insbesondere Veranschlagung derselben . . . 32
a) auf Grund besonderer Holzmassenaufnahme . . . 34
b) mit Hilfe von Ertragstafeln . . . 34
c) nach örtlichen Durchschnittssätzen . . . 39
d) nach dem Zuwachsprozent . . . 39
B. Nebennutzungen . . . 42
2) Preise der Forstprodukte . . . 43
A. Bestimmung derselben für die Gegenwart oder nächste Zukunft 43
B. Veranschlagung der Preise auf längere Zeiträume hinaus . 46
a) Allgemeine Preis-Veränderungen bei den Forstprodukten 47
b) Rückgang des Geldwertes . . . 50
c) Örtliche Preisverschiebungen . . . 50
3) Gelderträge . . . 51
II. **Ausgaben** . . . 52
1) Erntekosten . . . 53
2) Kulturkosten . . . 53
3) Wegebau-Kosten . . . 53
4) Ausgaben für Betriebsanlagen, Vermessung und Einrichtung . 53
5) Ausgaben für Verwaltung, Schutz, Steuern rc. . . . 53

II. Angewandter Teil.

Seite
I. Kapitel. Ermittelung des Bodenwertes 56
I. Methoden der Wertsermittelung 56
II. Boden-Erwartungswert. 57
1) Begriff 57
2) Verfahren zur Ermittelung des Boden-Erwartungswertes . . 57
A. Berechnung der Jetztwerte der Einnahmen 57
a) Haubarkeitsnutzung 57
b) Zwischennutzungen 59
c) Nebennutzungen 60
B. Berechnung der Jetztwerte der Ausgaben 60
a) Kulturkosten 60
b) Jährliche Kosten 60
c) Ernte- und Gelderhebungskosten 61
C. Formel für den Boden-Erwartungswert 61
3) Allgemeines über die Größe des Boden-Erwartungswertes. . 65
A. Umstände, von welchen die Größe des Boden-Erwartungswertes abhängt 65
a) Umtriebszeit 66
b) Zinsfuß 67
c) Zeit des Eingangs der Zwischen- und Nebennutzungen . 68
d) Zeit der Verausgabung der Produktionskosten 68
B. Eintritt des Maximums des Boden-Erwartungswertes . . 68
4) Würdigung der Methode des Boden-Erwartungswertes . . . 69
Zur Geschichte der Theorie des Boden-Erwartungswertes . . 71
III. Boden-Kostenwert 76
1) Begriff 76
2) Würdigung dieser Methode der Wertsermittelung 76
IV. Boden-Verkaufswert 77
1) Begriff 77
2) Würdigung dieser Methode der Wertsermittelung 77

II. Kapitel. Ermittelung des Bestandswertes. 80
I. Methoden der Wertsermittelung 80
II. Ermittelung des Wertes ganzer Bestände 81
1) Bestands-Erwartungswert 81
A. Begriff 81
B. Verfahren zur Bestimmung des Erwartungswertes eines Bestandes 81
a) Berechnung des Jetztwertes der zu erwartenden Einnahmen 81
α) Haubarkeitsnutzung. 81
β) Zwischen- und Nebennutzungen 81
b) Berechnung des Jetztwertes der Produktionskosten . . . 82
α) Jährliche Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern 82
β) Bodenrente 82
c) Formel für den Bestands-Erwartungswert 82
Anmerkung. Die Formel des Bestands-Erwartungswertes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes . 84
C. Allgemeines über die Größe des Bestands-Erwartungswertes. Letzterer hängt ab
a) Von der Größe der Einnahmen und Ausgaben 84
b) Von der Länge der Umtriebszeit 85
α) Normale Bestände 85
β) Abnorme Bestände 87

Seite

c) Von dem Bestandsalter 88
α) Im allgemeinen 88
β) Bestands-Erwartungswert zu Ende der Umtriebszeit 88
γ) Bestands-Erwartungswert zu Anfang der Umtriebszeit 89
d) Von der Höhe des Zinsfußes 89
Zur Geschichte der Theorie des Bestands-Erwartungswertes 89
2) Bestands-Kostenwert 92
A. Begriff 92
B. Verfahren zur Bestimmung des Bestands-Kostenwertes . . 92
a) Berechnung der Ausgaben 92
α) Zinsen und Zinseszinsen des Boden-Kapitalwertes . 92
β) Nachwert der jährlichen Kosten 92
γ) Nachwert der Kulturkosten 93
b) Berechnung der Einnahmen 93
c) Formel für den Bestands-Kostenwert 93
Anmerkung. Die Formel des Bestands-Kostenwertes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes 94
C. Allgemeines über die Größe des Bestands-Kostenwertes. Letzterer hängt ab
a) Von der Größe der Einnahmen und Ausgaben . . . 94
b) Von dem Bestandsalter 95
α) Bestands-Kostenwert zu Anfang der Umtriebszeit. . 95
β) Bestands-Kostenwert zu Ende der Umtriebszeit . . 95
c) Von der Höhe des Zinsfußes 96
Zur Geschichte der Theorie des Bestands-Kostenwertes 96
3) Bestands-Verkaufswert 97
A. Begriff 97
a) Erzeugungswert 97
b) Verbrauchswert 98
B. Allgemeines über die Größe des Bestands-Verbrauchswertes 98
4) Gegenseitiges Verhältnis zwischen dem Erwartungs-, Kosten- und Verbrauchswerte normaler Bestände. 98
A. Verhältnis zwischen dem Bestands-Erwartungs- und Bestands-Kostenwerte 98
B. Verhältnis zwischen dem Bestands-Erwartungs- und dem Bestands-Kostenwerte einerseits und dem Bestands-Verbrauchswerte anderseits 99
C. Anwendbarkeit der Bestands-Verbrauchswerte 104
III. **Wert einzelner Bäume**. 104
1) Durchschnittlicher Wert. 104
2) Konkreter Wert 105
IV. **Wert der Einheit des Raummaßes** 106
V. **Wert eines ein- oder mehrjährigen Zuwachses** 107
1) Für einen Bodenwert von beliebiger Größe. 107
a) Erwartungswert des x jährigen Zuwachses 107
b) Kostenwert des x jährigen Zuwachses 108
2) Für den Boden-Erwartungswert 108
VI. **Wert der Bestände einer normalen Altersstufenfolge (Wert des normalen Vorrates)** 108
1) Zeitpunkt für die Berechnung des normalen Vorrates . . . 109
2) Erwartungswert des normalen Vorrates 109
A. Ermittelung des Erwartungswertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwertes . . 109

Seite

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse 109
b) Für die Flächeneinheit 110
B. Ermittelung des Erwartungswertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes . . 111
3) Kostenwert des normalen Vorrates 112
A. Ermittelung des Kostenwertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwertes 112
a) Für die Fläche einer Betriebsklasse 112
b) Für die Flächeneinheit 113
B. Ermittelung des Kostenwertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes 113
4) Rentierungswert des normalen Vorrates 113
Anhang. Andere Methoden zur Ermittelung des Wertes des normalen Vorrates 114
Verhältnis zwischen Vorrats- und Bodenwert 119

III. Kapitel. **Ermittelung des Waldwertes** 120
I. **Methoden der Wertsermittelung** 120
II. **Wald-Erwartungswert** 120
1) Berechnung des Waldwertes unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes die Waldwirtschaft mit Beibehaltung der vorhandenen Holz- und Betriebsart weiter geführt werden soll 120
A. Wald-Erwartungswert von Wäldern mit normalem Holzbestand 120
a) Zusammensetzung des Wald-Erwartungswertes aus dem Bodenwerte und dem Bestands-Erwartungswerte . . . 120
b) Direkte Herleitung des Wald-Erwartungswertes aus den in Aussicht stehenden Einnahmen und Ausgaben . 121
B. Wald-Erwartungswert von Wäldern mit abnormem Holzbestand 123
2) Berechnung des Wald-Erwartungswertes, unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes eine andere Holzart oder eine andere Boden-Benutzungsart eingeführt werden soll 123
III. **Wald-Kostenwert** 124
1) Zusammensetzung des Wald-Kostenwertes aus dem Bodenwerte und dem Bestandswerte 124
a) Für einen beliebigen Bodenwert 124
b) Bei Unterstellung des Boden-Erwartungswertes und für normale Bestände 124
2) Direkte Herleitung des Wald-Kostenwertes aus den stattgehabten Aufwänden 124
IV. **Wald-Verkaufswert** 124
V. **Wald-Rentierungswert** 125
1) Für die Fläche einer Betriebsklasse 125
2) Für die Flächeneinheit 126

IV. Kapitel. **Ermittelung der jährlichen Rente** 127
I. **Verwandlung einzelner Einnahmen oder Ausgaben in eine jährliche Rente** 127
II. **Bodenrente** 127
III. **Bestandsrente** 128
IV. **Waldrente** 128

Anhang.

Seite

I. Kapitel. Einige besondere Fälle der Waldwertrechnung 129

I. Abschnitt. Regeln für die Berechnung des Wertes solcher Wälder, welche zur Veräußerung bestimmt sind 129
1) Wertsberechnung bei freiwilligen Verkäufen 129
2) Wertsberechnung aus Veranlassung einer Expropriation. . . 132

II. Abschnitt. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb von Beständen oder einzelner Bäume 134
I. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb ganzer Bestände . 134
1) Das gefällte Holz gehe in den Besitz desjenigen über, welcher den Abtrieb des Bestandes bewirkt hat. 134
A. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begründet werden kann 134
a) Als Benutzungsart des Bodens sei die forstwirtschaftliche zu unterstellen 134
b) Als Benutzungsart des Bodens sei nicht die forstwirtschaftliche, sondern eine andere, vorteilhaftere zu unterstellen 135
B. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an die Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann 135
2) Das gefällte Holz verbleibe dem Waldeigentümer 136
II. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb einzelner Bäume . 137
1) Für den Fall eines möglichen alsbaldigen Ersatzes durch Rekrutierung 137
2) Bei ausgeschlossenem Wieder-Ersatze 138
Sonstige Rechnungsmethoden 140

III. Abschnitt. Berechnung der Vergütung für Waldbeschädigungen 142

IV. Abschnitt. Berechnung der Vergütung für Benutzung des Bodens zur Gewinnung von Fossilien 146
I. Bodenpacht 146
II. Bestandswert 146
III. Ersatz für den Minderwert des Bodens nach Beendigung der Fossiliengewinnung 146

V. Abschnitt. Ablösung von Forstberechtigungen 147
I. Ablösung mittelst eines Geldkapitals 149
II. Ablösung durch Abtretung von Wald 154
1) Es wird nur die Bedingung gestellt, daß der Waldwert des abzutretenden Grundstücks dem Kapitalwert der Berechtigungsrente gleich sei 154
a) Der Boden sei unbestockt 154
b) Der Boden sei mit Holz bestanden. 155
2) Das abzutretende Waldstück soll dem Berechtigten die Möglichkeit gewähren, die Einnahme, auf welche derselbe Anspruch zu machen hat, demnächst aus dem Walde selbst jährlich nachhaltig zu beziehen. 155
a) Flächengröße des zur Abfindung zu bestimmenden Waldteiles 155
b) Holzvorrat auf dem Stocke 155
c) Umtriebszeit 156
d) Ermittelung des Bestandswertes 156

Seite

VI. Abschnitt. Teilung und Zusammenlegung von Wäldern . . . 157
I. Teilung gemeinschaftlicher Wälder 157
1) Teilung jedes einzelnen Forstortes 158
2) Teilung des gesamten Waldes 158
3) Gesonderte Teilung des Bodens und des Holzbestandes . . . 158
a) Berechnung des Bodenwertes 158
b) Berechnung des Bestandswertes 158
II. Zusammenlegung von Teilforsten 158

VII. Abschnitt. Besteuerung der Wälder 159

II. Kapitel. Zur forstlichen Statik 162

I. Abschnitt. Die Methoden der Rentabilitätsrechnung im allgemeinen 162

1. Titel. Entwickelung der Methoden zur Vergleichung des Ertrages mit dem Produktionsaufwande 162
I. Bestimmung des Unternehmergewinns 163
1) Veranschlagung der Erträge und Produktionskosten 164
A. Aussetzender Betrieb 164
a) Veranschlagung der Kapitalwerte des Ertrags und des Kostenaufwandes 164
b) Verwandlung dieser Kapitalwerte in jährliche Renten. 166
B. Jährlicher Betrieb 166
2) Verhältnis zwischen Ertrag und Produktionsaufwand bei einem einzelnen Wirtschaftsverfahren. 166
A. Aussetzender Betrieb 166
B. Jährlicher Betrieb 167
3) Wahl des einträglichsten Wirtschaftsverfahrens. 167
II. Bestimmung der Verzinsung des Produktionsaufwandes . . . 169
1) Herleitung der Verzinsungsformeln 169
A. Laufend-jährliche Verzinsung 169
a) Aussetzender Betrieb 169
b) Jährlicher Betrieb 170
B. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung 171
a) Aussetzender Betrieb 171
b) Jährlicher Betrieb 171
2) Verhältnis zwischen Ertrag und Produktionsaufwand bei einem einzelnen Wirtschaftsverfahren 172
3) Wahl des einträglichsten Wirtschaftsverfahrens. 173

2. Titel. Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns und über die Verzinsung des Produktionsaufwandes . 175
I. Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns . . 175
1) Aussetzender Betrieb. 175
2) Jährlicher Betrieb 176
Geschichtliches. 177
II. Untersuchungen über die Verzinsung des Produktionsaufwandes 179
1) Laufend-jährliche Verzinsung 179
A. Aussetzender Betrieb 179
B. Jährlicher Betrieb 180
2) Durchschnittlich-jährliche Verzinsung 181
Geschichtliches 186

II. Abschnitt. Behandlung einiger Aufgaben der forstlichen Rentabilitätsrechnung 187

1. Titel. Wahl der Umtriebszeit 187

Seite

I. **Finanzielle Umtriebszeit** 189
1) Methoden zur Bestimmung der finanziellen Umtriebszeit . . 189
A. Vorteilhafteste Umtriebszeit einzelner Bestände 189
a) Bestimmung derselben nach Maßgabe des größten Wald-Erwartungswertes 189
α) Bei normalen Beständen 190
β) Bei abnormen Beständen 191
b) Bestimmung des vorteilhaftesten Abtriebsalters nach Maßgabe des sog. Weiserprozentes 192
Zur Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung 199
B. Wahl zwischen mehreren Beständen, deren Verjüngung in Frage kommen kann 207
C. Allgemeine Umtriebszeit ganzer Betriebsklassen 208
a) Bestimmung der vorteilhaftesten Umtriebszeit nach Maßgabe des größten Wald-Erwartungswertes 208
b) Wahl der Umtriebszeit nach Maßgabe der Verzinsung des Waldvermögens 211
2) Höhe der finanziellen Umtriebszeit 215
3) Berichtigung der berechneten finanziellen Umtriebszeit . . . 218
4) Veränderlichkeit der finanziellen Umtriebszeit 220
5) Berechnung des Verlustes, welcher sich bei Einhaltung einer anderen als der finanziellen Umtriebszeit ergiebt 221
6) Zeitraum für die Verwertung eines Vorratsüberschusses . . . 222
7) Berechnung des Preises, zu welchem ein Vorratsüberschuß versilbert werden darf 222
8) Herstellung der finanziellen Umtriebszeit 224

II. **Sonstige Umtriebszeiten** 225
1) Technische Umtriebszeit 225
2) Umtriebszeit des größten Naturalertrages 231
3) Umtriebszeit des größten Gebrauchswertes 234
4) Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages (Wald-Rohertrages) 235
5) Umtriebszeit des größten Waldreinertrages 237
Anmerkung 1. Der durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes 243
Anmerkung 2. Die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags liefert den höchsten Wald-Erwartungswert im allgemeinen nicht 244
Anmerkung 3. Vergleichende Übersicht der Umtriebszeiten und Würdigung derselben nach Maßgabe ihrer wirtschaftlichen Bedeutung 248

2. **Titel. Wahl zwischen land- und forstwirtschaftlicher Benutzung des Bodens** 249
I. **Bei einer Blöße** 249
II. **Bei bestandenen Waldflächen** 253

3. **Titel. Auswahl der Holz- und Betriebsart** 254
I. **Für eine Blöße** 255
II. **Wahl der Betriebsart für mit Holz bestandene Flächen** . . . 262
1) Behandlung haubarer Hochwaldungen 263
2) Bewirtschaftung von Stangenhölzern 266
3) Behandlung junger Kernwuchsbestände 267
4) Bewirtschaftung der Nieder- und Mittelwaldungen 269

Seite
A. Fortsetzung des seitherigen Betriebs 269
B. Umwandlung in Hochwald beim nächsten Abtrieb 269
C. Spätere Umwandlung in Hochwald 270

4. Titel. Wahl der Bestandes-Begründungsart 271

5. Titel. Bestimmung der vorteilhaftesten Bestandesdichte, insbesondere Statik des Durchforstungsbetriebs 272
I. **Finanzieller Effekt einer einzelnen Durchforstung** 273
II. **Vergleichung zweier oder mehrerer Durchforstungsarten** . . . 276
1) Bei gleichen Durchforstungs-Wertmengen 276
2) Bei verschiedenen Durchforstungs-Wertmengen. 279
III. **Gesamtwirkung verschiedener Durchforstungsmethoden bis zum Abtriebsalter** 281

Noten.

Note 1. Wahl der Zinsenberechnungsart. . . . 287
I. **Methoden der Zinsenberechnung** 287
1) Rechnung mit einfachen Zinsen 287
2) Rechnung nach Zinseszinsen oder Doppel-Zinsen. 287
3) Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen 287
4) Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen. 288
5) Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen 288
II. **Würdigung der Zinsenberechnungsarten** 288
1) Würdigung der Rechnung nach einfachen Zinsen. 288
2) Würdigung der Zinseszinsrechnung 292
3) Würdigung der gemischten Zinsrechnung 295

Note 2. Entwickelung der Formeln der Zinseszinsrechnung 297

I. **Abschnitt. Summierung der geometrischen Reihe, als Vorbereitung für die Entwickelung der Zinseszinsformeln** 297
I. **Begriff**. 297
II. **Summierung der geometrischen Reihe** 297
1) Steigende geometrische Reihe 297
2) Fallende geometrische Reihe 298
a) Fallende geometrische endliche Reihe 298
b) Fallende geometrische unendliche Reihe 298

II. **Abschnitt. Entwickelung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung** 298
I. **Prolongierung oder Bestimmung des Nachwertes** 298
II. **Diskontierung oder Bestimmung des Vorwertes**. 300
III. **Rentenrechnung** 300
1) Summierung von Renten 300
A. Summierung der Nachwerte von Renten 300
a) Aussetzende Renten 300
b) Jährliche Renten 301
B. Summierung der Vorwerte von Renten 301
a) Zeitrenten 301
α) Aussetzende Renten 301
β) Jährliche Renten 302
b) Immerwährende Renten 302
α) Jährliche Renten 302
β) bis δ) Aussetzende Renten 303
2) Verwandlung einer aussetzenden Rente in eine jährliche Rente 304

Seite

Anlagen.

A. Ertragstafel für 1 ha Kiefernwald II. Standortsklasse nach Burckhardt 307
B. Berechnung des Boden-Erwartungswertes nach Anl. A. — Zinsfuß 3 % 308
C. Berechnung des Boden-Erwartungswertes nach Anl. A. — Zinsfuß 2 % 309
D. Berechnung des Wald-Reinertrags für verschiedene Umtriebszeiten nach Anl. A. 310
E. Holz- und Geldertragstafel für Eichenhochwald II. Standortsklasse im Lichtungsbetrieb mit Unterbau nach Burckhardt nebst Berechnung des jährlichen Waldrohertrags und des Boden-Erwartungswertes 311
F. Geldertragstafel für Buchenhochwald III. Standortsklasse im Femelschlagbetrieb mit 30-jähriger Verjüngungsdauer (Oberhessen) nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes 312
G. Holz- und Geldertragstafel für Fichten II. Standortsklasse in Nord- und Mitteldeutschland (Harz und Thüringen) nach Schwappach, nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes 313
H. Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse in der Main-Rhein-Ebene nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes 314
J. Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse in der Main-Rhein-Ebene bei intensiverem Durchforstungsbetrieb, nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes 315
K. Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse in der Main-Rhein-Ebene bei Lichtungsbetrieb mit Unterbau, nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes 316
L. Eichenschälwald-Erträge im Odenwald und in Rheinhessen nach Ostner und Dr. Walther 317
M. Faktoren für die Zinseszinsrechnung 319
Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$ 320
Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$ 326
Tafel III. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$ 332

Einleitung.

Begriff, Einteilung und Litteratur der Waldwertrechnung.

I. Begriff.

Die Waldwertrechnung, eine Vorbereitungswissenschaft der forstlichen Gewerbs- oder Betriebslehre[1]), befaßt sich mit der Ermittlung

1) des Bodenwertes,
2) des Bestandswertes,
3) des Waldwertes,
4) der jährlichen Boden-, Bestands- und Waldrente.

Unter Wald ist die Vereinigung von Boden und Holzbestand zu verstehen.

II. Einteilung.

Die Waldwertrechnungslehre läßt sich zerfällen:

1) in einen **vorbereitenden Teil**, welcher die ökonomischen, mathematischen und forstlichen Vorkenntnisse der Waldwertrechnung entwickelt;

2) in einen **angewandten Teil**, welcher die unter I. genannten Wertsberechnungen ausführen lehrt.

III. Litteratur.

Cotta: Systematische Anleitung zur Taxation der Waldungen, II. Abteilung, Berlin 1804. G. L. Hartig: Anleitung zur Berechnung des Geld-Werthes eines in Betreff seines Natural-Ertrages schon taxirten Forstes, Berlin 1812. Derselbe: Anweisung zur Taxation der Forste, 3. Auflage, Gießen 1813. Krause: Anleitung zur Abschätzung und Berechnung des Geldwerthes der Forstgrundstücke, Leipzig 1812. v. Seutter: Grundsätze der Werths-Bestimmung der Waldungen, Ulm 1814. Cotta: Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberechnung, Dresden 1818; 4. Auflage 1849. Klein: Formeln zu den Cotta'schen Waldwerthberechnungstafeln, München 1823; 2. Ausgabe 1836. Hoßfeld: Waldwerthbestimmung, Hildburghausen 1825. (Dritter

1) Bezüglich dieser beiden Ausdrücke verweisen wir auf Hundeshagens Encyclopädie der Forstwissenschaft, 2. Auflage, II. Abtheilung, S. 3 und auf Pabst's Lehrbuch der Landwirthschaft, 2. Auflage, II. Band, 2. Abtheilung, S. 1.

Theil der „Forsttaxation" desselben Verf.) Pernitzsch: Anweisung zur Waldwerthberechnung, Leipzig 1820. Derselbe: Untersuchungen über Kapitalwerth rc. der Wälder, Frankfurt 1842. Hundeshagen: Forstabschätzung rc., Tübingen 1826; 2. Auflage 1848. v. Gehren: Waldwerthberechnung, Cassel 1825. Riecke: Ueber die Berechnung des Geldwerthes der Waldungen, Stuttgart 1829. Pfeil: Die Forsttaxation, Berlin 1833; 3. Auflage 1858. König: Die Forstmathematik, Gotha 1835, 1842, 1846, 1854, 1864. Winkler: Waldwerthschätzung, II. Abtheilung, Wien 1836. Smalian: Forsteinrichtung rc., Berlin 1840. Reber: Handbuch der Waldtaxation, Kempten 1840. Hierl: Anleitung zur Waldwerthsberechnung, München 1852. Breymann: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Wien 1855. Dionigi Biancardi: Theoria per la valutazione delle piante, Milano e Lodi, 1856. Preßler: Rationeller Waldwirth, I. u. II. Buch, Dresden 1858 u. 1859. Burckhardt: Der Waldwerth, Hannover 1860. Robert und Julius Micklitz: Beleuchtung rc. des rationellen Waldwirths, Olmütz 1861. Beivinkler: Anleitung zur Waldwerthberechnung, Pesth 1861. Albert: Lehrbuch der Waldwerthberechnung, Wien 1862. Bose, Beiträge zur Waldwerthberechnung, Darmstadt 1863. Derselbe: Das forstliche Weiserprocent, Berlin 1889. Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preuß. Ministerial-Forstbureau, Berlin 1866; 2. Ausgabe 1888. Baur: Ueber die Berechnung der zu leistenden Entschädigungen für die Abtretung von Wald zu öffentlichen Zwecken, Wien 1869. Derselbe: Handbuch der Waldwertberechnung, mit besonderer Berücksichtigung der Bedürfnisse der forstlichen Praxis, Berlin 1886. Kraft: Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, Hannover (ohne Jahreszahl), 1882 erschienen. Derselbe: Beiträge zur forstlichen Zuwachsrechnung und zur Lehre vom Weiserprocente, Hannover 1885. Derselbe: Beiträge zur forstlichen Statik und Waldwerthrechnung, Hannover 1887. Derselbe: Ueber die Beziehungen des Bodenerwartungswerthes und der Forsteinrichtungsarbeiten zur Reinertragslehre, Hannover 1890. Lehr: Waldwertrechnung und Statik, Abschnitt X in Lorey's Handbuch der Forstwissenschaft, Tübingen 1887. Borggreve: Die Forstreinertragslehre rc., Bonn 1878. Derselbe: Die Forstabschätzung, dritter Theil, Berlin 1888. Wimmenauer: Grundriß der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik nebst einer Aufgabensammlung, Leipzig und Wien 1891.

Außerdem sind in fast allen forstlichen Zeitschriften Abhandlungen über Waldwertrechnung enthalten.

I. Vorbereitender Teil.

I. Kapitel.

Allgemeines über die Bestimmung des Güterwertes.

I. Begriff von Gut und Wert.

Unter einem Gut versteht man jeden Gegenstand, welcher zur Befriedigung von Bedürfnissen dient (Hermann). Den im menschlichen Urteil anerkannten Grad der Nützlichkeit eines Gutes heißt man den Wert desselben (Rau).

II. Arten des Wertes.

Man unterscheidet:

1) **Gebrauchs-** und **Tauschwert.**

A. Unter dem Gebrauchswert versteht man den Grad der Tauglichkeit eines Gutes, seinem Besitzer bei der eignen Anwendung einen Vorteil zu gewähren.

Derselbe wird „Verbrauchswert" genannt, sofern das Gut zum Zwecke der Erzielung eines Genusses unmittelbar verbraucht; „Erzeugungswert" dagegen, sofern es zur Herstellung eines neuen Gutes verwendet wird.

B. Tauschwert ist derjenige Wert, welchen man einem Gute wegen seiner Eigenschaft, als Gegengabe für ein anderes Gut dienen zu können, beilegt.

2) **Gattungswert** [nach Rau, abstrakter Wert nach Riedel, allgemeiner Wert] und **konkreter** [besonderer] Wert.

Unter ersterem versteht man den Wert, welchen gewisse Gattungen und Arten von Gütern für den Menschen im allgemeinen besitzen; unter letzterem den Grad der Nützlichkeit, welchen ein bestimmtes Gut für eine gewisse Person hat.

So z. B. kann eine Waldparzelle, welche für sich eine Wirtschaftseinheit bildet, einen andern Wert im allgemeinen haben als für denjenigen, welcher sie mit einem Wirtschaftskomplex vereinigen kann, namentlich mit einem solchen, an welchen sie unmittelbar angrenzt oder welcher sie umschließt. Die Vorteile, welche sich aus einer solchen Vereinigung ergeben, können u. a. darin bestehen, daß man für die hinzugekommene Fläche keine Kosten für Verwaltung und Beschützung aufzuwenden braucht (wenn nämlich das vorhandene Beamtenpersonal diese Funktionen ohne Gehaltserhöhung besorgen kann); daß der Wald besser arrondiert und hierdurch die Grenze vereinfacht wird (Ersparnis an Grenzunterhaltungskosten); daß man freiere Hand bei der Wahl der Holzart, Betriebsart 2c. erhält; daß die hinzutretende Fläche in den jährlich-nachhaltigen Betrieb sich aufnehmen läßt, für welchen sie etwa für sich allein zu klein war; daß unzureichende Betriebsklassen angemessen ergänzt werden können; daß die Gelegenheit zur Ausführung von Freveln von seiten des Angrenzers wegfällt 2c.

Ein überhaupt nur von *einer* Person anerkannter, besonders hoher konkreter Gebrauchswert heißt nach Roscher „Affektionswert"; insbesondere sofern er einer Sache aus subjektiven Gründen (Pietät u. dgl.) beigelegt wird. Der Affektionswert übt auf Tausch und Preis eines Gutes nur dann Einfluß aus, wenn der Schätzende nicht zugleich Besitzer ist.

Die Waldwertrechnung befaßt sich vorzugsweise mit der Bestimmung von allgemein anerkannten, in gewissen Fällen auch mit besonderen Werten. Affektionswerte liegen außer ihrem Bereiche.

III. Begriff von Preis.

Unter dem Preise versteht man den Gegenwert, welcher bei Vertauschung eines Gutes in andern Gütern für dasselbe geboten wird. Der Preis wird entweder in einer bestimmten Menge einer anderen Ware, oder — um die unendlichen Mannigfaltigkeiten der Preisbestimmung abzuschneiden — durch das allgemeine Tauschmittel, das Geld ausgedrückt.

IV. Kapital und Rente.

1) Unter *Kapital* verstehen wir jedes außer und neben der menschlichen Arbeit wirkende Hilfsmittel der Güter-Erzeugung, welches Tauschwert hat[1]). Die Volkswirtschaftslehre unterscheidet *umlaufende* (bewegliche) Kapitalien, welche ganz in das Produkt

1) Lehr, Forstpolitik in Lorey's Handbuch der Forstwissenschaft 1887, II. S. 425. — Die verschiedenen Theorien der Nationalökonomen über Begriff und Entstehung des Kapitals können hier nicht abgehandelt werden.

übergehen, also nach beendigter Herstellung des letzteren nicht mehr in ihrer ursprünglichen Gestalt vorhanden sind; und stehende (fixe) Kapitalien, welche bei der Produktion nur benutzt, nicht aufgezehrt werden, also auch nachher noch ganz oder doch zum größeren Teile erhalten bleiben. Von diesen letzteren sind mithin nur Zins und Amortisationsquote, bezw. Unterhaltungs- und Erneuerungskosten, unter den Produktions-Aufwand zu rechnen.

Bei der Forstwirtschaft kommen folgende Kapitalien in Betracht:

A. Der Grund und Boden, welcher im Sinne der Waldwertrechnung jedenfalls als Kapital und zwar als stehendes zu betrachten ist[1]). Denn der Wert desselben besteht eben in seiner Fähigkeit, der Produktion dauernd dienen zu können, und ist danach zu bemessen. Dieser Wert kann ein sehr verschiedener sein, je nachdem ein und derselbe Boden verschiedene Benutzungsarten zuläßt. In der Rechnung wird daher grundsätzlich derjenige größte Bodenwert einzustellen sein, welcher sich aus der vorteilhaftesten Benutzungsart ergiebt, die nach seiner natürlichen Beschaffenheit sowie nach Lage des Marktes und der Gesetzgebung überhaupt als möglich erscheint.

B. Gebäude, Betriebs- und Transport-Anstalten. Auch diese sind stehende Kapitalien, unterscheiden sich aber dadurch, daß sie entweder, wie z. B. Beamten-Wohnungen, Maschinen zur Holzfällung u. dgl., auch anderweitig benutzt werden können oder aber, wie die Holzabfuhrwege, mit dem Boden untrennbar verbunden sind. Der Wert dieser Gegenstände ist je nach dem Zwecke der Rechnung verschieden zu bemessen; derselbe besteht für den Waldeigentümer zunächst in den zu ihrer Beschaffung aufgewendeten Kosten, welche durch den Waldertrag mit zu verzinsen sind; für denjenigen dagegen, welcher den Waldwert zum Zwecke des An- und Verkaufs, der Besteuerung rc. abschätzen will, entweder in dem Maße ihrer anderweitigen Gebrauchsfähigkeit oder, soweit sie vom Boden nicht getrennt werden können oder sollen, in der durch sie bewirkten, bezw. zu bewirkenden Erhöhung der Walderträge.

C. Der stockende Holzvorrat. Dieser ist nichts anderes, als eine angesammelte Menge von Produkten, welche zu anderweitiger Verwendung oder Verwertung noch nicht reif oder wenigstens noch

1) Der Streit über die sonstigen Kapital-Eigenschaften des Bodens kann daher hier unberührt bleiben. Vgl. u. a. Baur, Handbuch der Waldwertrechnung 1886, S. 25; Lehr, a. a. O. S. 29 u. 425; Metzger, Die Grundlagen, Mittel und Ziele der forstlichen Produktion 1891, S. 35.

nicht bestimmt sind. Da sie aber diesen Zwecken über kurz oder lang dienen sollen und da der Holzvorrat durch die Produktionskraft des Bodens, durch Arbeit und bare Auslagen von seiten des Waldbesitzers entstanden ist; so ist jener vom Standpunkte des letzteren jedenfalls als umlaufendes Kapital zu betrachten. Ganz unzweifelhaft erscheint er als solches im aussetzenden Betriebe, wo er von Jahr zu Jahr wächst, um schließlich am Ende des Umtriebs als fertiges Produkt verwendet oder verwertet zu werden. Das Gleiche gilt von jedem einzelnen Gliede in der Schlagreihe (Betriebsklasse) des jährlichen Nachhaltbetriebs; folglich auch von der letzteren im ganzen, obwohl der Holzvorrat hier — eben durch das Nebeneinandertreten der verschiedenen Glieder — den Charakter des stehenden Kapitals insofern anzunehmen scheint, als er — innerhalb gewisser Grenzen — stets annähernd gleich groß bleibt. Man hat ihn daher wohl auch als „langsam umlaufendes" oder als „gebundenes Kapital" bezeichnet[1]).

Weit wichtiger als diese theoretische Streitfrage sind für die Zwecke der Wirtschaft die zur Ermittelung des Vorratswertes in Vorschlag gebrachten Methoden. Dieselben werden im II. und IV. Kapitel des „angewandten Teiles" ausführlich besprochen. Hier sei nur noch erwähnt, daß bei den gebräuchlichen Hochwald-Umtrieben der Wert des sog. Normalvorrats denjenigen des Bodens oft um das doppelte bis zehnfache u. m. übertrifft.

D. Aufwendungen an Geld oder Naturalien für Gehälter, Arbeits- und Fuhrlöhne, Beschaffung von Kulturmaterial, Bureau-Gegenstände, Unterhaltung der unter B genannten Inventarstücke u. s. w. Alle diese Ausgaben haben den Charakter des umlaufenden Kapitals. Da sie aber beim jährlichen Betriebe, welcher in den Forstwirtschaften ja weitaus überwiegend vertreten ist, einfach aus den jährlichen Einnahmen bestritten werden, so erfordern sie hier überhaupt nicht das Vorhandensein eines baren „Betriebskapitals" im gewöhnlichen Sinne des Wortes. Wenn gleichwohl im Folgenden mitunter von einem „Kulturkostenkapital", „Verwaltungskostenkapital" u. dgl. die Rede ist, so sind hierunter nur zur Vereinfachung der Rechnung eingeführte Begriffe, nicht wirklich aufgebrachte oder vorhandene Kapitalwerte zu verstehen[2]).

Beim aussetzenden Betriebe, sowie von jedem einzelnen

---

1) Lehr, a. a. O. S. 429. — Judeich, Tharander forstl. Jahrbuch, Band 29, S. 20.

2) Lehr, a. a. O. S. 429.

Gliede der Schlagreihe gilt annähernd das Gleiche in Bezug auf die Kosten der jedesmaligen Holzernte. Andere, wie z. B. die Ausgaben für Bestandsbegründung, Schutz, Verwaltung, Steuern ꝛc. werden hier erst nach längerer Zeit durch das Produkt ersetzt, sind also diesem mit Einschluß ihrer aufgelaufenen Zinsen in Anrechnung zu bringen.

Das eigentliche Grundkapital der Forstwirtschaft, der Waldwert, besteht sonach aus der Summe der Werte des Bodens und des Holzvorrats einschließlich der mit dem Boden verbundenen Transportanstalten ꝛc. Die übrigen unter b und d genannten Kapitalien erscheinen bei Waldwertrechnungen als einmalige, zu verzinsende, oder als regelmäßig wiederkehrende Ausgaben.

2) Mit dem Ausdruck Rente bezeichnen wir das aus dem Kapitalbesitze fließende reine Einkommen, welches gewöhnlich nach seinem jährlichen Betrage bemessen wird. In der Forstwirtschaft werden vom Standpunkte des Waldeigentümers, auf welchen sich die Waldwertrechnung in der Regel zu stellen hat, unterschieden:

A. Die Waldrente. Diese kann in jährlich gleichem oder annähernd gleichem Betrage nur beim Nachhaltbetrieb wirklich bezogen werden und ist hier gleich dem Reste, welcher vom Rohertrage nach Bestreitung der oben genannten Ausgaben dem Waldbesitzer verbleibt. Dieser Rente steht der Waldwert als Kapital gegenüber; ihr Verhältnis zu diesem ist der forstliche Zinsfuß.

Beim aussetzenden Betriebe läßt sich eine solche jährlich gleiche Rente nicht thatsächlich erzielen, sondern nur rechnungmäßig beziffern, indem man denjenigen jährlichen Reinertrag aufsucht, welcher den ungleich großen und zu verschiedenen Zeiten erfolgenden Einnahmen und Ausgaben im Gesamtwerte (Vorwert, Kapitalwert) gleichkommt.

B. Die Bodenrente, d. i. derjenige Teil der Waldrente, welcher auf das Bodenkapital — allenfalls einschließlich der vom Boden nicht zu trennenden Transportanstalten, Gebäude ꝛc. — entfällt[1]).

Beim jährlichen Nachhaltbetriebe ist demnach die Bodenrente gleich der Waldrente, vermindert um den Zins vom Holzvorrats-Kapital.

Im aussetzenden Betriebe dagegen sowie für jedes einzelne Glied der „normalen Schlagreihe" kann der (fingierte) Betrag der

---

1) Diese Definition dürfte für die Zwecke der Waldwertrechnung völlig ausreichen. Vgl. Lehr a. a. O. S. 29 und 30. Näheres über die verschiedenen Grundrenten-Theorien der Nationalökonomen findet sich u. a. ebendaselbst S. 31 sowie in Baurs Handbuch der Waldwertrechnung 1886, S. 33 f.

jährlichen Bodenrente in gleicher Weise wie derjenige der Waldrente berechnet werden; nur hat man die Vorwerte aller Einnahmen und Ausgaben auf den Anfang eines Umtriebs zu beziehen, weil zu dieser Zeit eben nur der Boden und noch kein Holzvorrat vorhanden ist.

Es wird sich später zeigen, daß bei Annahme stets gleichbleibender Erträge beide Rechnungsarten das nämliche Ergebnis liefern. Daher wird die letztere auch beim jährlichen Betriebe angewendet; zumal es unmöglich ist, den Kapitalwert des Holzvorrats ohne vorherige Kenntnis des Bodenwertes richtig zu ermitteln.

C. Die Vorratsrente, d. h. der Zins des Holzvorrats-Kapitals, ist demnach in dem Unterschied zwischen Wald- und Bodenrente zu finden. Dieselbe könnte nur dann auch direkt ermittelt werden, wenn es gelänge, den Kapitalwert des Holzvorrats unmittelbar — d. h. ohne Bezugnahme auf den Bodenwert — festzustellen.

V. Methoden der Wertbestimmung.

Man kann den Wert eines Gutes bestimmen:

1) Als **Erwartungswert**, d. h. nach der Summe der reinen (von den Produktionskosten befreiten) Jetztwerte aller Nutzungen, welche von einem Gute überhaupt zu erwarten sind. — Diese Jetztwerte bestimmt man mit Hilfe der Zinsrechnung.

Die Theorie des Erwartungswertes gründet sich auf die Ansicht, daß der Wert eines Gutes, welches nicht selbst verzehrbar ist (wie z. B. der Waldboden), oder bei der sofortigen Verzehrung nicht den größten Nutzen gewährt (z. B. unreife Holzbestände), ausschließlich oder mit größerem Vorteil in den von demselben zu erwartenden Erträgen gesucht wird; und zwar besteht dieser Wert in der Summe jener Erträge, abzüglich der auf der Erzeugung derselben lastenden Unkosten. Da jedoch eine nach Jahren eingehende Einnahme gegenwärtig einen geringeren Wert besitzt, weil sie sich aus einem in der Gegenwart verzinslich angelegten Kapital und den Interessen desselben zusammensetzen läßt, so müssen zur Bestimmung des Erwartungswertes alle von dem betreffenden Gute zu erwartenden Einnahmen (und ebenso die Produktionskosten) durch Diskontierung auf die Gegenwart reduziert werden.

Der Ausdruck „Erwartungswert" kommt bei den älteren Schriftstellern der Nationalökonomie nicht vor; er ist in obigem Sinne wohl zuerst von Preßler (Rationeller Waldwirth, 2. Buch, 1859, S. 184) gebraucht worden [1]).

---

1) Späth (Anleitung, die Mathematik und physikalische Chemie auf das Forstwesen und forstliche Camerale nützlich anzuwenden, 1797, S. 391; Handbuch der Forstwissenschaft, 1801—1805, 2. Band, S. 130) und König (Forstmathematik, 3. Aufl. 1846, S. 467) verstehen unter den Erwartungswerten die absoluten (nicht auf die Gegenwart reduzierten) Erträge, welche ein Bestand zu liefern verspricht.

Das Verdienst, die **Methode** des Erwartungswertes zuerst gelehrt zu haben, gebührt J. **Nördlinger** und **Hoßfeld** (Zeitschrift Diana, III. Band, 1805), obgleich dieselben keine allgemeine Definition aufstellten[1]). — Bei der Berechnung des Bodenwertes, Bestandswertes und Waldwertes spielt, wie wir später sehen werden, der Erwartungswert eine große Rolle.

2) Als **Kostenwert** (Produktions=, Anschaffungs=, Erzeugungs=, natürlicher, notwendiger Wert bezw. Preis), d. h. nach demjenigen Aufwande, welcher zur Erzeugung eines Gutes erforderlich ist.

Der Kostenwert bestimmt das Minimum des Preises, zu welchem z. B. ein Fabrikant eine Ware ohne Verlust abgeben kann. Je nach den Zwecken der Rechnung kann es jedoch unter Umständen auch geboten sein, nicht die *wirklich aufgewendeten*, sondern diejenigen Kosten in Rechnung zu stellen, welche *durchschnittlich* zur Produktion aufgewendet zu werden pflegen oder voraussichtlich in Zukunft hierzu nötig sein werden.

3) Als **Verkaufswert**, d. h. nach demjenigen Preise, zu welchem andere Güter von gleicher oder ähnlicher Beschaffenheit verkauft zu werden pflegen.

In dieser Weise bestimmt man z. B. den Wert von Getreide, aufgearbeitetem Holz ꝛc. Sofern der Verkaufspreis von Handelsartikeln sich durch freie Konkurrenz der Käufer und Verkäufer gebildet hat, wird derselbe auch als „Marktpreis" bezeichnet. Dieser ist in Bezug auf das Holz oder andere Waldprodukte selbstverständlich nicht etwa im Gegensatze zum „Waldpreis" zu verstehen.

4) Als **Rentierungswert** (auch Kapitalisierungswert genannt), indem man zur Rente R, welche ein Gut jährlich gewährt, den entsprechenden Kapitalwert K nach der Proportion p (= Prozent): $100 = R : K$ aufsucht, aus welcher $K = \frac{R\,100}{p}$ folgt.

Nach dem Rentierungswerte pflegt man u. a. den Wert eines Ackers, Hauses ꝛc. aus dem jährlichen Reinertrage zu bestimmen. Wie sich aus Formel VII. in der Note 2 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) ergiebt, läßt sich der Rentierungswert auf den Erwartungswert zurückführen. Der Rentierungswert ist in der That nichts anderes als der Erwartungswert eines Gutes, welches bis in die Unendlichkeit jährlich am Jahresschlusse ein gleiches Einkommen gewährt.

Da alles Geld ohne Unterschied dessen, ob dasselbe von einem Kapital oder von Zinsen herrührt, die Eigenschaft, Zinsen zu tragen,

---

1) Die Nationalökonomen haben den Erwartungswert unter die Methoden der Wertbestimmung erst viel später aufgenommen. Wir finden ihn zuerst bei **Macleod** (The elements of political economy, 1858, S. 75.)

besitzt, so darf bei Waldwertrechnungen nur die Zinseszins- oder Doppelzins-Rechnung, nicht aber die Rechnung mit einfachen oder gemischten Zinsen (arithmetisch-mittleren, geometrisch-mittleren Zinsen, beschränkten Zinseszinsen), angewendet werden.

Eine ausführliche Kritik dieser verschiedenen Zinsenberechnungsarten findet der Leser in Note 1 (am Schlusse der vorliegenden Schrift). Eine Zusammenstellung der bei Waldwertrechnungen vorkommenden Formeln der Zinseszinsrechnung werden wir im III. Kapitel mitteilen.

II. Kapitel.

Wahl des Zinsfußes.

I. Begriff von Zinsfuß und Prozent.

Der Zinsfuß Z bezeichnet das Verhältnis, in welchem die, gewöhnlich nach ihrem Jahresbetrag bemessenen reinen Einkünfte (Interessen, Renten, Zinsen) J eines Kapitals K zu dem Kapitale selbst stehen. Es drückt sich daher Z durch den Quotienten $\frac{J}{K}$ aus, und dieser zeigt zugleich die Menge von Zinsen an, welche die Einheit des Kapitals jährlich liefert. Das „Prozent“ p giebt die Zinsen an, welche sich für das Kapital 100 berechnen; man erfährt daher, wenn J und K bekannt sind, das Prozent dadurch, daß man den Zinsfuß mit 100 multipliziert, d. h. es ist $p = \frac{J}{K} 100$.

Unter J dürfen nur die reinen Einkünfte vom Kapital verstanden, d. h. es müssen behufs Ermittelung des Zinsfußes von dem zu erwartenden Einkommen alle diejenigen Beträge in Abzug gebracht werden, welche auf Mühewaltung oder thatsächliche Aufwendungen von seiten des Unternehmers entfallen oder erfahrungsmäßig verloren zu gehen pflegen. Am leichtesten ist daher der Zinsfuß für diejenigen Kapitalien festzustellen, bei welchen solche Abzüge am wenigsten vorkommen; z. B. bei der Anlage in Staatspapieren u. dgl. Schwieriger wird die Trennung zwischen Kapitalzins und Geschäftsgewinn (oder -Verlust) bei eigenen Unternehmungen des Besitzers. Man pflegt daher auch hier einen nach den Erträgnissen verliehener Kapitalien bemessenen Zinsfuß in Ansatz zu bringen und den etwaigen Überschuß als „Unternehmergewinn“ zu betrachten.

II. Allgemeines über die Höhe des forstlichen Zinsfußes[1]).

Wenn hier von einem besonderen „forstlichen Zinsfuße" die Rede ist, so kann selbstverständlich hierunter nichts anderes verstanden werden, als derjenige Geldzinsfuß[2]), zu welchem in der Waldwirtschaft angelegte Kapitalien sich erfahrungsmäßig zu rentiren pflegen, bezw. der den Anforderungen der Waldbesitzer entspricht. Diese Anforderungen können je nach subjektiver Auffassung, Vermögenslage ꝛc. sehr verschieden sein. Wer z. B. mit geliehenem Gelde einen Wald kaufen wollte, müßte seiner Abschätzung des Kaufpreises ohne Zweifel einen Zinsfuß zu Grunde legen, der mindestens demjenigen gleich käme, zu welchem er selbst seinem Gläubiger gegenüber verpflichtet ist. Ähnliche hohe Ansprüche an die Verzinsung des Waldvermögens wird derjenige Besitzer stellen, dessen Güter stark mit Schulden belastet sind; während der Erbe eines schuldenfreien Grundbesitzes sich mit einem geringeren Zinsfuße begnügen kann und thatsächlich aus verschiedenen Gründen oft genug damit zufrieden ist. Derartige subjektive Bestimmungsgründe können hier nicht Gegenstand der Erörterung sein; es lassen sich aber aus der Eigenart der Waldwirtschaft auch gewisse objektive Gesichtspunkte ableiten, welche für den sachverständigen Taxator bei der Wahl des Zinsfußes maßgebend sein werden.

1) Für Waldwertrechnungen ist im allgemeinen ein geringerer Zinsfuß anzuwenden, als derjenige, zu welchem Geldkapitalien ausgeliehen zu werden pflegen — und zwar aus folgenden Gründen:

a) Weil Waldungen, wie Grundstücke überhaupt, nur in beschränktem Umfange vorhanden sind und sich nicht, wie z. B. viele Erzeugnisse der Industrie, beliebig vermehren lassen. Aus diesem Grunde pflegt der Kapitalwert des Bodens mit zunehmender Bevölkerung und insbesondere mit eintretender Verbesserung der wirtschaftlichen Gesamtlage zu steigen, während die Erträge desselben unverändert bleiben oder doch nicht in gleichem Maße einer Erhöhung fähig sind. Hieraus aber resultiert für die Bodenwirtschaft überhaupt und somit auch für die Waldwirtschaft ein verhältnismäßig niedriger Zinsfuß, wie er neuerdings zwar vielfach beklagt, aber eben

---

1) Bezüglich der allgemeinen Theorie des Zinsfußes verweisen wir auf die Schriften der Nationalökonomen. Die Theorie des forstlichen Zinsfußes hat Judeich (Tharander Jahrbuch 20 Band, 1870, S. 1 ff. und 22. Band, 1872, S. 132 ff.) in vortrefflicher Weise behandelt.

2) Vgl. Borggreve, Forstabschätzung S. 403.

hierdurch als allgemein — natürlich nicht ohne Ausnahmen — bestehend anerkannt wird. Wenn andererseits auch dem Leihzinsfuß die allgemeine Tendenz, im Laufe der Zeit zu sinken[1]), zugeschrieben worden ist, so kann hierin, zugleich im Hinblick auf die langen forstlichen Umtriebszeiten, nur ein weiterer Grund für die Annahme eines mäßigen Zinsfußes bei Waldwertrechnungen erblickt werden.

b) Wegen der verhältnismäßig großen Sicherheit der Kapitalanlage im Walde[2]).

Denn die Substanz des Bodens bleibt, abgesehen von den sehr seltenen Fällen, in welchen der letztere durch Abschwemmung oder Überschüttung mit Steingerölle (als Folge von Überschwemmungen) unproduktiv wird, bei genügend pfleglicher Wirtschaft immer erhalten und die Schmälerungen, welche die Walderträge durch Kalamitäten erleiden, erreichen in ihrer Verteilung aufs Ganze nur einen sehr geringen Betrag.

In einzelnen Fällen kann zwar ein Wald durch widrige Naturereignisse 2c. bedeutend geschädigt werden, allein bei der Bemessung des verhältnismäßigen Grades der Sicherheit eines Besitzes darf man nur den mittleren Betrag der stattgehabten Verluste in Rechnung nehmen.

Übrigens werden die Gefahren, welche den Waldungen drohen, häufig überschätzt. Nur das Feuer kann die Holzbestände gänzlich zerstören; Insektenfraß, Windwurf, Duft- und Schneebruch 2c. geben wohl zu einer frühzeitigen Nutzung Veranlassung oder führen eine zeitweise Überfüllung des Marktes und damit eine Preiserniedrigung herbei, bewirken jedoch keine vollständige Vernichtung des Holzes.

In den preußischen Staatswaldungen gingen in den 13 Jahren von 1868—1880 die Holzbestände von 6948 ha durch Brand zu Grunde, also jährlich 534 ha[3]). Da die gesamte zur Holzzucht benutzte Fläche der

---

1) Baur, Handbuch der Waldwerthberechnung, S. 72.

2) Diese wird von vielen namhaften Forstschriftstellern betont. Vgl. Th. Hartig, Allg. Forst- und Jagdzeitung, 1855, S. 86; Burckhardt, der Waldwerth, 1860, S. 95 u. 96; Danckelmann, Zeitschr. f. d. Forst- und Jagdwesen, 1867, I, S. 62; Judeich, Forsteinrichtung, 3. Aufl., S. 66; Baur, Handbuch der Waldwerthrechnung, S. 82. — Borggreve bestreitet zwar auf Seite 45 seiner „Forstreinertragslehre" die Sicherheit der Kapitalanlage im Wald unter Hinweis auf die demselben drohenden Gefahren, u. a. durch Feuer, gerät aber dabei mit sich selbst in Widerspruch, da er andererseits in seiner „Forstabschätzung" S. 296 gerade diese Gefahr als sehr gering bezeichnet.

3) von Hagen: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Auflage, bearbeitet von Donner, 1883, II. Band S. 210.

preußischen Staatswaldungen im Durchschnitt jener Jahre sich auf rund 2373000 ha stellte, so kommt auf 4444 ha Waldfläche 1 ha Brandfläche. Hierbei ist noch zu beachten, daß es zumeist junge, also noch nicht hoch im Werte stehende Bestände sind, welche durch Feuer vernichtet zu werden pflegen.

In den bayrischen Staatswaldungen entfallt, nach den von der königl. Ministerial-Forstabteilung gefertigten Zusammenstellungen, 1 ha Brandfläche jährlich auf ein noch weit größeres Gebiet, z. B. während der Jahre 1877 bis 1881 erst auf 13167 ha. Und der jährliche Brandschaden beträgt nur etwa $\frac{2}{100}$ % der Roheinnahme.

c) Weil die **Forstproduktenpreise**, abgesehen von kleineren Zeitabschnitten, in welchen sie stille standen oder eine rückläufige Bewegung machten, fortwährend **gestiegen** sind, während der Wert des Geldes gesunken ist.

Diese Thatsache ist im wesentlichen eine Folge des schon unter a erwähnten, auf ein gewisses Maß beschränkten, Umfangs der produzierenden Waldfläche.

Die Frage, ob und in wie weit solche Preissteigerungen auch für die Zukunft angenommen werden dürfen und wie dieselben vorkommenden Falles im Zinsfuß ihren Ausdruck finden, wird im IV. Kapitel ausführlich besprochen. Ebenso die Frage einer etwaigen Erhöhung des Zinsfußes mit Rücksicht auf mögliche oder wahrscheinliche Verluste an den Erträgen

d) Bei der Berechnung der Nachwerte barer Auslagen, wie z. B. der Kulturkosten darf ebenfalls nur ein mäßiger Zinsfuß eingestellt werden, weil auch bei anderweitiger verzinslicher Anlage solcher Gelder auf die langen Zeiträume der forstlichen Umtriebe hinaus Verluste nicht ausbleiben würden, also ein ganz ungestörtes Anwachsen derselben nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung kaum zu erwarten wäre[1]).

e) Wegen gewisser, mit dem Waldbesitz verbundener **Annehmlichkeiten** und **Vorteile**, z. B. weil derselbe, wie der Grundbesitz überhaupt, sehr geeignet zur Gründung von Fideikommissen ist, weil sich an ihn (bei hinreichender Größe) die Wahlfähigkeit zu manchen öffentlichen Ämtern knüpft, weil er dem Jagdliebhaber die dauernde Erhaltung eines Jagdgebietes sichert 2c. 2c.

Diesen Vorteilen stehen allerdings auch Nachteile gegenüber, z. B. daß die Holzbestände sich nur zu hohen Prämien oder gar nicht gegen Feuer versichern, daß Waldungen sich ohne großes Risiko für den Eigentümer nicht verpachten lassen 2c. Übrigens können gewisse Eigentümlichkeiten des Waldbesitzes dem einen als Nachteile erscheinen,

1) Baur, Handbuch der Waldwerthberechnung, S. 72.

während ein anderer sie als Vorteile betrachtet, wie z. B. daß Waldungen bei Anleihen ein wenig geschätztes Unterpfand bilden[1]), daß das Holz von jungen Beständen entweder gar nicht oder nur in geringer Menge zu verwerten ist ꝛc.

2) Der forstliche Zinsfuß ist keine konstante Größe. Er hängt von der örtlich und zeitlich verschiedenen Neigung der Kapitalisten, Geld in Grundbesitz anzulegen, und von dem Stande des landesüblichen Zinsfußes ab. Letzterer pflegt mit dem Steigen der Kultur zu sinken[2]), und deshalb müßte man eigentlich die Jetztwerte von Einnahmen und Ausgaben, welche bei einem Walde in mehreren Umtrieben erfolgen, mit fallenden Zinsfüßen berechnen. Indessen ist der Gang der Zinsfußabnahme noch nicht hinreichend festgestellt, auch scheint letztere selbst für Zeiträume von der Länge eines Hochwaldumtriebes nicht bedeutend zu sein[3]). Da nun gerade die später erfolgenden Einnahmen und Ausgaben einen verhältnismäßig geringen Jetztwert besitzen, so läßt es sich rechtfertigen, daß man bisher bei der Ermittelung der Waldkapitalwerte von der Rechnung mit fallenden Zinsfüßen keinen Gebrauch gemacht hat[4]).

---

1) Auszug aus dem Statut der preußischen Central-Bodenkredit-Aktiengesellschaft:

Art. 62. Die Gesellschaft beleiht Grundstücke in der Regel nur zur ersten Stelle und zwar

a) Liegenschaften innerhalb zwei Drittel,

b) Gebäude innerhalb der ersten Hälfte des Werthes.

Auf Weinberge, Wälder und andere Liegenschaften, deren Ertrag auf Anpflanzung beruht, dürfen, insoweit der angenommene Wert durch diese Anpflanzungen bedingt ist, hypothekarische Darlehen nur bis zu einem Drittel ihres Wertes gegeben werden.

2) Roscher: Nationalökonomie, 17. Auflage (1883), S. 466 ff. „Eine Hauptursache dieses Vorganges liegt in der Nothwendigkeit, bei wachsender Bevölkerung und Consumtion auch die minder einträglichen Grundstücke und sonstigen Anlageplätze mit Kapital zu befruchten." Roscher bemerkt jedoch, daß auch Ausnahmen von der obigen Regel vorkommen, z. B. wenn neue Produktionsarten auftauchen, welche große Mengen von Kapital in Anspruch nehmen, oder wenn sich Gelegenheit bietet, Kapitalien in minder kultivierte Länder mit hohem Zinsfuße überzusiedeln.

3) Nach Roscher, a. a. O. stand schon im 17. und 18. Jahrhundert der Zinsfuß in manchen Ländern zeitweise auf 3 Prozent.

4) Sollte dieselbe aber jemals angewandt werden, so würde es nicht genügen, lediglich für hohe Umtriebszeiten einen geringeren Zinsfuß anzunehmen, als für niedere, und die einmal gewählten Zinsfüße für alle Zeiten beizubehalten, sondern man müßte den Zinsfuß fortdauernd ermäßigen. So wäre

III. Bestimmung des forstlichen Zinsfußes.

Hierzu hat man folgende Methoden in Vorschlag gebracht.

1) **Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach dem sogenannten landesüblichen Zinsfuß,** unter welchem man nach Roscher „die mittlere Zinshöhe sicher und mühelos verliehener Geldkapitalien" zu verstehen hat[1]).

Er beträgt im deutschen Reiche gegenwärtig etwa $3\frac{1}{2}$—$4\frac{1}{2}$ %. Einige Schriftsteller wollen diesen Zinsfuß bei Waldwertberechnungen unverkürzt angewendet wissen[2]). Man muß ihn jedoch durchschnittlich für zu hoch halten, weil das Ausleihen der Kapitalien, selbst auf Grundstücke, nicht diejenige Sicherheit gewährt, wie der Besitz von Grundstücken. Der Darleiher hat also wohl einen höheren Zinssatz in Anspruch zu nehmen, als der Inhaber des Grundbesitzes.

Diese Ansicht hat Nördlinger schon 1805 (Diana, S. 375) ausgesprochen. Wir führen nachstehend seine eigenen Worte an, weil dieselben mit Rücksicht auf die damalige Zeit, in welcher die Waldwertrechnung sich eben erst zu entwickeln begann, besonders beachtenswert sind. „Wenn nun aber gleich, sowohl hier als bei allen übrigen Einnahmen und Ausgaben in barem Geld, immer die gewöhnlichen Prozente gerechnet werden, so scheint es doch nötig zu sein, hiervon abzugehen, wenn von der Bestimmung des Kapitals, wovon der reine Ertrag des Waldes als das Interesse angesehen wird, die Rede ist, und zwar aus folgenden Gründen. Die Größe der Zinsen eines Kapitals richtet sich, unter übrigens gleichen Umständen, vorzüglich nach der Sicherheit und Gewißheit, womit sowohl die Zinsen als das Kapital selbst erhoben werden können. Je gesicherter ein Kapital ist, desto geringere Prozente, und umgekehrt. Deshalb begnügt man sich bei der großen Sicherheit eines auf Grundstücke verwendeten Kapitals mit sehr geringen Prozenten. Ein Ertrag kann verloren gehen, aber der Boden bleibt immer. Aber eben wegen der verschiedenen Sicherheit bei verschiedenen Grundstücken werden auch nicht von allen gleiche Prozente gefordert.

---

z. B. der Ertrag, welchen ein mit 20jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Niederwald am Ende des 5. Umtriebs liefert, mit dem nämlichen Zinsfuß auf die Gegenwart zu diskontieren, wie der Abtriebsertrag eines mit 100jähr. Umtriebe zu behandelnden Hochwaldes.

1) Roscher, Grundlagen der Nationalökonomie, 17. Aufl. (1883), S. 458.

2) z. B. Cotta, Waldwerthberechnung (1818), S. 33: „Da 5 Prozent der gewöhnliche Zinsfuß ist, so wird derselbe überall zu Grunde gelegt, wo nicht ausdrücklich ein anderer Zinsfuß bestimmt wird." Ferner Hundeshagen, Encyclopädie, 2. Auflage, II. Abtheilung (1828), S. 314: „In Wahrheit dürfte derjenige Zinsfuß der richtige sein, für den man die betreffenden Kapitalien in baarem Betrag zu entlehnen und zu verleihen oder auch anderwärts zu benutzen imstande sein würde."

Da nun ein Wald zwar nicht so viel Sicherheit als ein Acker, jedoch mehr als ein in fremde Hände gegebenes Kapital gewährt, — von einem Acker aber gewöhnlich 3 %, von barem Gelde aber 5 % gefordert werden, so wird auch er zwischen 3 und 5 % ertragen müssen, also in ganzen Zahlen 4 %. Es lohnte sich übrigens, wegen des großen Einflusses auf das Resultat der Rechnung, die Mühe wohl, diese Prozente ganz genau zu bestimmen, und nach Beschaffenheit der Sachen auch von ganzen Zahlen abzugehen und sich auf Brüche einzulassen. Jede Bestimmung der Größe der Prozente kann übrigens nur örtlich sein."

Um den landesüblichen Zinsfuß auf den forstlichen, d. h. den für Waldwertrechnungen anzuwendenden zu reduzieren, müßten die Eigentümlichkeiten des Waldbesitzes nach ihren Vorteilen und Nachteilen in Geld veranschlagt werden, was mit großen Schwierigkeiten verknüpft ist. Denn wenn sich vielleicht auch Zahlen für die durchschnittliche Steigerung des Wertes der Forstprodukte, der Arbeitslöhne und sonstigen Kosten auf statistischem Wege gewinnen lassen, so ist es doch nicht möglich, die Vorteile des Waldbesitzes in Bezug auf die Sicherheit der Kapitalanlage und die sonstigen mit ihm verbundenen Annehmlichkeiten, ebenso aber auch die Nachteile desselben, in Geld präzis auszudrücken.

Dies gilt insbesondere auch von denjenigen indirekten Vorteilen, welche den Staaten und Gemeinden aus ihrem Waldbesitze erwachsen: den günstigen klimatischen Einflüssen der Waldvegetation, der Gelegenheit zu Arbeits- und Gewerbsverdienst für gewisse Bevölkerungsklassen u. s. w.

2) **Bemessung des forstlichen Zinsfußes nach demjenigen der Landwirtschaft.**

Das landwirtschaftliche Gewerbe stimmt mit dem forstwirtschaftlichen in vielen Punkten überein, es bestehen jedoch zwischen beiden auch einige wesentliche Verschiedenheiten.

A) Vorzüge der Forstwirtschaft sind u. a. folgende:

a) Daß der Wald, wenn er einmal zum jährlichen Betriebe eingerichtet ist, gleiche Erträge liefert, während die Größe der landwirtschaftlichen Ernte von Jahr zu Jahr wechselt und mitunter sehr bedeutenden Schwankungen unterliegt;

b) daß die letztere stets innerhalb kurzer Zeit verwertet werden muß, während der Forstwirt in der Lage ist, den vorliegenden Handels-Konjunkturen dadurch Rechnung zu tragen, daß er begehrte Sortimente in verstärktem, augenblicklich im Preise gesunkene dagegen in vermindertem Maße zur Fällung bringt oder letztere vorläufig ganz stehen läßt;

c) daß die Forstwirtschaft kein oder nur wenig bares Betriebskapital, auch ein minder zahlreiches Personal verlangt und weniger Mühe verursacht, als die Verwaltung eines Landgutes von gleichem Kapitalwerte.

B) Nachteile der Forstwirtschaft sind:

a) daß sie, wenn die Holzbestände erst begründet werden müssen oder noch jung sind, eine Reihe von Jahren hindurch keine oder nur geringe Erträge gewährt;

b) daß sie für den Grundeigentümer weniger Gelegenheit zum Arbeitsdienst bietet;

c) daß Waldungen ohne großes Risiko für den Eigentümer sich nicht verpachten lassen; insbesondere nicht in kleineren Parzellen, die bei landwirtschaftlicher Benutzung oft verhältnismäßig höhere Pachterträge abwerfen, als große Güter;

d) daß die Vorausbestimmung der Walderträge an Unzuverlässigkeit leidet, während die Größe des durchschnittlich-jährlichen Reinertrages der Landwirtschaft gewöhnlich schon aus den Wirtschaftsbüchern sich entnehmen läßt oder ortsbekannt ist.

Was die Sicherheit der Kapitalanlage anlangt, so kommt in Betracht, daß beim Walde der Zuwachs einer längeren Reihe von Jahren (in maximo einer ganzen Umtriebszeit) zu Grunde gerichtet werden kann (z. B. durch Feuer), während beim Felde höchstens der einjährige Zuwachs auf dem Spiele steht. Indessen läßt sich hieraus keineswegs der Schluß ziehen, daß die möglichen Verluste bei der Forstwirtschaft größer seien, als bei der Agrikultur. Vielmehr dürfte anzunehmen sein, daß jener Nachteil auf der anderen Seite durch die größere Häufigkeit des Eintretens widriger Naturereignisse — Hagelschaden u. dgl. — ausgeglichen werde. Allerdings läßt die Landwirtschaft in gewissen Fällen eine Versicherung zu, die Forstwirtschaft nicht.

Aus Vorstehendem folgt, daß der landwirtschaftliche Zinsfuß nicht ohne weiteres als forstwirtschaftlicher angenommen werden kann. Es müßte also jener Zinsfuß nach Maßgabe der Licht- und Schattenseiten der beiden Gewerbe geändert werden. Die Lösung dieser Aufgabe ist jedoch mit ähnlichen Schwierigkeiten verbunden, wie die Herleitung des forstlichen Zinsfußes aus dem landesüblichen (s. o.).

3) Bestimmung des Zinsfußes auf Grundlage forststatistischen Materials.

a) Herleitung des Zinsfußes aus Boden-Verkaufswert und -Erwartungswert.

Im I. Kapitel des „Angewandten Teils“ ist unter II. die Methode

entwickelt, nach welcher der Wert des Waldbodens (Be) aus dessen zu erwartenden Erträgen — abzüglich der erforderlichen Kostenaufwände — abgeleitet werden kann. Die betr. Formel lautet

$$Be = \frac{Au + Da \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots - c \cdot 1{,}0\,p^{u}}{1{,}0\,p^{u} - 1} - \frac{v}{0{,}0\,p}.$$

Wäre nun nicht allein die Größe der mutmaßlichen Erträge (Au, Da ...) und Kosten (c, v) durch eine passende Geldertragstafel gegeben, sondern auch der ortsübliche Verkaufswert des Waldbodens durch eine hinreichende Anzahl wirklich vollzogener Verkäufe festgestellt, so könnte jener für Be eingesetzt und alsdann durch versuchsweise Einführung verschiedener Werte für p derjenige Zinsfuß ermittelt werden, welcher die Gleichung erfüllt.

Gegen die grundsätzliche Richtigkeit dieses Verfahrens, welches im wesentlichen zuerst von Egger (Allg. Forst- und Jagdzeitung 1854, S. 345) vorgeschlagen worden ist, läßt sich nichts einwenden. Da aber die obigen Bedingungen für dessen Anwendbarkeit — zweifellos richtige Einschätzung der Erträge, Kosten und des Bodenwertes — nur selten vorliegen werden, so wird auch der hieraus abgeleitete Zinsfuß nicht als unbestritten zutreffend gelten dürfen. Insbesondere wird zu beachten sein, daß Verkäufe von Waldboden vielfach nur bei kleineren Parzellen vorkommen, für welche z. B. der Besitzer eines angrenzenden größeren Waldes mehr als den reinen Bodenwert zahlen kann, weil Schutz und Verwaltung durch das vorhandene Personal ohne besonderen Kostenaufwand besorgt werden können. In dem Kaufpreise ist demnach nicht allein Be, sondern auch der größere Teil von $\frac{v}{0{,}0\,p}$ (ausschließlich der Grundsteuer rc.) enthalten. Wollte man aber jenen Boden-Verkaufswert auf größere Waldflächen, z. B. ein ganzes Revier anwenden, so müßte derselbe folgerichtigerweise um einen entsprechenden Betrag vermindert werden.

Immerhin wird das besprochene Verfahren dazu dienen können, diejenigen Grenzen, innerhalb deren die Wahl des Zinsfußes sich zu bewegen hat, mit den thatsächlichen Verhältnissen des wirtschaftlichen Lebens in Übereinstimmung zu bringen.

Die Auffindung des Prozentsatzes p, welcher der obigen Gleichung Genüge leistet, kann mittelst der Newtonschen Näherungsmethode erleichtert werden. Hat man nämlich durch Probieren einen Prozentsatz p_1 gefunden, welcher dem richtigen schon nahe kommt, so setzt man $p = p_1 + y$ und findet y annähernd aus

$$y = -\frac{f(p_1)}{f'(p_1)},$$

wobei $f(p_1)$ die für p_1 entwickelte Funktion und $f'(p_1)$ deren Differentialquotienten bedeutet.

Bezeichnen wir den sog. „Bodenbruttowert“ $\left(B + \frac{V}{0{,}0\,p}\right)$ mit Bb und setzen $1{,}0\,p_1$ der Kürze halber $= x$, so ist

$$Bb = \frac{Au + Da \cdot x^{u-a} + \cdots - c \cdot x^u}{x^u - 1};$$

oder als Funktion von x entwickelt (welche bei Einführung des richtigen $p = 0$ werden müßte):

$$f(x) = Au + Bb + Da \cdot x^{u-a} + \cdots - (Bb + c)\, x^u.$$

Ebenso der Differentialquotient

$$f'(x) = (u-a)\, Da \cdot x^{u-a-1} + \cdots - u\,(Bb + c)\, x^{u-1}.$$

Beide Funktionen werden ausgerechnet und dann $y = -\frac{f(x)}{f'(x)}$ gesetzt; erforderlichen Falles aber die ganze Operation mit dem so gefundenen Näherungswerte von p nochmals wiederholt.

Beispiel: Es sei nach Anlage H bei 60jährigem Kiefern-Umtrieb

$$A_{60} = 2359$$
$$D_{40} = 38$$
$$D_{50} = 112,$$

ferner $c = 60$ und Bb nach Analogie mehrfacher Verkäufe $= 600$ anzunehmen. Setzen wir p_1 vorläufig $= 3$, also $x = 1{,}03$, so wird

$$f(x) = 2359 + 600 + 38 \,.\, 1{,}03^{20} + 112 \,.\, 1{,}03^{10} - 660 \,.\, 1{,}03^{60} = -710{,}3 \text{ und}$$

$$f'(x) = 20 \,.\, 38 \,.\, 1{,}03^{19} + 10 \,.\, 112 \,.\, 1{,}03^{9} - 60 \,.\, 660 \,.\, 1{,}03^{59} = -223718.$$

Folglich $y = -\frac{710{,}3}{223718} = -0{,}0032$; d. h. der gesuchte Prozentsatz p ist $= 2{,}68$ oder rund $= 2{,}7$. Führen wir diesen in die Bodenwertformel ein, so ergiebt sich $Bb = 576$; also in der That nahezu der richtige Betrag. Für $p = 2{,}6\,\%$ würde man $Bb = 624$ erhalten haben.

b) Herleitung des Zinsfußes aus Bestandes-Kostenwert und -Erwartungswert[1]).

Die hierfür gebräuchlichen Formeln sind im II. Kapitel des „angewandten Teiles“ unter II, 1 und 2 entwickelt; nämlich

$$He_m = \frac{Au + Dn \cdot 1{,}0\,p^{u-n} + \cdots - (B + V)\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}} \text{ und}$$

$$Hk_m = (B + V)\,(1{,}0\,p^m - 1) + c \cdot 1{,}0\,p^m - Da \cdot 1{,}0\,p^{m-a} - \cdots.$$

1) Borggreve, Forstabschätzung S. 390.

Wären nun für einen m-jährigen Bestand der Ankaufspreis oder der ortsübliche Verkaufswert des Bodens sowie die seitherigen Erträge und Kosten für Anbau, Verwaltung, Steuern rc. bekannt, bezw. den geführten Büchern zu entnehmen; wären ferner die noch zu erwartenden Erträge nebst zugehörigen Ausgaben zuverlässig abgeschätzt; so könnte durch Gegenüberstellung beider Bestandswerte und probeweise Einführung verschiedener Beträge für p derjenige Prozentsatz gefunden werden, welcher die Gleichung erfüllt; d. i. der thatsächliche forstwirtschaftliche Zinsfuß.

Da aber die obigen Bedingungen nur selten gegeben sind und es selbst in diesem Falle noch zweifelhaft bleibt, ob der so gefundene Zinsfuß nicht etwa ein ausnahmsweise großer oder kleiner sein wird, so dürfte von diesem Verfahren in der Praxis noch weniger Gebrauch zu machen sein, als von dem vorigen. In der Ausführung stimmen beide übrigens völlig überein; denn die Gleichsetzung von He_m und Hk_m oder

$$\frac{Au + Da \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= (B + V)(1{,}0p^{m} - 1) + c \cdot 1{,}0p^{m} - Da \cdot 1{,}0p^{m-a} - \cdots$$

führt ebenfalls zu der unter a) entwickelten Funktion, bezw. zur Formel des Bodenerwartungswertes.

c) Herleitung des Zinsfußes aus Waldrente (Waldreinertrag) und Waldwert. (Jährlicher Betrieb.)

Gesetzt es sei der Wert W eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes, welcher den jährlichen Reinertrag R liefert, durch einen wirklich vollzogenen Verkauf bekannt, so findet man das gesuchte Prozent aus der Gleichung

$$p = \frac{J}{K}\,100 = \frac{R}{W}\,100.$$

Beispiel. Ein zum jährlichen Betriebe eingerichteter Wald, welcher jährlich die in Tabelle A für die 70jährige Umtriebszeit angegebenen Erträge liefert, sei zu 100000 Mk. verkauft worden. Der Kulturkostenaufwand betrage 24 Mk., die jährliche Ausgabe für Verwaltung rc. 252 Mk. Nach Kap. IV des „Angewandten Teils“ ist der jährliche Waldreinertrag =

$$2970 + 12 + 42 + 57{,}6 + 67{,}2 - (24 + 252) = 2952$$

und p stellt sich auf $\frac{2952}{100000}\,100 = 2{,}95$.

Die eben angegebene Methode der Zinsfußermittlung ist von den Mängeln der vorigen frei, weil die Bezifferung der Waldrente nicht auf Schätzung, sondern auf sicheren Angaben beruht. Indem der Käufer angiebt, welchen Kapitalwert er für einen bekannten jährlichen Reinertrag bietet, macht er zugleich, wenn auch nur indirekt, den Zinsfuß namhaft, welchen er der Waldwirtschaft unterlegt.

Die Anwendbarkeit dieser Methode ist jedoch an folgende Bedingungen geknüpft: 1) daß der Ertrag des verkauften Waldes seit einer Reihe von Jahren genau gebucht war und voraussichtlich auch in Zukunft der nämliche bleiben wird, weil andernfalls der Käufer, wegen der Unsicherheit der Einnahmen, mit einem höheren Prozent rechnen müßte; 2) daß der Wald wenigstens annähernd im Normalzustand für den jährlichen Betrieb sich befand, insbesondere kein beträchtliches Vorrats-Plus oder Defizit enthielt; 3) daß keine Liebhaberpreise gezahlt wurden und daß, was übrigens auch für die Methoden a und b gilt, eine hinreichende Zahl von Käufern konkurrierte. Denn fehlt es an solchen, so wird der Wald von dem bedürftigen Verkäufer unter dem wahren Werte losgeschlagen werden müssen.

Den vorstehend angegebenen Bedingungen ist bei den dem Verf. bekannt gewordenen Waldverkäufen nicht Genüge geleistet worden; sie sind überhaupt schwer zu erfüllen.

Nach Rau (Finanzwissenschaft, 5. Aufl., S. 184) wurden in Frankreich von 1831—1835 116780 Hektar Staatswald für 114297000 Fr. veräußert. Diese Waldungen hatten bisher 4140000 Fr. ertragen, wovon aber für Aufsichtskosten 143600 Fr. abgingen; der reine Ertrag war also 3996400 Fr. Die Grundsteuer, in welche die verkauften Waldstücke eintraten, betrug 261475 Fr., mithin der Zinsfuß für die Käufer (3996400 — 261475) 100 : 114297000 = 3,27 %. Man vermißt jedoch einen Nachweis darüber, ob der Bestand der fr. Waldungen und die Zahl der konkurrierenden Käufer den vorerwähnten Bedingungen entsprach. An ähnlichen Mängeln leiden mehrere andere statistische Notizen, welche dem Verfasser zu Gesicht kamen, weshalb von deren Mitteilung hier Abstand genommen wird.

Bis jetzt bietet die Statistik nicht das Material dar, welches vorhanden sein müßte, um den bei Waldwertrechnungen anzuwendenden Zinsfuß auf forstlicher Unterlage bestimmen zu können. Unter diesen Umständen bleibt vorerst nichts übrig, als auch von den Methoden 1) und 2) ungeachtet ihrer Unvollkommenheiten Gebrauch zu machen. Namentlich möchte sich die Anwendung des landwirtschaftlichen Zinsfußes empfehlen, wobei es demjenigen, welcher sich hierzu die Fähigkeit zutraut, überlassen bleibt, diesen Zinsfuß nach Maßgabe der unter

2) A und B aufgeführten Momente zu verändern. Da Landgüter häufig zum Verkaufe kommen, da man außerdem die Schätzungswerte vieler Landgüter kennt, so kann es nicht schwer fallen, den örtlich üblichen landwirtschaftlichen Zinsfuß ausfindig zu machen. Je größer das hierbei zu benutzende statistische Material ist, um so eher darf man hoffen, daß etwa vorgekommene Liebhaberpreise keinen erheblichen Einfluß auf die Bestimmung des Zinsfußes äußern werden. — Im großen Durchschnitt mag der landwirtschaftliche Zinsfuß im mittleren Deutschland etwa 2—3 % betragen.

Auf Grund der vorstehenden oder ähnlicher Betrachtungen empfiehlt die Mehrzahl der neueren Forstschriftsteller die Anwendung eines „forstlichen Zinsfußes", welcher je nach Absatzlage, Holz- und Betriebsart, Umtriebszeit u. s. w. zwischen 2,5 und 4 % schwankt. Nur Helferich[1]) und Borggreve[2]) fordern die Rechnung mit 5 oder 6 %, kommen dadurch aber in Widerspruch mit der von letzterem selbst[3]) zugegebenen Thatsache, daß Renten von dieser Höhe aus den Bodenwirtschaften kaum irgendwo in Kulturländern erzielt werden.

Die Frage, ob für verschiedene Wirtschaftsformen der nämliche oder ein verschiedener Zinsfuß anzunehmen sei, wird im IV. Kapitel berührt. Hier sei nur noch erwähnt, daß bei längeren Umtrieben auch die leichtere Realisierbarkeit[4]) eines größeren Teiles vom Holzvorrats-Kapital für die Anwendung eines geringeren Zinsfußes spricht. Vgl. auch Note 1 im Anhang.

Es ist endlich auch die Frage[5]) aufgeworfen worden, ob die in der Forstwirtschaft thätigen, teils stehenden, teils umlaufenden Kapitalien die Rechnung mit gleichem oder ungleichem Zinsfuße erfordern. Für letzteren können wir uns aus dem unter II, 1, d angegebenen, sowie auch aus dem Grunde nicht aussprechen, weil nach II, 1, b die Sicherheit der Kapitalanlage in Boden einer- und in Holzbeständen andererseits nicht sehr wesentlich verschieden ist. Übrigens wird sich im I. Kapitel des angewandten Teiles Gelegenheit finden, hierauf nochmals zurückzukommen.

In der Bayerischen „Anleitung zu Werthbestimmungen für das königliche Aerar" vom Jahr 1844 ist ein Zinsfuß von 3½ % vorgeschrieben; in

---

1) Zeitschrift für die gesammte Staatswissenschaft, 1867, Heft 1. — Forstliche Blätter 1872, S. 4.

2) Forstreinertragslehre 1878, S. 82. — Forstabschätzung 1888, S. 400.

3) Forstabschätzung S. 398.

4) Borggreve, Forstabschätzung S. 397.

5) Baur, Handbuch ꝛc. 1886, S. 101.

der neueren Zeit wird jedoch bei diesen Wertbestimmungen ein Zinsfuß von $2\frac{1}{2}$ % angewandt. — Nach Burckhardt (Waldwerth, 1860, S. 99) kann der Zinsfuß bei Waldwertrechnungen dem bei Güteranschlägen (in Hannover) üblichen Zinsfuße von 3 % füglich gleichgestellt werden. Weiter bemerkt Burckhardt (a. a. O., S. 96), daß die Hannoverischen Expropriationsgesetze den geschätzten Ertrag der zu enteignenden Grundstücke mit 3 % oder dem $33\frac{1}{3}$ fachen Reinertrage entschädigen, daß bewährte Landwirte bei Güteranschlägen nach demselben Zinsfuße kalkulieren, daß bei Grundverkäufen viel häufiger der dreiprozentige, als ein höherer Zinsfuß verwirklicht werde und daß man sich im Hannoverschen, wenn bei Abfindung servitutischer Berechtigungen, namentlich Holzberechtigungen, an die Stelle von Grundabfindung Kapitalzahlung trete, häufig schon dazu verstehe, die Nutzung mit 3 % zu kapitalisieren, obgleich die Hannoverschen Gesetze über Ablösung der grund- und gutsherrlichen Lasten für die Kapitalisierung der abzulösenden festen Geld- und Naturalgefälle, wie der veränderlichen Gefälle, den Zinsfuß von 4 % bestimmen. Nach Preßler (Rat. Waldwirth, S. 10) soll man als Wirtschaftszinsfuß bei der fiskalischen Forstwirtschaft $3\frac{1}{2}$ %, bei Korporations- und großem Privat-Waldbau 4 %, bei der kleinen und spekulativen Privatwirtschaft $4\frac{1}{2}$ % zu Grunde legen, denselben aber, je nachdem die Konservierung einer gewissen örtlichen Holzproduktion gänzlich gleichgültig oder gegenteils einer pekuniären Verzichtleistung wert erscheine, nach Befinden um $\frac{1}{2}$ % höher oder tiefer festsetzen. — Die Königl. Sächsische Generalverordnung vom 15. Januar 1861 schreibt zur Veranschlagung des Bodenwertes von Waldgrundstücken, welche dem Staatsfiskus zum Ankauf offeriert werden, einen Zinsfuß von 3 % vor; nach der Generalverordnung vom 27. Juli 1874 soll aber außerdem, und zwar mit Rücksicht auf die hinsichtlich der Geldverhältnisse und des herrschenden Zinsfußes mittlerweile eingetretenen Veränderungen, noch der Zinsfuß von $3\frac{1}{2}$ % in Anwendung gebracht werden, und behält sich das Finanzministerium die Wahl zwischen den beiden Resultaten vor (Tharander forstl. Jahrbuch, 1875, 25. Band, 1. Heft, S. 89). — Nach der „Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preußischen Ministerial-Forstbureau", 1866, soll man zur „Diskontierung" aussetzender Renten einen Zinsfuß von 3 %, zur „Kapitalisierung" jährlicher Renten (mit Ausnahme der Jagdbenutzung, welche mit 3 % kapitalisiert wird) einen Zinsfuß von 5 % benutzen. Da jedoch (siehe Note 2, Formel VII) die Kapitalisierung nichts Anderes als die Diskontierung ist, indem jede jährliche Rente aus einer Reihenfolge von intermittierenden Renten besteht, so läßt sich die Anwendung verschiedener Zinsfüße bei der Berechnung des Jetztwertes aussetzender und jährlicher Renten nicht rechtfertigen. — In Württemberg sind die Forstbeamten angewiesen, bei Waldwertrechnungen einen „der Zinszinsrechnung entsprechenden mäßigen Zinsfuß" zu Grunde zu legen (Die forstl. Verhältnisse Württembergs, 1880, S. 167).

III. Kapitel.

Die Zinseszinsrechnung.

Erster Abschnitt.

Zusammenstellung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung [1]), mit erläuternden Beispielen.

I. Prolongierung oder Bestimmung des Nachwertes.

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Kapital V erlangt bei einem Zinsfuß von p % binnen n Jahren den Wert

$$N = V \cdot 1{,}0p^n \qquad \text{I.}$$

Aufgabe 1 zu Formel I [2]). Der Kostenaufwand für Anzucht und Verpflanzung eines Eichenheisters betrage 0,2 Mark; welchen Gelderlös muß diese Eiche bei der im 200. Jahre erfolgenden Fällung gewähren, wenn nur der mit 5 % aufwachsende Nachwert der Kulturkosten gedeckt werden soll?

Auflösung. $N = 0{,}2 \cdot 1{,}05^{200} = 3458{,}52$ Mark [3]).

Aufgabe 2 zu Formel I. Ein Hektar Kiefernwald gewähre im 30. Jahre einen Zwischennutzungserlös von 42 Mark. Welchen Haubarkeitsertrag ersetzt jene Nutzung, wenn man annimmt, daß dieselbe mit 4 % verzinslich angelegt wird und daß die Umtriebszeit 120 Jahre beträgt?

Auflösung. $N = 42 \cdot 1{,}04^{90} = 1433$ Mark.

---

1) Eine Anleitung zur Entwicklung dieser Formeln enthält Note 2 (am Schlusse der vorliegenden Schrift).

2) Dem Anfänger empfehlen wir, diese und die folgenden Aufgaben dieses I. Abschnittes vorerst mit Logarithmen, später aber mittelst der Faktorentafeln zu berechnen, nachdem er den Gebrauch derselben (siehe den folgenden Abschnitt) kennen gelerut hat. Wir machen jedoch darauf aufmerksam, daß die Resultate der logarithmischen Rechnung mit denjenigen der Faktorentafeln nicht immer ganz genau übereinstimmen. Der Unterschied hat darin seinen Grund, daß die Faktorentafeln nur eine gewisse Anzahl von Decimalstellen angeben. Benutzt man eine 7stellige Logarithmentafel, so erhält man mitunter ein weniger genaues Resultat, als mittelst der Faktorentafeln, weil diese mit größeren Logarithmentafeln berechnet wurden. Die logarithmische Berechnung der im I. Abschnitt enthaltenen Beispiele wurde durchaus mit 7stelligen Logarithmen ausgeführt; alle übrigen Beispiele, welche in dieser Schrift vom II. Abschnitt des III. Kapitels an vorkommen, sind mittelst der Faktorentafeln berechnet worden.

3) Will man aus dem vorstehenden Resultate eine praktische Folgerung ziehen, so kann dieselbe nur dahin gehen, daß die Holzzucht bei hohen Kulturkosten, hohen Umtriebszeiten und bei Unterstellung eines hohen Zinsfußes nicht lohnt.

II. Diskontierung oder Bestimmung des Vorwertes.

Der gegenwärtige Wert V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ergiebt sich mittelst der Formel

$$V = \frac{N}{1{,}0\,p^n} \qquad \text{II.}$$

Aufgabe zu Formel II. Welchen Jetztwert besitzt ein Erlös von 120 Mark, wenn derselbe einmal von einer im 20. Jahre erfolgenden Durchforstung, das andere Mal von einer im 180. Jahre eingehenden Haubarkeitsnutzung herrührt? Zinsfuß = $3^1/_2$ %.

Auflösung. Im ersten Fall $\frac{120}{1{,}035^{20}} = 60{,}31$ Mark, im zweiten Fall $\frac{120}{1{,}035^{180}} = 0{,}245$ Mark.

III. Rentenrechnung.

1) Summierung von Renten.

A. Summierung der Nachwerte von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente R erlangt nach m n Jahren den Summenwert

$$S_n = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1} \qquad \text{III.}$$

Aufgabe zu Formel III. Ein Hektar Buchenhochwald liefere im 85., 90., 95., 100., 105. und 110. Jahre jedesmal einen Mastpachterlös von 24 Mark. Zu welcher Summe wächst diese Einnahme bis zum Ende des 110. Jahres an? Zinsfuß = $4^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{24\,(1{,}045^{30} - 1)}{1{,}045^5 - 1} = 267{,}64$ Mark.

b) Jährliche Renten.

Eine alljährlich am Jahresschlusse und im ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwert

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p} \qquad \text{IV.}$$

Aufgabe 1 zu Formel IV. Die jährliche Jagdbenutzung eines Waldes sei pro Hektar zu 40 Pfennigen verpachtet; auf welche Summe wächst dieser Pachtertrag mit 3% Zinsen bis zu Ende des 100. Jahres an?

Auflösung. $\frac{0{,}4\,(1{,}03^{100} - 1)}{0{,}03} = 242{,}91$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel IV. Der Eigentümer eines Waldes zahlt für Verwaltung, Schutz und Steuern jährlich pro Hektar 3,6 Mark. Zu

welcher Summe wächst dieser Aufwand mit 2½ % Zinsen bis zum Ende des 30. Jahres an?

Auflösung. $\frac{3,6\,(1,025^{30} - 1)}{0,025} = 158,05$ Mark.

Aufgabe 3 zu Formel IV. Ein Hektar Waldboden, welcher soeben mit Kiefern in weitläufigem Verbande bepflanzt worden ist, verspricht vom 1.—6. Jahre jährlich am Jahresschlusse für Grasnutzung einen Erlös von 1,6 Mark zu liefern. Auf welchen Betrag wächst diese Einnahme mit 2 % Zinsen bis zum Ende des 80. Jahres an?

Auflösung. Nach Formel IV ist die Summe der Nachwerte dieser 6 Einnahmen am Ende des 6. Jahres $= \frac{1,6\,(1,02^{6} - 1)}{0,02}$. Dieser Wert ist nach Formel I noch 80 — 6 = 74 Jahre weiter zu prolongieren; demnach erhalten wir $\frac{1,6\,(1,02^{6} - 1)}{0,02} \cdot 1,02^{74} = 43,69$ Mark.

B. Summierung der **Vor**werte von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im ganzen n mal eingehende Rente R hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Wert

$$S_v = \frac{R\,(1,0p^{mn} - 1)}{1,0p^{mn}\,(1,0p^{m} - 1)} \qquad \text{V.}$$

Aufgabe zu Formel V. Ein Kiefernbestand liefere vom 45. (einschl.) bis zum 100. (einschl.) Jahre alle 5 Jahre einen Ertrag an Zapfen im Werte von 6 Mark; welchen Wert hat dieser Erlös am Ende des 40. Jahres? Zinsfuß = 3½ %.

Auflösung. $\frac{6\,(1,035^{60} - 1)}{1,035^{60}\,(1,035^{5} - 1)} = 27,91$ Mark.

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Wert

$$S_v = \frac{r\,(1,0p^{n} - 1)}{1,0p^{n} \cdot 0,0p} \qquad \text{VI.}$$

Aufgabe 1 zu Formel VI. Ein Waldeigentümer verpachtet einen Hektar Waldboden zur landwirtschaftlichen Benutzung auf 4 Jahre gegen eine jährliche Abgabe von 36 Mark; welchen Jetztwert hat dieser 4malige Pachterlös? Zinsfuß = 4 %.

Auflösung. $\frac{36\,(1,04^{4} - 1)}{1,04^{4} \cdot 0,04} = 130,68$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel VI. Welche Geldsumme muß ein Waldeigentümer gegenwärtig besitzen, um in den nächsten 30 Jahren die Ausgabe für

Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesamtbetrag von 3,6 Mark bestreiten zu können? Zinsfuß = 5 %.

Auflösung. $\frac{3,6\ (1,05^{30} - 1)}{1,05^{30} \cdot 0,05} = 55,34$ Mark.

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Wert S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0,0\,p} \qquad \text{VII.}$$

Aufgabe 1 zu Formel VII. Ein zum strengsten jährlichen Betriebe eingerichteter Wald liefere pro Hektar einen jährlichen Reinertrag von 60 Mark. Wie groß ist die Summe der Jetztwerte aller dieser Erträge? Zinsfuß = $2^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{60}{0,025} = 2400$ Mark.

Aufgabe 2 zu Formel VII. Welches Geldkapital muß ein Waldeigentümer besitzen, um aus den Interessen desselben die jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern im Gesamtbetrag von 3,6 Mark bestreiten zu können? Zinsfuß = 5 %.

Auflösung. $\frac{3,6}{0,05} = 72$ Mark.

β) Der gegenwärtige Wert S_v einer von jetzt an alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R}{1,0p^n - 1} \qquad \text{VIII.}$$

Aufgabe zu Formel VIII. Ein Kiefernbestand liefere alle 60 Jahre eine Abtriebsnutzung von 2062,8 Mark. Welchen Jetztwert besitzen diese sämtlichen Nutzungen? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. $\frac{2062,8}{1,03^{60} - 1} = 421,70$ Mark.

γ) Der gegenwärtige Wert S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1} \qquad \text{IX.}$$

Aufgabe zu Formel IX. Wie groß ist der gegenwärtige Wert einer Durchforstungsnutzung, welche im Betrage von 57,6 Mark zum ersten Male nach 40 Jahren und dann alle 100 Jahre erfolgt? Zinsfuß = $3^1/_2$ %.

Auflösung. $\frac{57.6 \cdot 1,035^{60}}{1,035^{100} - 1} = 15,03$ Mark.

δ) Der gegenwärtige Wert S_v einer zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} \qquad \text{X.}$$

Aufgabe zu Formel X. Welches Kapital muß der Waldeigentümer besitzen, um die Kulturkosten zu bestreiten, welche jedesmal zu Anfang einer 120 jährigen Umtriebszeit im Betrage von 24 Mark zu verausgaben sind? Und wie groß ist dieses Kapital für eine 60 jährige Umtriebszeit? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Für die 120jährige Umtriebszeit $\frac{24 \cdot 1{,}03^{120}}{1{,}03^{120} - 1} = 24{,}71$ Mark;

für die 60 jährige Umtriebszeit $\frac{24 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1} = 28{,}91$ Mark.

2) Verwandlung einer **aussetzenden** Rente **R** in eine **jährliche** Rente **r.**

a) Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XI.}$$

Aufgabe zu Formel XI. Ein Hektar Landes liefere bei forstlicher Benutzung jedesmal am Ende der zu 60 Jahren angenommenen Umtriebszeit einen reinen Erlös von 7200 Mark, während er als Feld einen jährlichen Reinertrag von 60 Mark abwerfen würde. Welche Benutzungsweise ist die vorteilhaftere? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Verwandelt man den Erlös von 7200 Mark in eine jährliche Rente, so erhält man $\frac{7200}{1{,}03^{60} - 1} \cdot 0{,}03 = 44{,}16$ Mark. Mithin ist die landwirtschaftliche Benutzungsweise dieses Bodens die einträglichere.

Anmerkung. Formel XI erhält man auch, wenn man eine nach n Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt.

b) Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XII.}$$

Aufgabe zu Formel XII. Welche jährliche Rente würde einem Waldeigentümer zu entrichten sein, wenn derselbe auf einen Durchforstungsertrag von 240 Mark verzichten sollte, welchen ein mit 100 jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Wald jedesmal im 40. Bestandesjahre abwirft? Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. $\frac{240 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{100} - 1} \cdot 0{,}03 = 2{,}33$ Mark.

Anmerkung. Formel XII erhält man auch, wenn man eine nach m Jahren nur einmal eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt.

c) Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} \cdot 0{,}0p \qquad \text{XIII.}$$

Aufgabe zu Formel XIII. Es soll der Kulturkostenaufwand, welcher jedesmal zu Anfang einer 120jährigen Umtriebszeit 24 Mark beträgt, in eine jährliche Ausgabe verwandelt werden. Wie hoch stellt sich letztere? Und wie groß ist sie für eine 60jährige Umtriebszeit? Zinsfuß = 3%.

Auflösung. Für den 120jährigen Umtrieb $\frac{24 \cdot 1{,}03^{120}}{1{,}03^{120} - 1} \cdot 0{,}03 = 0{,}74$ Mark; für den 60jährigen Umtrieb $\frac{24 \cdot 1{,}03^{60}}{1{,}03^{60} - 1} \cdot 0{,}03 = 0{,}87$ Mark.

Anmerkung. Formel XIII erhält man auch, wenn man eine Einnahme R, welche nur einmal, und zwar im Jahre 0 erfolgt, in eine n malige Rente r verwandelt.

Zweiter Abschnitt.

Faktorentafeln für die Zinseszinsrechnung.

Zur Abkürzung der Rechnung hat man die konstanten Faktoren der Zinsformeln für verschiedene Zinsfüße und Prolongierungs-, bezw. Diskontierungszeiten im voraus berechnet, so daß es bei der Anwendung jener Formeln nur erübrigt, die betreffenden Faktoren mit V, N, R oder r zu multiplizieren. Hierzu kann man sich der Logarithmen bedienen; weit mehr fördert aber der Gebrauch solcher Rechentafeln, aus welchen die Produkte zweier Faktoren entweder unmittelbar entnommen, oder (bei größeren Zahlen) durch bloßes Addieren gewonnen werden können, wie z. B. der Rechentafeln von Crelle (Berlin, bei Reimer).

Es ist indessen nicht erforderlich, für sämtliche Formeln der Zinsrechnung Faktorentafeln zu besitzen. Mit den am Schlusse dieses Werkes befindlichen drei Tafeln reicht man vollkommen aus.

Tafel I enthält den Faktor $1{,}0p^n$.

" II " " " $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Tafel III enthält den Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

Die Mehrzahl der Schriften über Waldwertrechnung (z. B. diejenigen von Cotta, v. Gehren, Hierl, Breymann, Burckhardt, Baur, Wimmenauer) sowie einige forstwirtschaftliche Hilfstafeln (z. B. G. L. Hartigs Kubiktabellen, Preßlers holzwirtschaftliche Tafeln), ebenso auch der Forst- und Jagdkalender, herausgegeben von Judeich und Behm, enthalten Zinstafeln. Denjenigen der neueren Schriften ist ausschließlich die Zinseszinsrechnung zu Grunde gelegt, während einzelne ältere auch auf einfachen Zinsen, beschränkten Zinseszinsen, arithmetischen oder geometrischen Mittelzinsen beruhen. Die von uns mitgeteilten Tafeln, deren Aufstellung und Druck mit größter Sorgfalt bewerkstelligt wurde, umfassen die Zinsfüße von $\frac{1}{2}$ bis zu 5 %, mit Abstufungen von je $\frac{1}{2}$ %.

Nachstehend soll die Anwendung der Faktorentafeln für die im vorigen Abschnitt enthaltenen Formeln gezeigt werden.

Formel I. Man multipliziert V mit dem Faktor von Tafel I. Es sei z. B. $V = 0{,}2$, $n = 200$, $p = 5$, so ist $N = 0{,}2 \cdot 17292{,}5808 = 3458{,}52$.

Formel II. Man multipliziert N mit dem Faktor von Tafel II. Es sei z. B. $N = 120$, $n = 20$, $p = 3\frac{1}{2}$, so ist $V = 120 \cdot 0{,}5026 = 60{,}31$.

Formel III. Man multipliziert R mit dem um 1 verminderten Faktor von Tafel I und dieses Produkt mit dem Faktor aus Tafel III. Es sei z. B. $R = 24$, $p = 4\frac{1}{2}$, $m = 5$, $n = 6$, also $mn = 30$, so ist $S_n = 24 \cdot 2{,}7453 \cdot 4{,}062 = 267{,}63$.

Formel IV. Man multipliziert r mit dem um 1 verminderten Faktor von Tafel I und dividiert das Produkt aus der Hand durch 0,0p oder multipliziert dasselbe mit dem Faktor für das Jahr 1 aus Tafel III. Es sei z. B. $r = 3{,}6$, $n = 30$, $p = 2\frac{1}{2}$, so ist $S_n = \frac{3{,}6 \cdot 1{,}0976}{0{,}025}$ oder auch $= 3{,}6 \cdot 1{,}0976 \cdot 40 = 158{,}05$.

Formel V. Man multipliziert R mit dem um 1 verminderten Faktor von Tafel I, und dieses Produkt mit den Faktoren von den Tafeln II und III. Es sei z. B. $R = 6$, $p = 3\frac{1}{2}$, $m = 5$, $n = 12$, also $mn = 60$, so ist $S_v = 6 \cdot 6{,}8781 \cdot 0{,}1269 \cdot 5{,}328 = 27{,}90$.

Formel VI. Man multipliziert r mit dem um 1 verminderten Faktor von Tafel I, dann mit dem Faktor von Tafel II und dividiert das Produkt aus der Hand mit 0,0p oder multipliziert dasselbe mit

dem Faktor für das Jahr 1 aus Tafel III. Es sei z. B. $r = 36$, $n = 4$, $p = 4$, so ist $S_v = \frac{36 \cdot 0,1699 \cdot 0,8548}{0,04}$ oder auch

$$36 \cdot 0,1699 \cdot 0,8548 \cdot 25 = 130,71.$$

Formel VII. Man dividiert r aus der Hand mit 0,0p oder man multipliziert dasselbe mit dem Faktor für das Jahr 1 aus Tafel III. Es sei z. B. $r = 60$, $p = 2\frac{1}{2}$, so ist $60 \cdot 40 = 2400$.

Formel VIII. Man multipliziert R mit dem Faktor von Tafel III. Es sei z. B. $R = 2062,8$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $S_v = 2062,8 \cdot 0,2044 = 421,64$.

Formel IX. Man multipliziert R mit den Faktoren von den Tafeln I und III. Es sei z. B. $R = 57,6$, $p = 3\frac{1}{2}$, $m = 40$, $n = 100$, also $n - m = 60$, so ist $S_v = 57,6 \cdot 7,8781 \cdot 0,03312 = 15,03$.

Formel X. Man multipliziert R mit den Faktoren von den Tafeln I und III. Es sei z. B. $R = 24$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $S_v = 24 \cdot 5,8916 \cdot 0,2044 = 28,90$.

Formel XI. Man multipliziert R mit dem Faktor von Tafel III und das Produkt mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 7200$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 7200 \cdot 0,2044 \cdot 0,03 = 44,15$.

Formel XII. Man multipliziert R mit den Faktoren von den Tafeln I und III und das Produkt mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 240$, $p = 3$, $m = 40$, $n = 100$, also $n - m = 60$, so ist $r = 240 \cdot 5,8916 \cdot 0,05489 \cdot 0,03 = 2,33$.

Formel XIII. Man multipliziert R mit den Faktoren von den Tafeln I und III und das Produkt mit 0,0p. Es sei z. B. $R = 24$, $n = 60$, $p = 3$, so ist $r = 24 \cdot 5,8916 \cdot 0,2044 \cdot 0,03 = 0,87$.

IV. Kapitel.

Veranschlagung und Verrechnung der Einnahmen und Ausgaben.

I. **Die Einnahmen**, welche die Waldwirtschaft gewährt, ergeben sich aus den Naturalerträgen derselben, indem man deren Mengen mit den zugehörigen Preisen in Ansatz bringt.

1) Die **Naturalerträge** zerfallen in Haupt- und Nebennutzungen. Unter ersteren versteht man die Erträge an Holz und Rinde, welche letztere bei getrennter Aufarbeitung zwar früher in vielen Forstwirtschaften unter die Nebennutzungen gerechnet wurde, der aber durch die 1875er Übereinkunft betr. „die Einführung gleicher Holzsortimente und einer gemeinschaftlichen Rechnungseinheit für Holz im deutschen Reiche" die ihr zweifellos gebührende Stellung unter den Hauptnutzungen endgültig zugewiesen worden ist.

A. Hauptnutzung.

Auf deren Größe und Wert ist eine Reihe verschiedener Umstände von bestimmendem Einfluß; insbesondere Hiebsart und Eingangszeit, Sortimentsverhältnis, Holz- und Betriebsart, Umtriebszeit.

Hinsichtlich des ersterwähnten Punktes werden unterschieden: Haubarkeitserträge, welche am Ende, und Zwischennutzungen, die im Laufe des Umtriebs erfolgen; von letzteren wieder: Ausjätung, eigentliche Durchforstung und Aushieb einzelner prädominierender Stämme, Vorwüchse, Oberständer u. dgl. Für die Waldwertrechnung kommen solche Fällungen erst dann als Einnahmen in Betracht, wenn der davon zu erzielende Erlös die Erntekosten übersteigt; gleichen sich beide gerade aus, so kann die Nutzung ganz außer Acht gelassen werden; überwiegen die Erntekosten, so findet die Fällung ihre Stelle unter den Ausgaben. Vgl. Abschnitt II. Daß die Eingangszeit der Nutzungen von wesentlichem Einfluß ist, wird weiterhin nachgewiesen werden. In der Hochwaldwirtschaft wiederholen sich die Durchforstungen, etwa mit dem 20. bis 40. Jahre beginnend, in kürzeren oder längeren Zeitabschnitten, mitunter jährlich. Doch genügt es für die Zwecke der Waldwertrechnung, eine etwa 10jährige Wiederholung zu unterstellen. Beim Niederwaldbetriebe findet in der Regel nur eine Durchforstung im Laufe des Umtriebs oder auch gar keine solche statt. Die Haubarkeitserträge

erfolgen je nach der Betriebsart (s. unten) entweder auf einmal durch Kahlschlag oder im Laufe einer Reihe von Jahren durch allmähliche Auslichtung, Samen-, Licht-, Abtriebsschläge u. dgl.

Von größtem Einfluß auf den Wert der Nutzungen ist das Sortimentsverhältnis, insbesondere der verhältnismäßige Anfall an Nutzhölzern, das sog. Nutzholzprozent. Dies letztere ist in vielen Nieder- und Buchenhochwaldwirtschaften = 0, kann aber (bei Fichten und Tannen) bis zum Betrage 100 steigen, falls Reis- und Stockholz als wertlos ganz außer Ansatz bleiben. Demnach, und weil die Preise der verschiedenen Brenn- und Nutzholz-Sortimente oft um das 2-, 3-, . . . 10fache u. m. von einander abweichen, genügt es für Waldwertrechnungen durchaus nicht, nur die Menge an Derb- und Reisholz, wie sie die meisten Ertragstafeln angeben, zu veranschlagen; es müssen vielmehr und zwar auf Grund örtlicher Erfahrungen zahlreiche, namentlich auch Nutzholz-Sortimente — wie Schnitt-, Bau-, Schwellen-, Grubenholz u. a. — unterschieden werden.

Ein und derselbe Boden kann, je nachdem er mit der einen oder anderen Holzart bestanden ist, sehr verschiedene Holzerträge liefern. Nach einer Notiz im Jahrgang 1882 der A. F. und J.-Z. S. 283 dürften die Holzmassen geschlossener ca. 100jähriger Buchen-, Kiefern- und Fichtenbestände sich auf gleichem Standort ungefähr verhalten wie 100 : 125 : 200. Noch weit größer können die Wertunterschiede sein, die demnach in den weitesten Grenzen schwanken.

Aber auch bei einer und derselben Holzart sind noch sehr verschiedene Naturalerträge möglich, je nachdem die eine oder andere Betriebsart gewählt wird. So kann es z. B. offenbar nicht gleichgültig sein, ob im Laufe von 120 Jahren ein 6maliger Abtrieb im Eichenniederwald mit Produktion von Lohrinde und Brennholz oder ein einziger Haubarkeitsertrag vom Eichenhochwald mit mannigfachen Nutzhölzern erfolgt; selbst wenn das Gesamtergebnis an Holzmasse in beiden Fällen das nämliche wäre. Und ebenso verschieden können die Erträge sein, je nachdem geschlossene Buchen-, Fichten-, Tannenwaldungen kahl abgetrieben oder unter Ausnutzung des besonderen Lichtungszuwachses allmählich verjüngt werden.

Von geringerem Einfluß auf den Gesamtwert der (jährlichen) Holzerzeugung ist endlich die Umtriebszeit, da nach allen Ertragstafeln der jährliche Durchschnittszuwachs an Holzmasse sich längere Zeit hindurch auf annähernd gleicher Höhe hält und dessen in höherem Alter abnehmende Beträge durch größeren Wert der Masseneinheit häufig ausgeglichen werden. Daß gleichwohl die Umtriebszeit bei

Waldwertrechnungen eine große Rolle spielt, wird später nachgewiesen werden.

Unter Berücksichtigung aller seither genannten Momente kann nun zur Veranschlagung der Hauptnutzungserträge ein mehrfach verschiedenes Verfahren eingehalten werden.

a) Handelt es sich um die Berechnung des Wertes bereits oder angehend haubarer Holzbestände, so wird die nach Anleitung der „Holzmeßkunde" auszuführende spezielle **Holzmassenaufnahme** das sicherste Ergebnis liefern. Nur müssen aus dem oben bezeichneten Grunde hierbei solche Methoden in Anwendung kommen, welche das Sortimentsverhältnis möglichst richtig zur Darstellung bringen.

b) Sollen dagegen die, aus den künftigen Erträgen abzuleitenden, Werte jüngerer Bestände oder die Nutzungen ganzer Umtriebe veranschlagt werden, so hat man **Ertragstafeln** nötig. Solche sind schon seit längerer Zeit von verschiedenen Autoren veröffentlicht worden. Diejenigen, welche neuerdings auf Grund ausgedehnter Aufnahmen der forstlichen Versuchsanstalten von Baur[1]), Schuberg[2]), Kunze[3]), Weise[4]), Lorey[5]), Schwappach[6]) und Danckelmann[7]) für geschlossene Normalbestände von Buchen, Kiefern, Fichten und Tannen herausgegeben worden sind, verdienen mit Rücksicht auf die Veröffentlichungen über Grundlagenmaterial und Aufstellungsmethode ohne Zweifel das größte Vertrauen und die weitestgehende Anwendung, die ihnen denn auch, wie es scheint, immer mehr zu teil werden. Indessen ist hier die Frage zu erörtern, ob und inwieweit gerade bei Waldwertrechnungen von diesen Tafeln Gebrauch gemacht werden könne und dürfe.

Da es gerade nach den neuesten Untersuchungen feststeht, daß Standorte von an sich gleicher Ertragsfähigkeit dennoch je nach Lage,

---

1) Baur: Die Fichte in Bezug auf Ertrag, Zuwachs und Form, 1877. — Derselbe: Die Rotbuche rc., 1881.

2) Schuberg: Die Weißtanne bei der Erziehung in geschlossenen Beständen, 1888.

3) Kunze: Beiträge zur Kenntnis des Ertrags der Fichte, Tharander forstl. Jahrbuch, Suppl. 1878; dgl. der gemeinen Kiefer, das. Suppl. 1883.

4) Weise: Ertragstafeln für die Kiefer, 1880.

5) Lorey: Ertragsuntersuchungen in Fichtenbeständen, A. F. u. J.-Z., Suppl. XII, 1883. — Derselbe: Ertragstafeln für die Weißtanne, 1884.

6) Schwappach: Wachstum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene, 1889. — Derselbe: Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände, 1890.

7) Danckelmann: Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen, 1887, S. 73.

Meereshöhe, Bestandsbegründung und -Behandlung Erträge liefern können, welche in Bezug auf Holzmasse und insbesondere auf das Verhältnis der Sortimente weit von einander abweichen; da ferner auch der Zuwachsgang ein örtlich verschiedener sein kann, so wäre streng genommen nur die Verwendung besonderer, ad hoc konstruierter *Lokalertragstafeln* statthaft. In Ermangelung solcher dürfte indessen auch die Benutzung jener *allgemeinen*, bezw. *Durchschnittsertragstafeln* zulässig sein, wenn man solche darunter findet, die nicht allein hinsichtlich des Massenertrags, sondern auch dessen einzelner Faktoren — Stammzahl, Mittelhöhe und -Stärke — wenigstens annähernde Übereinstimmung mit örtlichen Erfahrungssätzen zeigen. Hat man sich für die Tafeln des einen oder anderen Autors entschieden, so erübrigt nun noch für jeden einzelnen Fall die Bestimmung der Standortsklasse, die *Bonitierung*. Hierbei kann die mittlere *Bestandshöhe* gute Dienste leisten, vorausgesetzt, daß auch die (durch die Stammzahl bedingte) *Mittelstärke* nicht erheblich abweicht. Wäre z. B. für einen jetzt n-jährigen Bestand der Haubarkeitsertrag im Alter von u Jahren zu veranschlagen, so wäre dessen Mittelhöhe zu messen; diejenige Tafel zu wählen, deren Höhenangabe für n-jähriges Holz damit am nächsten übereinstimmt, und alsdann die Proportion anzusetzen:

$$\frac{\text{Gesuchter Haubarkeitsertrag}}{\text{Tafelmasse im Alter } u} = \frac{\text{Gemessene Bestandsmittelhöhe}}{\text{Mittelhöhe der Tafel im Alter } n}.$$

Selbstverständlich gilt dies nur für *geschlossene* und *normal* erwachsene Hochwaldbestände. Im anderen Falle, z. B. bei vorhandenen Bestandslücken, beigemengten Stockausschlägen, fremden Holzarten, Oberständern rc., wäre außer der Standorts- auch die spezielle *Bestandsgüte* zu untersuchen und demgemäß zur Vergleichung nicht nur die Höhe, sondern auch mindestens noch die Grundflächensumme des zu bonitierenden Bestandes heranzuziehen.

Außerdem genügt, wie bereits erwähnt, die Ausscheidung von nur 2 Sortimenten — Derb- und Reisholz —, wie sie in den meisten Ertragstafeln vorliegt, für Waldwertrechnungen durchaus nicht; dieselbe muß vielmehr nach örtlichen Erfahrungen und Untersuchungen ergänzt werden. Anhaltspunkte hierfür bieten die neueren Ertragstafeln von *Schwappach* und *Danckelmann*.

Nun bleibt aber immer noch die Frage offen, ob selbst bei *geschlossenen* und scheinbar *normalen* Hochwaldbeständen, namentlich solchen jüngeren Alters, die *Ansätze der Tafeln unverkürzt angewendet werden dürfen oder nicht*. Den letzteren liegen nach

3*

dem Arbeitsplane des Vereins deutscher forstlicher Versuchsanstalten nur solche Bestände zu Grunde, „welche nach Maßgabe der Holzart und des Standorts bei ungestörter Entwickelung auf großen Flächen von mindestens 1 ha als die vollkommensten anzuerkennen sind." Dieser Grad der Vollkommenheit wird aber im großen von ganzen Waldkomplexen selten oder nie erreicht werden. Dazu kommt, daß jüngere Bestände bis zum Haubarkeitsalter noch mancherlei Gefahren, wie Feuer, Windwurf, Insektenfraß, ausgesetzt sind, wodurch die Erträge eine weitere Schmälerung erfahren können. Solchen Gefahren sind die Nadelhölzer, namentlich Fichte, im allgemeinen mehr als die Laubhölzer, unter diesen die Buche mehr als die standfestere Eiche unterworfen. Man hat deshalb empfohlen, bei der Anwendung im großen gewisse erfahrungsmäßige Abzüge an den Tafelansätzen zu machen.

Schon Hoßfeld schlug (Diana, 1805, III. Band, S. 430) solche Abzüge vor, die er mit einer Assekuranz verglich und ohne Unterschied der Umtriebszeit und Holzart zu $\frac{1}{1000}$ des jährlichen Ertrages annahm. G. L. Hartig empfahl in seiner „Forstwissenschaft nach ihrem ganzen Umfange", 1831, S. 264, bei Ermittelung des Ertrages selbst der „jetzt ganz vollkommenen jungen Bestände unter 60 Jahren" von den Zwischennutzungen $^1/_4$, von der Haubarkeitsnutzung der Nadelholzwaldungen $^1/_5$, der Laubholzwaldungen $^1/_6$, der Niederwaldungen mit 20- und mehrjährigem Umtriebe $^1/_8$, 12- bis 19-jährigem Umtriebe $^1/_9$, noch kürzerem Umtriebe $^1/_{10}$ abzusetzen. Nach Burckhardt (Waldwerth, 1860, S. 36—37) bedarf es „für Mittel- und Niederwälder, wie für die Eiche, selten einer besonderen Assekuranz, und für die Buche in nicht allzu bedrohter Lage können 2 bis 3% des Bruttoertrages, oder eine entsprechende Ermäßigung der anzuwendenden Ertragsansätze ausreichend sein. Die meiste Bedeutung hat die Assekuranz für Nadelwälder, obwohl nach der Örtlichkeit sehr verschieden. Mit Einrechnung des Ausfalles, welcher durch die meistens unentbehrlichen Betriebsblößen entsteht, nehmen wir unter mittleren Verhältnissen 8—10% des Rohertrags als Assekuranz auf besondere Ereignisse in soweit, als deren Einfluß über den herrschenden Bestandscharakter hinausreicht. Es kann dieser Satz für die eine Örtlichkeit als ein reichlich hoher erscheinen, während er in der anderen nicht zureicht. Lokale Erfahrungen müssen hier leitend sein". Baur hält diese Abzugsquoten für zu gering; er sagt auf Seite 148 seines Handbuchs der Waldwertberechnung: „Nach unseren auf diesem Gebiete reichlich gemachten langjährigen Erfahrungen kann man an den Ansätzen der neuesten Ertragstafeln 20—25% in Abzug bringen,

ehe man auf Werte kommt, welche den wirklich erreichbaren Ergebnissen einer aufgeklärten, intensiven Wirtschaft im großen und ganzen entsprechen. In einzelnen, sehr gleichmäßig geschlossenen Beständen betragen die Abzüge vielleicht nur 5—10%, in anderen reichen dagegen 50% noch nicht ganz aus". Bei diesem Schlußsatze hat der Verfasser offenbar nicht mehr „scheinbar normale", sondern in hohem Grade abnorme Bestände im Auge gehabt. Man wird wohlthun, diese beiden Fälle nicht zu vermengen; nur im ersteren kann es sich um einen gutachtlich bestimmten durchschnittlichen „Assekuranzabzug" handeln, der doch wohl 20% nicht überschreiten dürfte; im letzteren wäre der Tafelansatz auf Grund spezieller Messung (Bestandsauszählung) zu reduzieren.

Die nämlichen Ermäßigungen der Ertragsvorwerte, welche die Rechnung mit Abzügen an den normalen Ertragsansätzen hervorbringt, lassen sich übrigens auch durch eine entsprechende Erhöhung des Zinsfußes erzielen[1]). In der That wandte G. L. Hartig anfangs dieses Mittel an, und erst später ging er (s. oben) dazu über, den Zinsfuß unverändert zu lassen und den Bruttoertrag nach Verhältnis der Unsicherheit der Einnahmen zu vermindern. In seiner „Anweisung zur Taxation und Beschreibung der Forste", 1813, I, S. 172, empfahl er, dem Käufer eines Nadelholzwaldes wegen der größeren Gefahr immer 1% mehr zuzubilligen, als dem Käufer eines Laubholzwaldes, also dort 7, hier 6%. Ferner nahm er bei der Bestimmung des Zinsfußes auch auf das Holzalter Rücksicht, weil der Käufer für langes Warten auf Einkünfte und für die Gefahr, worin der Wald stehe, durch hohe Zinsen entschädigt werden müsse. Hartig rechnete demgemäß (Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines Forstes 2c., 1812, S. 10) bei dem Ankauf einer „Waldbenutzung", wenn diese innerhalb der nächsten 20jährigen Periode zu beziehen war, mit 6% und ließ weiterhin für jede folgende Periode den Zinsfuß um ½% steigen. Dabei ist freilich zu beachten, daß die einfache Zinsrechnung, deren Hartig sich bediente, bei mäßigem Zinsfuß viel zu hohe Vorwerte liefert, welche durch jene Steigerung einigermaßen verbessert werden konnten. Der letzteren dürfte heute, wo man allgemein mit Zinseszinsen und demgemäß niedrigen Prozentsätzen rechnet, kein praktischer Wert mehr beizulegen sein.

Das richtige Maß der Zinsfußerhöhung, welches erforderlich ist, damit bei der Bestimmung der Waldkapitalwerte die nämlichen Re-

1) v. Fabrice: Über die Bedeutung einer Erhöhung des Nadelholzzinsfußes über den des Laubholzes. A. F. u. J.-Z., 1880, S. 80.

sultate gewonnen werden, welche die Verminderung der Ertragsansätze hervorbringt, ergiebt sich aus der Gleichung

$$\frac{A_u (1 - q)}{1{,}0p^u - 1} = \frac{A_u}{1{,}0x^u - 1},$$

in welcher A_u den im Umtriebsalter u erfolgenden Abtriebsertrag — eventuell einschließlich der Zwischennutzungsnachwerte —, q die Abzugsquote (einen echten Bruch), p das Wirtschaftsprozent, welches unter Voraussetzung jenes Abzugs angewendet wird, endlich x dasjenige höhere Prozent bedeutet, welches mit Unterstellung vollkommener Bestände die gleichen Ertragsvorwerte liefert wie das Prozent p mit dem um q verminderten Abtriebsertrag.

Aus obiger Gleichung folgt

$$1{,}0x = \sqrt[u]{\frac{1{,}0p^u - q}{1 - q}}.$$

Setzt man hierin $q = 0{,}1$, was nach Burckhardt schon als eine ziemlich hohe Assekuranz anzusehen wäre, und $p = 3$, so ergiebt sich

für 20jährigen Umtrieb: $x = 3{,}25\%$,
„ 60 „ „ : $x = 3{,}15\%$,
„ 100 „ „ : $x = 3{,}10\%$;

und ebenso, wenn $q = 0{,}2$ angenommen wird,

für 20jährigen Umtrieb: $x = 3{,}55\%$,
„ 60 „ „ : $x = 3{,}32\%$,
„ 100 „ „ : $x = 3{,}22\%$.

Diese Zahlen beweisen, daß die fragliche Zinsfußerhöhung sich innerhalb ziemlich enger Grenzen bewegt, daß sie bei den gebräuchlichen Hochwaldumtrieben nicht höher als etwa 0,3% in maximo zu veranschlagen ist und daß sie mit steigendem Umtriebe immer geringer wird, falls nicht etwa anzunehmen wäre, daß die Verlustgefahr selbst, bezw. die Quote q mit dem Bestandsalter zunehme. Diese letztere Unterstellung erscheint aber nicht gerechtfertigt, weil ältere Bestände wohl einzelnen Gefahren in höherem, anderen aber in geringerem Maße unterworfen sind als jüngere und weil sie selbst im Falle einer eintretenden Kalamität in der Regel den größten Teil ihres Wertes behalten.

Die Frage endlich, welche von beiden Rechnungsarten — direkter Abzug an den Erträgen oder Erhöhung des Zinsfußes — den Vorzug verdiene, wird dahin zu beantworten sein, daß hier nur Zweckmäßigkeitsgründe entscheiden können. Kommt man bei letzterem Ver-

fahren auf Prozentsätze, welche wie z. B. 3,2 in den Zinseszinstafeln nicht vorgesehen sind, so wird die Rechnung umständlicher und erscheint demnach der erstere Modus als der bessere. Anderen Falles kann es sich umgekehrt verhalten.

c) In zahlreichen Fällen der Praxis reichen die vorhandenen Tafeln zur sicheren Veranschlagung der Holzerträge nicht aus. Die Zwischennutzungen z. B. sind darin häufig gar nicht enthalten; auch wechseln dieselben je nach den Absatzverhältnissen, der Bestandsdichte u. s. w. örtlich zu sehr, als daß die in manchen Tafeln (Schwappach, Danckelmann) angegebenen Zahlen überall ohne weiteres benutzt werden könnten. Für seltener vorkommende Holzarten wie Eiche, Esche, Erle, Lärche, für gemischte Bestände, Nieder- und Mittelwaldungen u. a. m. fehlen zuverlässige Ertragstafeln überhaupt. In allen diesen Fällen bleibt nichts anderes übrig, als die Abschätzung auf Grund **örtlicher Durchschnittssätze** vorzunehmen. Dies geschieht z. B. bei Niederwaldungen ganz allgemein, wobei namentlich die gebuchten Ergebnisse des letzten Abtriebs als maßgebend für die künftigen Erträge angesehen zu werden pflegen.

d) Selbst bei Veranschlagung der Haubarkeitserträge jener oben genannten vier Hauptholzarten (Buche, Kiefer, Fichte und Tanne) lassen uns die Ertragstafeln regelmäßig dann im Stiche, wenn es sich nicht um kahlen Abtrieb geschlossener Bestände, sondern um allmähliche Auslichtung oder gar langdauernde Lichtstandsperioden handelt. Hierauf gegründete Verjüngungsmethoden aber kommen bekanntlich bei allen diesen Holzarten oft genug vor und bilden bei Buche und Tanne sogar die Regel. Nun sind zwar die Gesetze des besonderen Lichtungszuwachses noch nicht hinlänglich bekannt; aber soviel läßt sich doch aus den seitherigen Untersuchungen[1]) über diesen

---

1) Borggreve, Forstliche Blätter 1877, S. 211; Holzzucht 1885, S. 21 ff.; Forstabschätzung 1888. — Grasmann, Allg. Forst- und Jagdzeitung 1890, S. 1 u. 45. — König, Über Lichtungszuwachs, insbesondere der Buche, 1886. — Kraft, Aus dem Walde, VII. 1876, S. 40; Beiträge zur Lehre von den Durchforstungen rc. 1884; Beiträge zur forstlichen Zuwachsrechnung rc. 1885. — R. Hartig, Allg. Forst- und Jagdzeitung 1888, S. 1 u. a. m. — Nördlinger, Holzring 1871; Forstbotanik 1874; Kritische Blätter 47. bis 52. Band an verschied. Stellen. — Preßler, Tharander forstliches Jahrbuch, 28. Band, S. 140 u. a. m. — Reiß, Allg. Forst- und Jagdzeitung 1885, S. 217. — Riniker, Zuwachsgang in Fichten- und Buchenbeständen 1887. — Schwappach, Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen 1887, S. 265 und 1890, S. 21. — Behringer, Ueber den Einfluß wirthschaftlicher Maßregeln rc. 1891. —

Gegenstand mit Sicherheit schließen, daß in gelichteten Beständen, also an einem verminderten Holzvorrat häufig ebensoviel oder gar noch mehr Zuwachs erfolgt wie an gleichaltrigen geschlossenen Beständen. Das Verhältnis zwischen Zuwachs und Vorrat, das sog. **Zuwachsprozent**, wird demnach im Lichtstande ein ganz anderes als im Bestandsschluß und in dessen Bezifferung besitzen wir somit auch das richtige Hilfsmittel zur Veranschlagung der Abtriebserträge bei denjenigen Betriebsarten, welche von jenem Lichtungszuwachse in der einen oder anderen Form Gebrauch machen. Denn Ertragstafeln, in welchen — analog denjenigen geschlossener Bestände — die absoluten Vorrats-, Nutzungs- und Zuwachsbeträge von Jahr zu Jahr oder von Periode zu Periode verzeichnet wären, lassen sich für solche Betriebsarten gar nicht aufstellen, weil dabei zu vielerlei Modifikationen vorkommen: lange und kurze Verjüngungszeiträume oder Lichtstandsperioden, früherer oder späterer Beginn derselben, mehr oder weniger zahlreiche, stärkere oder schwächere Aushiebe mit Zwischenzeiten von verschiedener Dauer u. s. w.

Im Gegensatze zum Zuwachsprozent geschlossener Bestände, das naturgemäß und nach allen Ertragstafeln eine stets fallende Reihe bildet, scheint dasjenige des Lichtstandes sich oft längere Zeit hindurch auf annähernd gleicher Höhe zu erhalten. Zum Zwecke der Ermittlung desselben können zwei Wege eingeschlagen werden: entweder derjenige der Untersuchung an Einzelstämmen (Stamm-Analyse[1]), welche längere Zeit hindurch sich in gelichteter Stellung befunden haben, oder derjenige der Berechnung aus den Gesamt-Fällungsergebnissen einer Lichtstandsperiode und dem zu Anfang der letzteren vorhandenen Holzvorrate. Ist dieser = M durch Holzmassen-Aufnahme ermittelt und haben nach Verlauf von weiteren a, b, ... f Jahren bis zur völligen Schlagräumung noch Fällungen im Betrage von Ma, Mb ... Mf stattgefunden, so ergiebt sich das (mittlere) Zuwachsprozent z der Lichtstandsperiode aus der Gleichung

$$M = \frac{Ma}{1{,}0\,z^a} + \frac{Mb}{1{,}0\,z^b} + \cdots + \frac{Mf}{1{,}0\,z^f}.$$

Diese Gleichung läßt sich zwar nicht direkt, wohl aber durch versuchsweises Einsetzen verschiedener Beträge für z oder annähernd auch da-

---

Wagener, Waldbau 1884, S. 205 2c.; Allg. Forst- und Jagdzeitung 1887, S. 7 u. 145. — Wimmenauer, Allg. Forst- und Jagdzeitung 1882, S. 133 1885, S. 109, 1891, S. 265.

1) Vgl. die Schriften über Holzmeßkunde.

durch lösen, daß man zunächst die ungefähre mittlere Dauer des Lichtungszuwachses aus

$$a \cdot Ma + b \cdot Mb + \cdots + f \cdot Mf = x\,(Ma + Mb + \cdots + Mf)$$

berechnet und dann

$$M = \frac{Ma + Mb + \cdots + Mf}{1{,}0\,z^{x}}$$

setzt, woraus der gesuchte Näherungswert für z unmittelbar folgt[1]). Durch Einführung desselben in die erste Gleichung findet man dann leicht, ob er genau genug zutrifft oder noch einer kleinen Korrektur bedarf.

Beispiel. Die Aufnahme eines 63-jährigen bereits gelichteten Fichtenbestandes hat 410 fm Derbholz ergeben. Hierauf ist allmählicher Abtrieb erfolgt und zwar

im Bestandsalter	von	64	Jahren	mit	95 fm
"	"	66	"	"	25 "
"	"	67	"	"	126 "
"	"	68	"	"	239 "
				Summa =	485 fm

Hieraus folgt x = 3,85 und z = 4,46. Führt man nun z mit dem Werte von (rund) 4,5 % in die erste Gleichung ein, so ergiebt sich M = 410,3. Folglich ist 4,5 das richtige Zuwachsprozent. — Für den gleichaltrigen geschlossenen Bestand geben Baurs Ertragstafeln nur 1,5 bis 2,9 % Zuwachs am Derbholz an.

Im Vorstehenden ist die Rechnung so geführt, als ob der Holzzuwachs nach Art der Zinseszinsen erfolge, also bei gleichbleibendem Prozentsatz von Jahr zu Jahr zunehme. Dies ist in geschlossenen Beständen nicht oder doch nur in der Jugend der Fall; nach überschrittenem Kulminationspunkte sinkt der Zuwachs, seinem absoluten Betrage nach, sogar fortwährend. Aus diesem Grunde wird in den meisten Ertragstafeln das Zuwachsprozent für eine jede der 5- oder 10-jährigen Wachstumsperioden nach Art der einfachen Zinsen berechnet, d. h. auf die zu Anfang der Periode vorhandene Holzmasse bezogen und erst nach Ablauf derselben werden sämtliche Jahreszuwachse auf einmal dem Kapital, hier dem Holzvorrat, zugeschlagen. Hierin liegt wie in allen gemischten Zinsrechnungen eine gewisse Inkonsequenz, von welcher sich nur die Tafeln von Baur und Schwappach frei gehalten haben. Gleichwohl kann jene Berechnungsweise aus Zweckmäßigkeitsgründen unter Umständen den Vorzug verdienen, wenn

1) Wimmenauer, A. F. u. J.-Z. 1885, S. 124.

angenommen werden darf, daß innerhalb gewisser Perioden der Zuwachs von Jahr zu Jahr annähernd gleich bleibe.

Wäre dies in obigem Beispiele der Fall, so würden wir

$$M = \frac{Ma}{1 + a \cdot 0{,}0\,z} + \frac{Mb}{1 + b \cdot 0{,}0\,z} + \cdots + \frac{Mf}{1 + f \cdot 0{,}0\,z}, \text{ resp.}$$

$$= \frac{Ma + Mb + \cdots + Mf}{1 + x \cdot 0{,}0\,z}$$

zu setzen haben und hierbei z selbstverständlich größer, nämlich = 4,75 finden.

Für die Anwendung, bezw. die Übertragung anderweitig gefundener Zuwachsprozente auf einzelne Fälle der Ertragsschätzung ist es natürlich einerlei, welche von beiden Berechnungsarten man wählt, vorausgesetzt nur, daß man dabei denjenigen Modus beibehält, welcher auch zur Ermittelung des Prozentsatzes selbst gedient hat. Wie bei solchen Anwendungen etwa zu rechnen wäre, soll wiederum an einem einfachen Beispiele gezeigt werden. Weiteres hierüber folgt im ersten Kapitel des angewandten Teiles.

Baurs Ertragstafel für Buchen I. Bonität giebt für das Alter von 110 Jahren eine Holzmasse von 784 fm (Derb- und Reisholz) an. Wird zu dieser Zeit ein Vorbereitungshieb geführt, welcher $^1/_4$ des vorhandenen Holzvorrats wegnimmt, und folgen hierauf innerhalb eines 20-jährigen Verjüngungszeitraumes weitere Lichtungshiebe bis zur völligen Schlagräumung im 130. Jahre; ist endlich nach anderweitigen Untersuchungen anzunehmen, daß der Zuwachs während dieser Lichtstandsperiode durchschnittlich 3,5 %, nach Art der Zinseszinsen berechnet, betrage; so wird eine mittlere Dauer des Lichtungszuwachses von 10 Jahren zu unterstellen und der Gesamt-Abtriebsertrag wie folgt zu veranschlagen sein:

Vorbereitungshieb $= \frac{784}{4} = 196$ fm

Weitere Lichtungshiebe und endlicher Abtrieb $= 588 \times 1{,}035^{10} = 829$ „

Zusammen = 1025 fm.

Dem gegenüber würde der Kahlabtrieb im 120. Jahre nach der Tafel nur 840 fm liefern. Der Mehrertrag des Femelschlagbetriebs beträgt also 185 fm oder 22 %. Dazu kommt noch der weitere Vorteil einer frühzeitigeren Nutzung im Betrage von 196 fm.

B. Nebennutzungen.

Diese sind entweder ständig oder unständig. Zu ersteren gehören die jährlichen Erträge bleibender Acker- und Wiesenparzellen, von Steinbrüchen, Erdgruben u. dgl. im Walde, von der Jagd oder Fischerei. Zur Veranschlagung der Naturalerträge wird hier in der Regel das oben unter c) angeführte Verfahren, die Zugrundelegung örtlicher Durchschnittssätze, in Anwendung zu bringen sein. Übrigens werden gerade hier, namentlich wenn die Nutzungen ver-

pachtet sind, die Geldeinnahmen häufig nicht aus den Naturalerträgen abgeleitet, sondern direkt in Ansatz gebracht werden.

Unständige, d. h. nur zeitweise erfolgende Waldnebennutzungen wie Gras, Streu, Mast, Harz u. dgl., bei denen mithin außer Menge und Wert auch die Eingangszeit wesentlich in Betracht kommt, wird man meist in ähnlicher Weise veranschlagen. Indessen ist hierbei noch zu beachten, daß manche dieser Nutzungen direkt oder indirekt, d. h. durch Beeinträchtigung des Zuwachses oder der Standortsgüte, den Holzertrag schmälern. Würden sich Vorteil und Nachteil hierbei gegenseitig ausgleichen, so könnte die betr. Nebennutzung einfach außer Ansatz und zugleich der Holzertrag unverändert bleiben; im anderen Falle müßten beide besonders eingeschätzt werden. Auch bei ständigen Nebennutzungen kann unter Umständen eine ähnliche Wirkung eintreten; wenn z. B. ein hoher Wildstand größere Ausgaben für Kulturzwecke erfordert.

2) Preise der Forstprodukte.

Dieselben werden auf die Einheit des Verkaufsmaßes (Kubikmeter, Raummeter, Gebund, Centner 2c.) oder auch auf die gemeinsame Rechnungseinheit ganzer Bestände (das Festmeter) bezogen, daher auch öfters mit dem Ausdruck „Einheitswerte" bezeichnet. Ihre Veranschlagung ist in der Regel weit unsicherer als diejenige der Naturalerträge, weil nicht nur Angebot und Nachfrage an Forstprodukten, sondern auch der Wert des Taxations-Maßstabes selbst, des Geldes, einem beständigen Wechsel[1]) unterworfen sind. Die Schwierigkeit wächst daher mit der Länge des Zeitraums, auf welchen hinaus die Einschätzung zu erfolgen hat, und diese selbst kann niemals eine vollkommen sichere sein, vielmehr im besten Falle immer nur eine gewisse, größere oder geringere, Wahrscheinlichkeit für sich in Anspruch nehmen.

A. Wir werden demgemäß zunächst die leichtere Aufgabe der Preisbestimmung für sofort oder in kurzer Zeit eingehende Naturalerträge ins Auge fassen und dann zu der schwierigeren der Einschätzung von Einheitswerten für Nutzungen der ferneren Zukunft übergehen. Da aber für Rinde und Nebennutzungen im wesentlichen

---

1) Räß faßt in seiner „Waldertragsregelung gleichmäßigster Nachhaltigkeit, 1890" alle diese Schwankungen als solche des Geldwertes auf und unterscheidet demgemäß akute und stetige Veränderungen desselben. Indessen dürfte es verständlicher sein und der gebräuchlichen Anschauung mehr entsprechen, wenn erstere als Schwankungen im Preise der Forstprodukte betrachtet werden.

das nämliche gilt wie für den stets weitaus wichtigsten Holzertrag, so wird in der Folge, auch der Kürze halber, meist nur von Holzpreisen die Rede sein.

Diese pflegen in Bezug auf die einzelnen Sortimente je nach der Konkurrenz im Angebote und der mehr oder weniger günstigen Absatz- und Transport-Gelegenheit innerhalb des Zeitraums einiger Jahre in ziemlich engen Grenzen zu schwanken und diese nur vorübergehend, aus Anlaß besonderer, außergewöhnlicher Ereignisse — großer Sturmschäden, plötzlicher Änderungen oder Stockungen im gewerblichen und Verkehrsleben 2c. — zu überschreiten. Alle preisbestimmenden Faktoren aber kommen ohne Zweifel da am richtigsten zum Ausdruck, wo die Preise nicht einseitig festgesetzt, sondern durch freie Konkurrenz zwischen Käufern und Verkäufern gebildet werden; also bei öffentlichen Versteigerungen oder größeren Submissionen, vorausgesetzt daß diese wirklich zum Verkaufe geführt und nicht etwa mit einer Zurückziehung des Angebots geendigt haben. Handelt es sich daher um die Wertabschätzung solcher Holzerträge, die alsbald oder in den nächsten Jahren zu erwarten sind, so wird man am sichersten gehen, wenn man jene öffentlichen Verkäufe und mehrjährige Durchschnittspreise zu Grunde legt, dabei aber außergewöhnlich hohe oder niedere Erlöse, welche nur vereinzelt infolge besonderer Umstände sich ergeben haben, außer acht läßt. Die Durchschnittspreise selbst sind in der Art zu berechnen, daß man mit der Gesamtzahl der Verkaufsmaße eines jeden Sortiments in die Gesamtsumme des dafür erzielten Erlöses dividiert. Nur wenn in jedem Jahre ungefähr die gleiche Anzahl von Maßeinheiten zum Verkaufe gelangt ist, giebt das arithmetische Mittel der einzelnen Jahresdurchschnitte das nämliche Resultat. Selbstverständlich dürfen nur solche Verkaufsergebnisse der Rechnung zu Grunde gelegt werden, die am Orte selbst oder in gleicher Absatzlage erzielt worden sind.

Diese Forderung gilt noch in erhöhtem Maße, wenn man — wie es häufig der Kürze halber erwünscht sein kann — die Veranschlagung nicht auf Grund der einzelnen Sortimentspreise, sondern nach dem durchschnittlichen Werte der Rechnungseinheit, des Festmeters, also für ganze Bestände in einem Ansatze entwerfen will. Hier liegt der Gedanke nahe und ist es wohl auch versucht worden, die Ergebnisse anderweitiger Ermittelungen dadurch anwendbar zu machen, daß man sie mit einem ständigen Faktor reduciert, welcher aus dem Verhältnis der Preise eines einzelnen Sortiments oder aus demjenigen der durchschnittlichen Einheitswerte eines gewissen Alters entnommen ist.

Beispiele. Irgendwo gilt das Raummeter Buchenscheitholz 7 Mark und berechnet sich hieraus und aus den Preisen der übrigen Sortimente sowie deren verhältnismäßigem Anteil an der ganzen Bestandsmasse für 100-jähriges Buchenholz ein durchschnittlicher Wert von 8,89, für 60-jähriges ein solcher von 7,95 Mark pro Festmeter. An einem anderen Orte, wo der Preis des Buchenscheitholzes auf 8,40 Mark steht, wären hiernach beide letztgenannten Einheitswerte mit dem Faktor $\frac{8,4}{7} = 1,2$ zu reducieren, also zu 10,67 resp. 9,54 Mark für 100- resp. 60-jähriges Holz zu berechnen.

An einem dritten Orte gilt 100-jähriges Buchenholz durchschnittlich nur 7,11 Mark pro Festmeter; demnach das 60-jährige $\frac{7,11}{8,89} \times 7,95 = 6,36$ Mark.

Eine solche Übertragung wäre nur dann gerechtfertigt, wenn die Preise aller einzelnen Sortimente von Ort zu Ort in gleichem Maße sich änderten, bezw. wenn das Preisverhältnis derselben überall das nämliche wäre. Dies ist aber erfahrungsmäßig keineswegs der Fall. Vielmehr kann man häufig die Beobachtung machen, daß, wenn die wertvolleren Sortimente hoch im Preise stehen, eben hierdurch die Nachfrage nach den geringeren, wie Stock- und Reisholz, gesteigert und deren vorteilhafter Absatz ermöglicht wird; während andererseits an Orten oder zu Zeiten niedrigen Preisstandes jene besseren Hölzer immer noch gesucht und zu annehmbaren Preisen verkäuflich sind, die schlechteren dagegen nicht einmal mehr die Kosten der Aufarbeitung decken. Mit anderen Worten: bei steigenden Preisen rücken diejenigen der einzelnen Sortimente einander verhältnismäßig näher, bei sinkender Tendenz entfernen sie sich immer mehr von einander.

Wagener[1]) und in neuerer Zeit auch Räß[2]) haben anstatt des durchschnittlichen Festmeterpreises das sog. „Wertmeter“ in die Rechnung eingeführt; d. h. diejenige Holzmenge verschiedener Sortimente, welche einem gewissen Einheitssatze, z. B. dem Festmeter Buchenscheit- oder Fichtenstammholz, oder auch einer gewissen Geldsumme, z. B. 10 Mark, gleichwertig ist. Auf dieses Wertmeter werden alle vorkommenden Sortimente nach Maßgabe des Preisverhältnisses umgerechnet. Unter Umständen, z. B. bei der Aufstellung von Wertertragstafeln, kann das „Wertmeter“ als anschaulicher, kürzer und präciser Maßstab für die pekuniären Wachstumsleistungen der Bestände u. dgl. dienen, indem hierbei durch eine einzige Zahl zum

1) Wagener, Anleitung zur Regelung des Forstbetriebs 2c., Berlin 1875.

2) Räß, Die Waldertragsregelung gleichmäßigster Nachhaltigkeit, Frankfurt 1890.

Ausdrucke kommt, was sonst durch mehrere Einzelziffern für die verschiedenen Sortimente und deren Einheitswerte bezeichnet werden müßte.

Beispiel. Ist in Buchenbeständen das Sortimentsverhältnis folgendes:

	Scheitholz	Knüppelholz	Reisig
im 100. Jahre	71 %	12 %	17 %,
„ 60. „	22 %	56 %	22 %,

und verhalten sich die Preise dieser 3 Sortimente wie 100 : 85 : 45, so hat ein Festmeter 100-jähriges Buchenholz im Durchschnitt denselben Wert wie 0,71 + 0,12 · 0,85 + 0,17 · 0,45 = 0,8885 Festmeter Buchenscheitholz. Gilt nun 1 fm des letzteren Sortiments als Wertmeter (Wm) und giebt die Ertragstafel für das Alter von 100 Jahren eine Holzmasse von 500 fm an, so sind dafür 444,25 Wm zu setzen. Ebenso sind 256 fm im 60. Jahre = 203,52 Wm und der Zuwachs vom 60. bis 100. Jahre = 244 fm = 240,73 Wm.

Sollten aber die hierzu erforderlichen Reduktionsfaktoren aus dem durchschnittlichen Wertverhältnis der einzelnen Sortimente abgeleitet werden, wie es sich für größere Gebiete, z. B. ganze Länder, im Lauf einer Reihe von Jahren ergeben hat, so wäre dies, für Waldwertrechnungen wenigstens, zu beanstanden. Denn wenn jenes Wertverhältnis im großen Durchschnitt auch ziemlich konstant bleibt, so schwankt es doch, wie schon erwähnt, vielfach von Ort zu Ort. Und da bei Waldwertrechnungen immer nur örtliche Preis- und Absatzverhältnisse in Betracht kommen, so bedarf es auch in diesem Falle einer örtlichen Bestimmung der Reduktionsfaktoren.

In dem hier zunächst angenommenen Falle — daß nämlich in nächster oder doch kurzer Zeit eingehende Erträge zu veranschlagen sind — werden endlich mutmaßliche Preisveränderungen gegenüber dem seitherigen Durchschnitt nur insoweit in Betracht gezogen werden dürfen, als bestimmte örtliche Ursachen, wie z. B. die bevorstehende Eröffnung neuer Transportmittel oder holzverbrauchender Gewerbszweige, dafür vorliegen.

B. Anders verhält sich, wie oben schon angedeutet, die Sache, wenn eine Abschätzung von Werterträgen auf lange Zeiträume hinaus, wie z. B. auf ganze Hochwaldumtriebe, oder gar auf die Unendlichkeit sich zu erstrecken hat. Hier ist den seitherigen Durchschnittspreisen gegenüber dreierlei zu erwägen; nämlich

a) die Möglichkeit oder Wahrscheinlichkeit allgemeiner Änderungen im Preise der Forstprodukte;
b) der erfahrungsmäßige Rückgang des Geldwertes und
c) die Aussicht auf örtliche Preisverschiebungen.

ad a) Durch statistische Zusammenstellungen ist vielfach für eine Reihe von Jahrzehnten oder gar von Jahrhunderten eine fortwährende, wenn auch nicht stetig erfolgende, sondern durch einzelne Rückgänge unterbrochene Steigerung der Holzpreise in großen Landes-Durchschnitten nachgewiesen worden. Ein Hinweis hierauf findet sich bereits auf Seite 13; u. a. giebt Lehr[1]) für Preußen eine durchschnittlich jährliche Steigerung um 1,4 % während des Zeitraums von 1830 bis 1880, für mehrere deutsche Mittelstaaten eine solche von 1,8 bis 2,9 % innerhalb der Zeit von 1850 bis 1880 an.

Dürfte nun hieraus geschlossen werden, daß diese Steigerung und zwar im Betrage von jährlich s % auch in Zukunft stattfinden werde, so wäre der Vorwert eines alle u Jahre zu erwartenden Holzertrags, der nach jetzigen Preisen den Wert R besitzt,

$$= R\left(\frac{1{,}0\,s^u}{1{,}0\,p^u} + \frac{1{,}0\,s^{2u}}{1{,}0\,p^{2u}} + \cdots\right)$$

Der Summenwert dieser Reihe ist

$$= R\,\frac{1{,}0\,s^u}{1{,}0\,p^u} \times \frac{1}{1 - \dfrac{1{,}0\,s^u}{1{,}0\,p^u}} = R\,\frac{1{,}0\,s^u}{1{,}0\,p^u - 1{,}0\,s^u}.$$

Wir haben also mit zwei verschiedenen Prozentsätzen s und p zu rechnen, deren Wirkung eine entgegengesetzte ist. Führen wir statt dessen nur einen Zinsfuß x ein, welcher die Gesamtwirkung jener beiden zum Ausdruck bringen soll, so ist zu setzen

$$\frac{R}{1{,}0\,x^u - 1} = \frac{R \cdot 1{,}0\,s^u}{1{,}0\,p^u - 1{,}0\,s^u}.$$

Hieraus folgt

$$1{,}0\,x^u - 1 = \frac{1{,}0\,p^u - 1{,}0\,s^u}{1{,}0\,s^u} = \frac{1{,}0\,p^u}{1{,}0\,s^u} - 1,$$

$$1{,}0\,x = \frac{1{,}0\,p}{1\,s{,}0}$$

oder

$$\left(1 + \frac{x}{100}\right)\left(1 + \frac{s}{100}\right) = 1 + \frac{p}{100}$$

$$= 1 + \frac{x}{100} + \frac{s}{100} + \frac{s \cdot x}{10000}.$$

1) Loreys Handbuch der Forstwissenschaft Band II, S. 26.

Da das letzte Glied als sehr klein vernachlässigt werden kann, so bleibt schließlich

$$x = p - s;$$

d. h. wenn die Holzpreise voraussichtlich um einen gewissen Prozentsatz steigen, man aber trotzdem die heutigen Preise den Berechnungen zu Grunde legen will, so ist der Diskontierungszinsfuß um eben jenen Prozentsatz zu vermindern. Die Länge der Umtriebszeit, bezw. die Eingangszeit der Nutzungen ist hierbei ohne Einfluß.

Selbstverständlich liefert diese Rechnungsregel nur dann ein brauchbares Ergebnis, wenn $s < p$. Denn anderen Falles wäre die obige geometrische Reihe eine steigende, deren Summe mithin unendlich groß. Übrigens wird kaum anzunehmen sein, daß s jemals $> p$ werden könne.

Zahlenbeispiel. Ein zum strengsten jährlichen Nachhaltbetrieb eingerichteter Wald liefert nach heutigem Stand der Holzpreise einen jährlichen Reinertrag von 1000 Mark. Unter der Voraussetzung, daß diese Rente auch künftig unverändert bleiben werde, kann daher ein Kapitalist, der eine 4-prozentige Verzinsung seines Vermögens fordert, $\frac{1000}{0,04} = 25000$ Mark für den Wald anlegen. Glaubt er dagegen annehmen zu dürfen, daß die Holzpreise jährlich nm 1 % steigen werden, so kann er $\frac{1000}{0,03} = 33333$ Mark für den Wald zahlen.

Diese Annahme einer bis ins Undendliche fortgesetzten Preissteigerung ist nun freilich an sich unthunlich; denn die Preise müßten hierbei ja schließlich selbst unendlich groß werden. Unterstellt man daher, daß die Preise nur n Jahre lang jährlich um s % zunehmen, dann aber weiterhin gleichbleiben, so berechnet sich der Kapitalwert Sv einer immerwährenden Jahresrente, deren heutiger Geldwert $= R$ ist, wie folgt:

$$Sv = R\left(\frac{1,0s}{1,0p} + \frac{1,0s^2}{1,0p^2} + \cdots + \frac{1,0s^n}{1,0p^n}\right)$$

$$+ R \cdot 1,0s^n\left(\frac{1}{1,0p^{n+1}} + \frac{1}{1,0p^{n+2}} + \cdots\right)$$

Wir erhalten also zwei geometrische Reihen, eine endliche und eine unendliche. Die Anwendung der Summenformel auf dieselben ergiebt nach einigen Umformungen

$$Sv = 100\,R\left(\frac{1,0s\,(1,0p^n - 1,0s^n)}{1,0p^n\,(p-s)} + \frac{1,0s^n}{1,0p^n \cdot p}\right).$$

Setzt man endlich diese Summe $= \frac{R}{0,0x}$, so läßt sich derjenige Prozentsatz

x berechnen, welcher bei Annahme unveränderter Holzpreise in die Rechnung einzustellen wäre, um den nämlichen Kapitalwert zu erhalten.

Nehmen wir wieder wie oben R = 1000, p = 4 und s = 1, so finden wir z. B.

für n = 30 : Sv = 30066 und x = 3,33 %
„ n = 60 : Sv = 32168 „ x = 3,11 %
„ n = 100 : Sv = 33196 „ x = 3,01 %

Hieraus folgt, daß die obige, streng genommen nur für eine unaufhörliche Preissteigerung giltige Rechnungsvorschrift (x = p — s) doch schon in dem Falle praktisch wird, wenn diese Steigerung auf einen Zeitraum hinaus unterstellt werden darf, der ungefähr unseren gebräuchlichen Hochwaldumtrieben entspricht.

Zur Beantwortung der Frage nun, ob und unter welchen Umständen solche allgemein aus großen Landesdurchschnitten abgeleiteten Preiserhöhungen des Holzes und der sonstigen Waldprodukte um etwa 1 bis 2 % auch bei der Veranschlagung künftiger Erträge unterstellt, bezw. durch die entsprechende Zinsfuß-Erniedrigung bei Waldwertrechnungen zum Ausdruck gebracht werden dürfen, müssen wir uns zunächst über die Ursache jener seither beobachteten Erscheinung klar werden. Diese kann aber eine zweifache sein: entweder sind alle Holzsortimente ungefähr gleichmäßig im Preise gestiegen — dann steht die Erscheinung im Zusammenhang mit dem Rückgange des Geldwertes, welcher nachher ad b) besprochen werden soll; oder es sind für einzelne Holzarten, Baumteile ꝛc., die vielleicht früher nur als geringwertiges Brennholz oder gar nicht abzusetzen waren, bessere Verwendungen gefunden, höhere Preise erzielt und hierdurch die Gesamt-Erlöse aus dem Wald, auch pro Festmeter, gehoben worden — Erhöhung des Nutzholzprozents und des Exports. Letzteres war ohne allen Zweifel der Fall während der hinter uns liegenden Jahrzehnte, in denen die Eisenbahnnetze ausgebaut worden sind und im Zusammenhange damit Handel und Industrie einen vorher nicht gekannten Aufschwung genommen haben. In dieser Zeit wurden bald da, bald dort neue Landesteile dem Verkehr erschlossen und die hierdurch gehobenen örtlichen Preise der Waldprodukte mußten auch auf den Gesamt-Durchschnitt günstig wirken. Aber die Erhöhung des Nutzholzprozents findet ihre natürliche Grenze, sobald dies = 100 geworden ist; und der inländischen Ausnutzung der Waldprodukte sowie dem Export derselben steht die Konkurrenz des Eisens, der Mineralkohlen und der sonstigen Surrogate, wie solche sich namentlich in der Gerberei schon merklich fühlbar gemacht haben, nicht minder der Import aus fremden billiger produzierenden Ländern drohend

gegenüber. Demnach erscheint es nicht ratsam, jene seither beobachtete allgemeine Preissteigerung ohne weiteres bei jeder beliebigen Ertragsabschätzung auch für die Folge in Ansatz zu bringen; vielmehr stets die besonderen Verhältnisse des abzuschätzenden Objektes im Auge zu behalten. Handelt es sich um einen Wald in abgelegener, dem Handel und Gewerbe noch nicht genügend erschlossener Gegend, so mag eine Rechnung wie die obige mit s % am Platze sein; unter den entgegengesetzten Umständen schwerlich oder doch nur aus besonderen örtlichen Ursachen. Vgl. unten ad c.

ad b) Bei den für die Vergangenheit nachgewiesenen Preissteigerungen läßt sich nicht unterscheiden, wieviel hiervon lediglich auf Rechnung der fortschreitenden Entwertung des Geldes (der edlen Metalle) zu setzen ist. Man müßte zu diesem Zwecke die Preise der Waldprodukte mit denjenigem anderer notwendiger Lebensbedürfnisse vergleichen. Für die Zukunft aber läßt sich kaum ein Grund angeben, aus welchem zu schließen wäre, daß Holz und andere Walderzeugnisse jeder Art ganz allgemein in höherem Maße an Wert zunehmen sollten als die sonstigen Produkte des Bodens und der Industrie. Demnach erscheint es bei Forstabschätzungen und Waldwertrechnungen nur gerechtfertigt, die künftigen Holzerträge ꝛc. lediglich insoweit allgemein mit höheren Geldwerten als den heutigen in Ansatz zu bringen, als das Gleiche etwa auch bei den übrigen Waren geschieht. Hier wäre also die vorhin bezifferte Zinsfußermäßigung um s %, welcher Betrag aus dem großen Durchschnitt aller Lebensbedürfnisse abgeleitet werden müßte, der Verzinsung ausgeliehener Kapitalien gegenüber ganz am Platze. Indessen wird man sich vor einer Überschätzung hüten müssen, zumal der Rückgang des Geldwertes im ganzen doch nur sehr langsam, auch nicht stetig, erfolgt; alle in entferntere Zukunft fallenden Änderungen aber, wie das obige Beispiel zeigt, nur eine untergeordnete Wirkung haben können.

ad c) Die wichtigste Erwägung bleibt nach alledem auch hier die Frage, ob und welche örtlichen Preisveränderungen zu erwarten sind. Will man solche aus der seitherigen örtlichen Preisbewegung ableiten, so bieten sich hierfür zwei Wege: graphische Aufzeichnung, Konstruktion der mittleren Preiskurve und Verlängerung derselben oder Berechnung des seitherigen Zunahme-Prozentsatzes und Unterstellung desselben für die Zukunft. Beide Methoden würden nur dann ein zuverlässiges Ergebnis liefern, wenn nachgewiesen werden könnte, daß die Preise mathematischen Gesetzen folgten, daß sie mathematisch zu formulierende Funktionen ziffermäßig fest-

gestellter Ursachen wären. Da diese Bezifferung resp. Formulierung schwerlich jemals gelingen wird, so kann die seitherige Preisbewegung höchstens einen gewissen Anhalt für die gutächtliche Abschätzung der künftigen bieten; wobei insbesondere zu erwägen ist, ob die bisher wirksamen Ursachen derselben auch weiterhin thätig sein werden oder ob bestimmte anderweitige Gründe vorliegen, welche die Annahme einer örtlichen Preisverschiebung rechtfertigen können. Bejahenden Falles wird eine solche Annahme in der Regel auch hier in der entsprechenden Zinsfußermäßigung ihren bequemsten Ausdruck finden.

3) Gelderträge.

Diese ergeben sich in der Regel aus der Multiplikation der nach Nr. 1 veranschlagten Naturalerträge mit den zugehörigen Preisen (Nr. 2); ausnahmsweise kann es, wie schon oben angedeutet, namentlich bei Nebennutzungen vorkommen, daß die Gelderträge direkt, etwa nach früheren Erlösen, vereinbarten Pachtschillingen 2c. in Anschlag gebracht werden.

Im ersteren Falle, insbesondere bei den Holzerträgen, läßt sich die Rechnung auf zweierlei Art führen: entweder wird in jedem Falle die Maßanzahl der einzelnen Sortimente mit dem zugehörigen Preise besonders angesetzt, oder es wird ein anderweitig abgeleiteter Durchschnittspreis der Rechnungseinheit (des Festmeters) zu Grunde gelegt und hiermit der gesamte Geldertrag des ganzen Bestandes, resp. Hiebes, auf einmal berechnet. Unter Nr. 1, A, a—d sind vier verschiedene Verfahren für die Veranschlagung der Naturalerträge angegeben; nämlich besondere Holzmassenaufnahme, Benutzung von Ertragstafeln, von örtlichen Erfahrungssätzen und Berechnung nach dem Zuwachsprozent. In einem jeden dieser 4 Fälle können die Gelderträge nach den beiden soeben genannten Rechnungsarten ermittelt werden; im vierten aber wird man in der Regel noch schneller zum Ziele kommen, wenn man, anstatt der vorhandenen Holzmasse und des Massenzuwachsprozentes, den gegenwärtigen Geldwert des Bestandes und dessen anderweitig ermitteltes Wertzunahmeprozent[1]) in die Rechnung einführt, die im übrigen ganz ebenso wie oben erfolgt.

---

1) Nach Schuhmacher (Forstl. Blätter, 1889, S. 7) und Borggreve (das. 1891, S. 10) soll der Einheitswert der Nutzstücke im allgemeinen dem Durchmesser, folglich deren Gesamtwert dem Kubus desselben proportional zunehmen. Demnach wäre das Wertzunahmeprozent von Bäumen und Holzbeständen aus der Jahrringbreite mittelst der Formel

Beispiel. Wenn der unter Nr. 1, A, d genannte 110jährige Buchenbestand einen Geldwert von 784 · 10 = 7840 Mark besitzt und die Wertzunahme desselben (Massen- und Qualitätszuwachs zusammen) innerhalb der 20jährigen Lichtstandsperiode auf 4% zu veranschlagen ist, so ergiebt sich der Wert des gesamten Haubarkeitsertrages wie folgt:

Vorbereitungshieb im 110. Jahre $= \frac{7840}{4} =$ 1 960 Mark

Nachlichtungen und Abtrieb $= 5880 \times 1{,}04^{10} =$ 8 704 „

zusammen = 10 664 Mark.

Stände diesem bei Kahlabtrieb im 120. Jahre ein Bestandswert von $840 \times 10{,}2 = 8568$ Mark gegenüber, so wäre der Mehrertrag des Femelschlagbetriebs = 2096 oder 24,5%. Erwägt man aber, daß der Vorbereitungshieb 10 Jahre früher erfolgt ist, mithin bis zum 120. Jahre bei Annahme einer 3prozentigen Verzinsung zum Werte von $1960 \times 1{,}03^{10} = 2634$ Mark anwächst, so erhöht sich jener Mehrertrag auf 2770 Mark oder 32,3%.

Zur Ausführung größerer Waldwertrechnungsaufgaben der forstlichen Praxis sind ebenso wie zur Erläuterung der Theorie in einem Lehrbuche Geldertragstafeln nötig, in welchen sich neben den nutzbaren Holzmassen auch deren Geldwerte, getrennt nach Sortimenten oder bezogen auf die Rechnungseinheit, verzeichnet finden. Die neuere Litteratur weist solche Geldertragstafeln für verschiedene Örtlichkeiten, Holz- und Betriebsarten &c. auf. Einige derselben sind zum Zwecke der Benutzung zu Lehrbeispielen in den Anlagen A bis L dieses Buches mitgeteilt.

Anlage A enthält eine Holz- und Geldertragstafel für Kiefern nach Burckhardt, welche in den Anlagen B, C und D zur Berechnung des Bodenerwartungswertes und des durchschnittlich jährlichen Waldreinertrags benutzt ist. Die Anlagen E bis K bringen analoge Zahlen und Berechnungen in gedrängterer Form für Eichen-, Buchen-, Fichten- und Kiefernhochwald nach Burckhardt, Schwappach und Wimmenauer. Anlage L endlich giebt nach Ostner und Walther eine Reihe von Daten über durchschnittliche Holz-, Rinden- und Gelderträge von Eichenschälwaldungen in zwei hervorragenden Absatzgebieten, Odenwald und Rheinhessen.

II. **Die Ausgaben** der Waldwirtschaft bestehen vornehmlich in den Kosten für Ernte des Holzes und der Nebennutzungen, für

---

$p = \frac{600}{n \cdot d}$ abzuleiten, worin d den Durchmesser und n die auf 1 cm gehende Anzahl von Jahrringen bedeutet. Diese Rechnungsvorschrift bedarf jedenfalls noch einer allgemeineren Bestätigung ihrer vorerst nur hypothetischen Grundlage.

Kulturen, Wegbau und sonstige Betriebsanlagen, Verwaltung und Schutz, Steuern und Grundlasten, Begrenzung, Vermessung, Kartierung und Einrichtung. Zuweilen kommen noch außerordentliche Ausgaben für Ablösung von Berechtigungen, Ankauf von Grundstücken zur Arrondierung oder zum Wegebau u. a. m. hinzu.

1) Die Erntekosten pflegt man in der Weise in Rechnung zu stellen, daß man sie von dem Gelderlöse der betr. Nutzung abzieht, also nur den Reinertrag derselben in Ansatz bringt. Dieses Verfahren wird in praxi nicht zu beanstanden sein, obwohl es namentlich da, wo beim Holzverkaufe ꝛc. längere Zahlungsfristen gewährt werden, nicht ganz richtig ist, weil in diesem Falle die Ausgabe erheblich früher erfolgt als die Einnahme.

2) Die Kulturkosten können, wenn deren jährlicher Gesamtbetrag beim Nachhaltbetrieb in Frage steht, aus dem Durchschnitt einer Reihe von Jahren abgeleitet werden. Für einzelne Grundstücke dagegen sind sie je nach der Art der Bestandesbegründung besonders zu veranschlagen und zum Zwecke der Vergleichung mit den Erträgen auf deren Eingangszeit zu prolongieren. In der Regel unterstellt man dabei, daß die Kulturkosten auf einmal und zwar zu Anfang des Umtriebs ausgegeben werden, obgleich auch dies streng genommen nicht immer zutrifft.

3) Die Kosten für Wegebau und sonstige Transportanstalten sind, je nachdem es sich um laufende Unterhaltung oder Neubau handelt, entweder ständige oder einmalige. Erstere können nach Durchschnittssätzen veranschlagt und mit den unter Nr. 5 besprochenen jährlichen Ausgaben kombiniert werden. Letztere mögen je nach Umständen als ein Kapital angesehen werden, dessen Zinsen — eventuell einschließlich einer Amortisationsquote — durch die jährlichen Erträge des Waldes zu decken sind; oder man bringt sie kurzer Hand an dem Ertrage derjenigen Nutzung, zu deren Gewinnung sie aufgewendet worden sind, in Abzug. Werden aber die Kosten infolge besserer Abfuhrgelegenheit voraussichtlich durch entsprechend höhere Erträge gedeckt, so kann die Veranschlagung der ersteren mitunter ganz unterbleiben.

4) Eine ähnliche Unterscheidung zwischen dauernden und einmaligen Ausgaben wird bei denjenigen zu machen sein, welche für Dienstgebäude und sonstige Betriebsanlagen sowie für Begrenzung, Vermessung, Kartierung und Einrichtung des Waldes aufzuwenden sind; ebenso bei außerordentlichen Ausgaben.

5) Die Kosten für Verwaltung und Schutz, Steuern und

Grundlasten bleiben sich — wenigstens innerhalb gewisser Zeiträume — meist jährlich gleich und sind auf Grund seitheriger Aufzeichnungen zu veranschlagen.

Diese letzteren wie überhaupt alle Unterlagen der Kostenermittelung müssen, wenn diese zuverlässig sein soll, für die betr. Örtlichkeit oder wenigstens unter übereinstimmenden Verhältnissen (in Bezug auf das Absatzgebiet, die Lohnsätze u. s. w.) gewonnen sein. Zugleich ist ebenso wie bei den Holzpreisen die Frage zu erwägen, ob und welche Änderungen am Preise der Arbeit und der sonstigen zur Produktion erforderlichen Wertgegenstände in Aussicht stehen.

Endlich ist noch zu unterscheiden zwischen den für ein bestimmtes Objekt (Grundstück, Holzbestand ꝛc.) wirklich aufgewendeten und den für den gleichen Zweck im örtlichen Durchschnitt üblichen Kostensätzen. Erstere kommen in Betracht, wenn es sich um die Frage der Rentabilität einzelner Wirtschaftsmaßregeln, letztere, wenn es sich um die Preisbestimmung zum Zwecke des Verkaufs u. dgl. handelt.

Die Holzerntekosten sind überall nach den bestehenden Holzhauerlohnakkorden leicht zu veranschlagen und schwanken etwa zwischen 1 und 3 Mark pro fm. Die niedrigsten Sätze gelten in der Regel für stärkeres Stamm- und Scheitholz, die höchsten für Stockholz und Entastungsreisig. Mithin steht der Kostenaufwand im allgemeinen im umgekehrten Verhältnis zum Werte der Sortimente.

Der Aufwand für Bestandsbegründung — sog. Kulturkosten — ist örtlich sehr verschieden. Hilfszahlen für Aufstellung von Kulturplänen finden sich u. a. im Forst- und Jagdkalender, herausgegeben von Judeich und Behm, sowie in manchen Lehrbüchern des Waldbaues. Die Gesamtausgabe pro ha dürfte i. a. zwischen 20 und 100 Mark betragen, kann aber bei durchgängiger Bodenbearbeitung oder bei Verwendung stärkeren Pflanzmaterials (Heisterpflanzung) bis auf 200 Mark und mehr steigen.

Kostensätze für Waldwegebauten sind ebenfalls im Forst- und Jagdkalender mitgeteilt. Die jährlichen Unterhaltungskosten sind je nach Lage, Bodenart ꝛc. so verschieden, daß Durchschnittszahlen nicht wohl angegeben werden können.

Der Besoldungsaufwand für Verwaltungs- und Schutzbeamte betrug pro ha der gesamten Staatswaldfläche im Jahre 1880—1881 in Preußen 3,35, in Bayern 5,43, in Württemberg 6,91, in Sachsen 6,41, in Baden 6,8, in Hessen-Darmstadt 4,71 Mark[1]) und ist bis zum Jahre 1887 in Sachsen auf 7,8 Mark gestiegen[2]).

---

1) v. Hagen, die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Auflage, bearbeitet von Donner, 1883, I, S. 229.

2) Tharander forstliches Jahrbuch, 1889, S. 27.

Die Quote, welche von dem durchschnittlich jährlichen Reinertrag als Grundsteuer zu rechnen ist, kann im Gebiete des deutschen Reiches durchschnittlich zu 3% angenommen werden, aber durch das Hinzutreten von Kommunalumlagen u. dgl. bis auf 10% u. m. steigen. Zur ungefähren Bemessung des Reinertrags führen wir an, daß derselbe während der Jahre 1850—1881 betragen hat: bei den Staatswaldungen von Preußen 5—11, Bayern 10—25, Württemberg 12—42, Baden 13—36, Sachsen 18 bis 51, Hessen 11—28, Braunschweig 10—21, Elsaß-Lothringen (1872 bis 1881) 17—24 Mark[1]).

1) Lorey, Handbuch der Forstwissenschaft, 1888, I. Band, 1. Abtlg. S. 91.

II. Angewandter Teil.

Ermittelung des Bodenwertes, Bestandswertes, Waldwertes, der Boden-, Bestands- und Waldrente.

I. Kapitel.

Ermittelung des Bodenwertes.

Der Wert des Bodens kann sein ein Verbrauchswert, wenn nämlich die Substanz desselben unmittelbar (z. B. zur Fossiliengewinnung) sich benutzen läßt, oder ein Erzeugungswert. Letzterer besteht (nach S. 3) in der Eigenschaft des Bodens, andere Güter (z. B. Pflanzen) hervorzubringen. Je nach der Art der Gütererzeugung (Landwirtschaft, Forstwirtschaft rc.) und der gewählten Benutzungsweise (Hochwaldbetrieb, Niederwaldbetrieb rc.) kann der relative Wert des Bodens ein sehr verschiedener sein.

Die Waldwertrechnung beschäftigt sich blos mit der Ermittelung des forstwirtschaftlichen Erzeugungswertes des Bodens.

I. Methoden zur Ermittelung des forstwirtschaftlichen Bodenwertes.

Man kann den wirtschaftlichen Wert des Bodens veranschlagen:

1) nach dem Erwartungswerte,
2) nach dem Kostenwerte,
3) nach dem Verkaufswerte.

Anmerkung. In neuester Zeit sind von verschiedenen Seiten Vorschläge gemacht worden, welche darauf abzielen, den Bodenwert, insbesondere denjenigen ganzer Brtriebsklassen, aus dem Waldrentierungswerte des nachhaltigen Betriebes abzuleiten. Vgl. Baur, Handbuch der Waldwertberechnung, 1886, S. 195; Frey, die Methode der Tauschwerthe, 1888, S. 71.

Bezeichnet man den jährlich gleichbleibenden, bezw. den durchschnittlich jährlichen Reinertrag einer normalen, auf u=jährigen Umtrieb eingerichteten Betriebsklasse mit R_u, so ist der Gesamtwert der letzteren $= \frac{R_u}{0{,}0p}$. Wenn es nun gelänge, den Wert des normalen Vorrats $= N_u$ für sich allein, d. h. unabhängig vom Bodenwert, zu ermitteln, so würde letzterer in der Differenz $\frac{R_u}{0{,}0p} - N_u$ gegeben sein. Näheres hierüber folgt im II. und III. Kapitel bei der Besprechung des Normalvorrats= und des Waldwertes.

II. Ermittelung des Boden-Erwartungswertes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Boden=Erwartungswerte versteht man die Summe der Jetztwerte aller von einem Boden zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der Jetztwerte aller Kosten, welche zur Gewinnung jener Einnahmen aufgewendet werden müssen.

2) Verfahren zur Ermittelung des Boden=Erwartungswertes.

A. Berechnung der Jetztwerte der Einnahmen.

a) Haubarkeitsnutzung. Bedeutet A_u die Größe des Haubarkeitsertrages und u die Umtriebszeit, so ist der Jetztwert sämtlicher, bis in die fernste Folgezeit eingehenden und alle n Jahre sich wiederholenden Haubarkeitserträge (nach Formel VIII)

$$\frac{A_u}{1{,}0p^u - 1}.$$

Beim Kahlschlagbetriebe kann A_u direkt der betr. Geldertragstafel entnommen werden; bei Femelschlägen und ähnlichen Betriebsarten, welche die Ausnutzung des besonderen Lichtungszuwachses bezwecken, sind die Ergebnisse der einzelnen Hiebe (Vorbereitungs=, Samen=, Licht= und Abtriebsschläge) zu veranschlagen und vor der Division mit $(1{,}0p^u - 1)$ auf das Umtriebsalter u zu prolongieren resp. zu diskontieren. Diese Rechnung läßt sich vereinfachen, indem man unterstellt, daß während der ganzen Verjüngungsdauer T jährlich ein gleiches Holzquantum a zum Einschlag gelange; eine Annahme, die allerdings nicht für jeden einzelnen Bestand, wohl aber bei den meisten größeren Wirtschaften für die Gesamtheit der einer „Periode" überwiesenen Verjüngungsschläge wenigstens annähernd zutrifft. Bei dieser und der weiteren (üblichen) Unterstellung, daß die Besamung des Schlages in der Mitte des Verjüngungszeitraums erfolge, wird nach Formel IV und II

$$A_u = \frac{a\,(1{,}0p^T - 1)}{1{,}0p^{\frac{T}{2}} \cdot 0{,}0p},$$

wofür man annäherungsweise auch einfach $a \cdot T$ setzen kann.

Beispiel. Für $a = 1$, $p = 3$ und $T = 20$ wird A_u genau $= 19{,}994$; dgl. für $T = 30 : A_u = 30{,}5396$. Setzt man hierfür kurzer Hand $A_u = 20$, resp. $= 30$, so entsteht ein Fehler, der im ersten Falle 0,3, im zweiten 1,8 % beträgt.

Die Größe a selber (in Holz oder Geld) läßt sich aus der zu Anfang des Verjüngungszeitraums vorhandenen Bestandsmasse M, resp. deren Wert, und dem Prozentsatze des Lichtungszuwachses ableiten. Vgl. oben Kapitel IV des vorbereitenden Teiles, S. 40. Darf nämlich für T ein einziges (durchschnittliches) Zuwachsprozent x unterstellt werden, so ist

$$M = \frac{a}{1{,}0x} + \frac{a}{1{,}0x^2} + \cdots + \frac{a}{1{,}0x^T}$$

$$= \frac{a\,(1{,}0x^T - 1)}{1{,}0x^T \cdot 0{,}0x}$$

und

$$a = \frac{M \cdot 1{,}0x^T \cdot 0{,}0x}{1{,}0x^T - 1}.$$

Beispiel. Für $M = 100$, $x = 4$ und $T = 30$ ergiebt sich $a = 5{,}783$ und (für $p = 3$) $A_u = 5{,}783 \times 30{,}5396 = 176{,}6$. — Annähernd das nämliche Resultat findet man auch, wenn man wie in dem Beispiele auf Seite 42 kurzer Hand unterstellt, daß die ganze Masse M während der Zeit $\frac{T}{2}$ mit x % zuwachse; in diesem Falle wäre $A_u = M\,1{,}0x^{\frac{T}{2}} = 180{,}09$.

Ist aber anzunehmen, daß der volle Lichtungszuwachs erst eintritt, nachdem ein gewisser Teil der Vollbestandsmasse (z. B. $\frac{1}{4}$ oder $\frac{1}{3}$) herausgehauen ist; daß hierzu t Jahresfällungen erforderlich sind und daß während dieser Zeit das Zuwachsprozent allmählich von dem kleineren Betrage z des geschlossenen Bestandes zu dem größeren x des Lichtstandes übergeht; so kann die Rechnung so geführt werden, als ob der Zuwachs während der ersten $\frac{t}{2}$ Jahre des Verjüngungszeitraums mit z, weiterhin während $(T - \frac{t}{2})$ Jahren mit x % erfolgte; dann aber wird

$$M = \left(\frac{a}{1{,}0z} + \frac{a}{1{,}0z^2} + \dots + \frac{a}{1{,}0z^{\frac{t}{2}}}\right)$$

$$+ \left(\frac{a}{1{,}0z^{\frac{t}{2}}\,1{,}0x} + \frac{a}{1{,}0z^{\frac{t}{2}}\,1{,}0x^2} + \dots + \frac{a}{1{,}0z^{\frac{t}{2}}\,1{,}0x^{T-\frac{t}{2}}}\right),$$

$$= a\left(\frac{1{,}0z^{\frac{t}{2}} - 1}{1{,}0z^{\frac{t}{2}} \cdot 0{,}0z} + \frac{1{,}0x^{T-\frac{t}{2}} - 1}{1{,}0z^{\frac{t}{2}} \cdot 1{,}0x^{T-\frac{t}{2}} \cdot 0{,}0x}\right),$$

woraus a sich berechnen läßt, nachdem t eingeschätzt oder durch Probieren gefunden ist.

Beispiel. Setzen wir $M = 100$, $T = 30$, $z = 2$, $x = 4\,\%$ und gilt die Voraussetzung, daß der volle Lichtstandszuwachs erst dann zur Geltung kommt, wenn $\frac{M}{3}$ bereits gehauen sind, so kann t zunächst versuchsweise zu 6 Jahren angenommen werden; dann wäre

$$100 = a\left(\frac{1{,}02^3 - 1}{1{,}02^3 \cdot 0{,}02} + \frac{1{,}04^{27} - 1}{1{,}02^3 \cdot 1{,}04^{27} \cdot 0{,}04}\right)$$

$$= a\,(2{,}884 + 15{,}387) = 18{,}271 \cdot a.$$

Hieraus folgt $a = 5{,}473$ und da 6 Jahresfällungen von diesem Betrage $= 32{,}838$, mithin nahezu $\frac{1}{3}$ von M sind, so kann t als richtig eingeschätzt angesehen werden. Demnach wäre $A_u = 30 \cdot 5{,}473 = 164{,}19$ oder bei einem Wirtschaftszinsfuß von 3 % genauer $= 30{,}5396 \times 5{,}473 = 167{,}15$.

Wäre endlich anzunehmen, daß während der Verjüngungsdauer resp. Lichtstandsperiode T noch weitere Schwankungen im Zuwachsprozent, z. B. ein Steigen desselben während der ersten, ein Rückgang während der zweiten Hälfte, stattfänden, so würde die Rechnung analog der obigen zu führen sein. Vgl. Allg. Forst- und Jagdzeitung, Juli 1888, S. 225.

b) Zwischennutzungen. Stellen D_a, D_b, ... D_q Zwischennutzungserträge vor, welche in den Jahren a, b, ... q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen, so sind die Jetztwerte dieser Erträge (nach Formel IX)

$$\frac{D_a\,1{,}0p^{u-a}}{1{,}0p^u - 1} + \frac{D_b\,1{,}0p^{u-b}}{1{,}0p^u - 1} + \dots + \frac{D_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$

$$= \frac{D_a\,1{,}0p^{u-a} + D_b\,1{,}0p^{u-b} + \dots + D_q\,1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}.$$

c) Nebennutzungen. Sie können ebenso wie die Zwischennutzungen behandelt werden; es ist also der Jetztwert der Nebennutzungen N_a, N_b, ... N_q, welche zum ersten Male in den Jahren a, b, ... q eingehen und sich dann alle u Jahre wiederholen,

$$= \frac{N_a\, 1{,}0p^{u-a} + N_b\, 1{,}0p^{u-b} + \ldots + N_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}.$$

Kehrt eine Nebennutzung in gleicher Größe N und in Zwischenräumen von m Jahren, im ganzen aber n mal wieder, und wiederholt sich dieser Vorgang durch alle Umtriebszeiten, so findet man den Wiederholungswert dieser Nutzungen, wenn man die in der ersten Umtriebszeit erfolgenden nach Formel III summiert, die Summe auf das Jahr u prolongiert und den erhaltenen Nachwert durch $1{,}0p^u - 1$ dividiert. Man hat also, wenn die letzte Nebennutzuung im Jahre q eingeht,

$$\frac{N\,(1{,}0p^{mn} - 1)\, 1{,}0p^{u-q}}{(1{,}0p^m - 1)\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

Für m = 1 geht diese Formel über in

$$\frac{N\,(1{,}0p^n - 1)\, 1{,}0p^{u-q}}{0{,}0p\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

Ist die Zahl der sich wiederholenden Nebennutzungen gering, so bietet die Anwendung der vorstehenden Formeln keinen Vorteil; man kommt dann kürzer zum Ziele, wenn man den Wert jeder einzelnen Nutzung auf das Jahr u prolongiert und die Summe dieser Nachwerte durch $1{,}0p^u - 1$ dividiert.

Stellt $\mathfrak{N}$ eine jährliche fortwährend wiederkehrende Einnahme vor, so ist (nach Formel VII) der Kapitalwert derselben $\frac{\mathfrak{N}}{0{,}0p}$.

B. Berechnung der Jetztwerte der Ausgaben.

a) Kulturkosten. Nimmt man an, daß zu Anfang einer jeden Umtriebszeit für Bestandsbegründung der Betrag c verausgabt werde, so ist der Jetztwert des gesamten Kulturkostenaufwandes (das „Kulturkostenkapital") nach Formel X

$$\frac{c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1}.\ [1]$$

b) Jährliche Kosten. Nennt man den Betrag der jährlichen Kosten v und nimmt man an, daß dieselben fortwährend und

---

1) Wäre, was häufig vorkommt, der Kulturkostenaufwand in der ersten Umtriebszeit von demjenigen in den folgenden Umtriebszeiten verschieden, so würde, wenn man ersteren mit c, letzteren mit c′ bezeichnet, das Kulturkostenkapital $= c + \frac{c'}{1{,}0p^u - 1}$ sein.

zwar jedesmal am Jahresschlusse verausgabt werden, so ist der Jetztwert dieser Kosten nach Formel VII

$$\frac{v}{0{,}0p}, \text{ welches wir in der Folge } = V \text{ setzen werden.}$$

Kämen Ausgaben vor, welche periodisch in gleicher Größe sich wiederholen, so wären dieselben nach der unter A. c) für die Nebennutzungen gegebenen Anleitung zu behandeln.

c) Ernte- und Gelderhebungskosten insbesondere. Man berechnet die Jetztwerte derselben nicht besonders, sondern zieht diese Kosten sogleich von den rauhen Einnahmen ab und ermittelt dann den Jetztwert der Differenz. Vgl. Kap. IV des vorbereitenden Teiles, II, 1, S. 53.

C. Formel für den Boden-Erwartungswert.

Wollte man den Boden-Erwartungswert durch eine Formel ausdrücken, in welcher alle möglichen Einnahmen und Ausgaben vorkommen, so würde dieselbe so ausgedehnt und kompliziert werden, daß sie für den praktischen Gebrauch kaum einen Nutzen gewähren dürfte. Wir verzichten daher auf die Aufstellung einer solchen Formel.

Auch die für gewisse theoretische Untersuchungen erforderlichen Formeln entwickelt man am besten in jedem konkreten Falle und nach Maßgabe der für denselben geltenden Voraussetzungen. Eine ziemlich einfache Formel erhält man unter der Annahme:

a) daß $D_a, \ldots . D_q$ ebensowohl Zwischen- wie Nebennutzungen bedeuten können;

b) daß $A_u, D_a, \ldots . D_q$ die bereits von den Ernte- und Gelderhebungskosten bereinigten Einnahmen vorstellen;

c) daß die Ausgaben sich auf die Kulturkosten und auf die jährlichen Kosten beschränken;

d) daß die Kulturkosten zu Anfang jeder Umtriebszeit und in der gleichen Größe c verausgabt werden.

Wir erhalten dann für den Boden-Erwartungswert Be_u folgende, von Faustmann in der Allg. Forst- und Jagdzeitung, 1849, S. 443, aufgestellte Formel:

$$\mathbf{Be_u = \frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\,1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V.}$$

Da $\frac{c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} = c + \frac{c}{1{,}0p^u - 1}$ ist, so kann man die vorstehende Formel auch folgendermaßen anschreiben:

$$Be_u = \frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \ldots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c}{1{,}0p^u - 1} - (c + V).$$

Dieser Ausdruck ist für die Rechnung etwas bequemer als der oben stehende.

Aufgabe 1 (Beispiel einer einfachen Wertrechnung). Eine Blöße von 1 ha, welche sofort kultiviert werden soll, liefere bei Einhaltung einer 70jährigen Umtriebszeit nachhaltig die in der Anlage A verzeichneten Erträge, nämlich im Jahr 70 einen Haubarkeitsertrag von 2970,0 Mark und in den Jahren 20 30 40 50 60
Zwischennutzungserträge von 12 42 57,6 67,2 79,2 Mark.

Welchen Erwartungswert besitzt diese Fläche unter der Annahme, daß zu Anfang jeder Umtriebszeit 24 Mark für Kultur und daß jährlich für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark aufzuwenden sind? Zinsfuß = 3%.

Auflösung: Führt man die eben angegebenen Werte in die obige Formel ein, so hat man

$$Be_u = (2970{,}0 + 12 \cdot 1{,}03^{50} + 42 \cdot 1{,}03^{40} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - 24) : (1{,}03^{70} - 1) - \left(24 + \frac{3{,}6}{0{,}03}\right)$$

$$= (2970{,}0 + 12 \cdot 4{,}3839 + 42 \cdot 3{,}2620 + 57{,}6 \cdot 2{,}4273 + 67{,}2 \cdot 1{,}8061 + 79{,}2 \cdot 1{,}3439 - 24)\; 0{,}1446 - 144 = 362{,}57 \text{ Mark.}$$

Aufgabe 2 (Beispiel einer zusammengesetzteren Wertrechnung). Es ist der Boden-Erwartungswert eines Kiefernwaldes für eine 100jährige Umtriebszeit und unter folgenden Voraussetzungen zu berechnen:

A. Die Einnahmen sind:

a) Hauptnutzungen; diese bestehen:

α) aus der Haubarkeitsnutzung von 4500 Mark am Ende 100. Jahres;

β) aus den Zwischennutzungen, welche erfolgen
in den Jahren . . . 20 30 40 50 60 70 80 90
mit dem Betrage von 12 42 57,6 67,2 79,2 90,0 88,8 86,4 Mark.

b) Nebennutzungen, und zwar:

α) vom Ende des 31. bis zum Ende des 90. Jahres ein jährlicher Erlös für Weidepacht im Betrag von 0,72 Mark.

β) Jedesmal am Ende des 50., 55., 60., 65., 70., 75., 80., 85., 90. und 95. Jahres ein Erlös für Kiefernzapfen im Betrage von 2,04 Mark.

γ) Im ersten, zweiten und dritten Jahre nach erfolgter Abholzung des Bestandes (also im 101., 102. und 103. Jahre) ein Erlös für landwirtschaftliche Benutzung des Bodens im Betrage von je 60 Mark, und wird hierbei vorausgesetzt, daß die Agrikultur 2 Jahre lang ausschließlich, dann aber 1 Jahr lang in Verbindung mit der Holzzucht betrieben werde.

δ) Ein jährlicher Jagdpachtertrag von 0,24 Mark.

B. Die Ausgaben sind folgende:

a) Für Kultur, jedesmal zu Anfang der Umtriebszeit ein Aufwand von 24 Mark.

b) Für Auffrischen eines Entwässerungsgrabens von jetzt an alle 10 Jahre ein jährlicher Aufwand von 6,0 Mark.

c) Für Verwaltung, Schutz und Steuern ein jährlicher Aufwand von 3,6 Mark.

Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Da der neue Holzbestand erst 2 Jahre nach dem Abtriebe des alten begründet wird, so setzt man u = 102 Jahre, prolongiert alle Einnahmen, ausschließlich des Jagdpachterlöses, auf das Jahr 102 und diskontiert den im 103. Jahre erfolgenden landwirtschaftlichen Pachtertrag ebenfalls auf das Jahr 102.

A. Berechnung des Jetztwertes der Einnahmen:

a) Der Wiederholungswert der Hauptnutzungen ist $= (4500 \cdot 1{,}03^{2} + 12 \cdot 1{,}03^{82} + 42 \cdot 1{,}03^{72} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{62} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{52} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{42} + 90 \cdot 1{,}03^{32} + 88{,}8 \cdot 1{,}03^{22} + 86{,}4 \cdot 1{,}03^{12}) : (1{,}03^{102} - 1) = (4500 \cdot 1{,}0609 + 12 \cdot 11{,}2889 + 42 \cdot 8{,}4 + 57{,}6 \cdot 6{,}2504 + 67{,}2 \cdot 4{,}6509 + 79{,}2 \cdot 3{,}4607 + 90 \cdot 2{,}5751 + 88{,}8 \cdot 1{,}9161 + 86{,}4 \cdot 1{,}4258) : (1{,}03^{102} - 1) = 4774{,}0500 + 135{,}4668 + 352{,}8000 + 360{,}0230 + 312{,}5405 + 274{,}0874 + 231{,}7590 + 170{,}1497 + 123{,}1891) = \frac{6734{,}0655}{1{,}03^{102} - 1}$ Mark.

b) Nebennutzungen.

α) Der Wiederholungswert des Weidepachtes ist

$$= \frac{0{,}72 \cdot (1{,}03^{60} - 1) \cdot 1{,}03^{12}}{0{,}03\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{24 \cdot 4{,}8916 \cdot 1{,}4258}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{167{,}3866}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

β) Der Wiederholungswert des Erlöses für Kiefernzapfen ist

$$= \frac{2{,}04\,(1{,}03^{50} - 1) \cdot 1{,}03^{7}}{(1{,}03^{5} - 1)\,(1{,}03^{102} - 1)} = \frac{2{,}04 \cdot 3{,}3839 \cdot 1{,}2299 \cdot 6{,}2785}{1{,}03^{102} - 1}$$

$$= \frac{53{,}3057}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

γ) Der Wiederholungswert des Erlöses für landwirtschaftliche Nebennutzung ist

$$= \frac{60 + 60 \cdot 1{,}03 + \frac{60}{1{,}03}}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{60\left(2{,}03 + \frac{1}{1{,}03}\right)}{1{,}03^{102} - 1} = \frac{180{,}0540}{1{,}03^{120} - 1} \text{ Mark.}$$

δ) Der Kapitalwert des Jagdpachtertrages ist

$$= \frac{0{,}24}{0{,}03} = 8{,}0 \text{ Mark.}$$

B. Berechnung des Jetztwertes der Ausgaben.

a) Das Kulturkostenkapital ist

$$= 24 + \frac{24}{1{,}03^{102} - 1} \text{ Mark.}$$

b) Der Wiederholungswert der Kosten für Grabenbau ist

$$= \frac{6,0}{1,03^{10} - 1} = 6 \cdot 2,9077 = 17,4462 \text{ Mark.}$$

c) Der Kapitalwert der jährlichen Ausgaben ist

$$= \frac{3,6}{0,06} = 120 \text{ Mark.}$$

C. Der Boden-Erwartungswert ist hiernach:

$$= \frac{6734,0655 + 167,3866 + 53,3057 + 180,0540 - 24,0000}{1,03^{102} - 1} + 8,0000$$
$$- (24,0000 + 17,4462 + 120,0000)$$
$$= (6734,0655 + 167,3866 + 53,3057 + 180,0540 - 24,0000)\, 0,05158$$
$$+ 8,0000 - 161,4462$$
$$= 366,7757 + 8,0000 - 161,4462 = 213,33 \text{ Mark.}$$

Anmerkung. In Cottas „Entwurf einer Anweisung zur Waldwerthberechnung", 1818, S. 46, ist der Bodenwert in einem Zahlenbeispiel nach einer Regel berechnet, welcher (mit Unterstellung der Zinseszinsrechnung) die Formel

$$\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \ldots + \frac{D_q}{1,0p^q} + \frac{\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \ldots + \frac{D_q}{1,0p^q}}{1,0p^u - 1} - (c + V)$$

entspricht. Man erhält dieselbe, wenn man die Jetztwerte der in der ersten Umtriebszeit erfolgenden Einnahmen einzeln, die Jetztwerte der vom zweiten Umtriebe an erfolgenden Einnahmen summarisch berechnet, beide Größen addiert und hiervon die einmaligen Kulturkosten sowie das Kapital der jährlichen Kosten abzieht. Cotta nimmt also an, daß nur einmal, zu Anfang der ersten Umtriebszeit, kultiviert wird und daß von da an die Verjüngung auf natürlichem Wege ohne künstliche Beihilfe stattfindet. Die Regel, nach welcher die „Anleitung zur Waldwertberechnung, verfaßt vom kgl. preuß. Ministerial-Forstbureau", 1866 und 1888, den Bodenwert berechnet, weicht von der Cottaschen nur in soweit ab, als sie unterstellt, daß die Ausgabe für Kultur in allen folgenden Umtriebszeiten wiederkehrt. Die bezügliche Formel lautet:

$$\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \ldots + \frac{D_q}{1,0p^q} - c + \frac{\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \ldots + \frac{D_q}{1,0p^q} - c}{1,0p^u - 1} - V.$$

Diese mit der Faustmannschen völlig identische Formel[1]) erfordert in der Ausführung eine um 1 größere Anzahl von Multiplikationen resp.

1) Dieselbe kann auch so angeschrieben werden:

$$\left(\frac{A_u}{1,0p^u} + \frac{D_a}{1,0p^a} + \ldots + \frac{D_q}{1,0p^q} - c\right) \frac{1,0p^u}{1,0p^u - 1} - V.$$

Führt man die Multiplikation mit $1,0p^u$ aus, so erhält man die Faustmannsche Formel.

Divisionen, bietet aber, wenn die Bodenerwartungswerte für verschiedene Umtriebszeiten berechnet werden sollen, den großen Vorzug, daß die Diskontierung der einzelnen Erträge ($D_a \ldots D_q$) nur einmal ausgeführt zu werden braucht, weil sie stets auf den Anfang des Umtriebs erfolgt; während bei Anwendung der Faustmannschen Formel die Prolongierungszeiträume ($u - a \ldots u - q$) mit dem Umtrieb wechseln, daher für einen jeden solchen die ganze Rechnung von vorn angefangen werden muß. Aus diesem Grunde ist bei den im Anhange dieses Werkes, Anlage E und F, mitgeteilten vergleichenden Boden-Erwartungswertberechnungen die obige Formel der amtlichen „Anleitung zur Waldwertberechnung" benutzt worden. Dieselbe bringt außerdem — und darin besteht ein weiterer Vorzug — deutlicher zum Ausdruck, daß zum Wesen des Erwartungswertes grundsätzlich nur Diskontierungen gehören; wogegen die scheinbaren Prolongierungen der Faustmannschen Formel insofern zu Mißverständnissen Veranlassung gegeben haben, als daraus der Schluß gezogen worden ist, es könne und müsse unter Umständen bei diesen (im Zähler) mit einem anderen Zinsfuß gerechnet werden als bei jenen (im Nenner). Vgl. Monatschrift für das Forst- und Jagdwesen, 1874, S. 337.

Auch Baur teilt diese Auffassung, wie u. a. aus der auf S. 348 seines Handbuchs der Waldwertberechnung mitgeteilten Bodenwertsberechnung (Tabelle I, 8) hervorgeht. Dort sind z. B. für 120jährigen Umtrieb die Wiederholungswerte der, zu verschiedenen Zeiten eingehenden, Holzerträge mit folgenden Faktoren berechnet:

Durchforstung im 40. Jahre mit $\frac{1{,}025^{80}}{1{,}02^{120} - 1} = 0{,}7383 = \text{ca. } \frac{1{,}013^{80}}{1{,}013^{120} - 1}$

" " 70. " " $\frac{1{,}03^{50}}{1{,}02^{120} - 1} = 0{,}4489 = \text{ca. } \frac{1{,}014^{50}}{1{,}014^{120} - 1}$

" " 100. " " $\frac{1{,}035^{20}}{1{,}02^{120} - 1} = 0{,}2038 = \text{ca. } \frac{1{,}017^{20}}{1{,}017^{120} - 1}$

Baur diskontiert hier also thatsächlich mit einem Zinsfuß von 1,3 bis 1,7 %, welcher — ganz im Widerspruch mit seinen eigenen Vorschriften — bei längeren Zeiträumen sogar größer ist als bei kürzeren. Vgl. auch Note 2, I, 2, D im Anhang. Bei konsequenter Anwendung der dort vorgeschlagenen, progressionsmäßig verminderten Zinsfüße hätte Baur einen kleineren, nicht aber einen größeren Boden-Erwartungswert erhalten müssen, als bei gleichmäßiger Diskontierung mit 2 %.

3) Allgemeines über die Größe des Boden-Erwartungswertes.

A. Umstände, von welchen die Größe des Boden-Erwartungswertes abhängt.

Abgesehen von der absoluten Größe der Einnahmen und Ausgaben wird die Größe des Boden-Erwartungswertes bedingt:

a) Durch die Länge der Umtriebszeit. Da das Holz in den ersten Bestandsaltern meist gar keinen Verkaufswert besitzt, und da selbst in den nächstfolgenden Jahren, in welchen es einen solchen Wert erhält, der Erlös nicht einmal die Erntekosten deckt, so kann der Boden-Erwartungswert, berechnet für sehr niedrige (jedoch in Praxi nicht gebräuchliche) Umtriebszeiten, nicht blos Null werden, sondern sogar negativ ausfallen. Mit dem Wachsen der Umtriebszeit steigt der Gebrauchswert des Holzes, und es wird dann der Boden-Erwartungswert positiv; er nimmt anfangs langsam, später rascher zu, erreicht ein Maximum und sinkt von da an langsamer als er gestiegen ist. Ein zweites Maximum kann in zwei Fällen eintreten, nämlich

α) wenn den stärkeren Holzsortimenten mit der Erlangung gewisser Dimensionen plötzlich eine bedeutende Wertsteigerung zu teil wird;

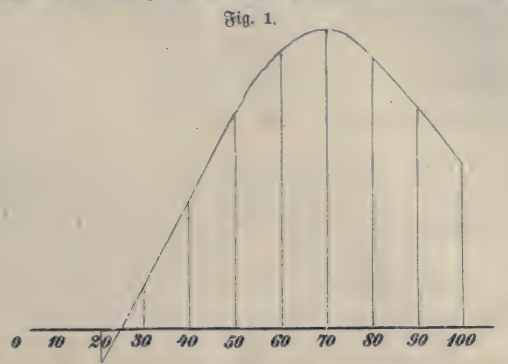
β) wenn ein höherer Umtrieb mit einer Veränderung des Betriebs, insbesondere mit Zuwachssteigerungen verbunden ist. (Vgl. Anlage E.)

Der Aufwand an Kulturkosten nimmt mit der Länge der Umtriebszeit ab, jedoch nicht in dem Maße, um auf die Größe der Bodenwerte bei höheren Umtriebszeiten einen hervorragend günstigen Einfluß ausüben zu können. Die Verminderung des Kulturkostenkapitals ist nämlich der Länge der Umtriebszeit nicht direkt proportional, wie sich aus folgender Zusammenstellung, welche für $c = 1$ und einen Zinsfuß von 3% entworfen ist, ergiebt.

Umtriebszeit n	Kulturkostenkapital $\frac{c\, 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$
10	3,9077
20	2,2405
30	1,7006
40	1,4421
50	1,2955
60	1,2044
70	1,1446
80	1,1037
90	1,0752
100	1,0549

Die nachstehende Kurve (Fig. 1.) stellt die Größe der Bodenwerte für die in Anlage A verzeichneten Erträge und Umtriebszeiten graphisch dar.

Fig. 1.



Darstellung der Boden-Erwartungswerte für die Umtriebszeiten von 20 bis 100 Jahren. p = 3.

Die Bodenwertberechnung wurde mit einem Zinsfuß von 3 % und mit der Unterstellung ausgeführt, daß die Ausgaben nur in den Kulturkosten (24 Mark) und den jährlichen Kosten (3,6 Mark) bestehen. Die Abscissen bezeichnen die Umtriebszeiten, die Ordinaten die entsprechenden Bodenwerte. Es kommt hier nur 1 Maximum (im 70. Jahre) vor. Vgl. Anlage B.

Um die Kurve für Umtriebszeiten unter 20 Jahren ausführen zu können, müßten die Gelderträge für diesen Zeitraum bekannt sein, welche jedoch unsere Ertragstafel nicht angiebt. Für u = 0 (wenn man den Boden brach liegen läßt) ist der Boden-Erwartungswert gleich dem negativen Kapitalwert der jährlichen Kosten oder wenigstens der Steuern, weil die Verwaltungs- und Schutzkosten hier unter Umständen wegfallen können. Für u = 1 würde zu jenem Kapital noch dasjenige der Kulturkosten kommen, welches, wenn man c = 24 Mark setzt, 824 Mark beträgt. Frühzeitig eingehende Nebennutzungen können bewirken, daß der Boden-Erwartungswert auch schon dann positiv wird, wenn der Holzertrag die Erntekosten noch nicht deckt.

b) Durch die Größe des Zinsfußes. Mit hohen Zinsfüßen ergeben sich niedrige, mit geringen Zinsfüßen hohe Bodenwerte, weil der Bodenkapitalwert aus den Zinsen, die er trägt, berechnet wird und weil dieselbe Zinsenmenge bei höherem Zinsfuße ein geringeres Kapital erfordert, als bei niedrigerem Zinsfuße. Jedoch steht die Größe des Boden-Erwartungswertes nicht genau in umgekehrtem Verhältnisse zu der Größe des Zinsfußes, sondern es findet das Steigen des ersteren in einem weit stärkeren Verhältnisse statt, als das Fallen des letzteren. So z. B. ergeben sich für die in der Anlage A verzeichneten Erträge, sowie bei einem Kulturkostenaufwand von 24 Mark und einem Aufwand an jährlichen Kosten im Betrage von 3,6 Mark nachstehende Bodenwerte:

Umtriebszeit	20	40	60	80	100
		bei 3 %			
Bodenwert	— 40	174	341	318	203
		bei 2 %			
Bodenwert	— 31	385	808	883	701

(Die spezielle Berechnung ist aus den Tabellen B und C zu ersehen.)

c) Durch die Zeit des Eingangs der Zwischen- und Nebennutzungen. Die Jetztwerte der Zwischennutzungen berechnen sich verhältnismäßig viel höher, als diejenigen gleich großer Haubarkeitsnutzungen, weil bei jenen der Diskontozeitraum ein kürzerer ist. So z. B. ist der Wiederholungswert einer Zwischennutzung, welche zum erstenmale im 30. Jahre, dann aber alle 100 Jahre eingeht, bei Unterstellung eines Zinsfußes von 3 % fast 8 mal größer, als der Wiederholungswert einer Haubarkeitsnutzung von gleichem Betrage, welche alle 100 Jahre erfolgt. Man kann daher durch Ansatz frühzeitiger Durchforstungen, sowie durch Lichtungshiebe, welche im Laufe des Umtriebs eingelegt werden, die Bodenwerte bedeutend steigern; doch übersehe man nicht, daß die geringeren Sortimente, welche die Durchforstungen in jüngeren Beständen ergeben, nur bei guten Holzpreisständen absetzbar sind. — Frühzeitig vorgenommene Nebennutzungen wirken in gleichem Grade auf die Bodenwerte ein.

d) Durch die Zeit der Verausgabung der Produktionskosten. Was eben über die Zwischen- und Nebennutzungen bemerkt worden ist, gilt im entgegengesetzten Sinne für die Ausgaben. Frühzeitig erfolgende Ausgaben (wie z. B. die Kulturkosten) tragen also verhältnismäßig am meisten zur Verminderung der Bodenwerte bei. Daher erlangt man auch bei Unterstellung von natürlicher Verjüngung (jedoch unter der Voraussetzung, daß nicht bedeutende Nachbesserungen notwendig werden) mitunter höhere Bodenwerte, als bei künstlicher Verjüngung, obgleich die letztere unter Umständen eine Abkürzung der Umtriebszeit ermöglicht.

B. Eintritt des Maximums des Boden-Erwartungswertes.

a) Einfluß des Zinsfußes. Unter sonst gleichen Verhältnissen variiert das Eintreffen des Bodenwert-Maximums nach Maßgabe des der Rechnung unterlegten Zinsfußes, indem eine Erniedrigung des letzteren die Kulmination hinausschiebt. So erfolgt in dem seither benutzten Beispiel das Maximum des Boden-Erwartungswertes bei 4 % im 60., bei 3 % im 70., bei 1 % im 80. Jahre, wie nachstehende Zusammenstellung zeigt.

Umtriebszeit	Bodenwert, berechnet für einen Zinsfuß von			
Jahre	4 %	3 %	1 %	
50	125	277	1748	Mark
60	**144**	341	2380	„
70	139	**363**	2869	„
80	104	318	**2943**	„
90	71	269	2930	„

b) Im übrigen bewirken die unter A, c) und d) angegebenen Mittel zur Steigerung des Bodenwertes auch eine Beschleunigung des Eintritts des Bodenwert=Maximums, also z. B. frühzeitige Vornahme von Zwischen= und Nebennutzungen, Verminderung der Kulturkosten 2c. Letztere können als negative Einnahme angesehen werden; sie haben also die nämliche Wirkung wie die Zwischen= und Nebennutzungen, nur im entgegengesetzten Sinne. Jedoch ist der Einfluß, welchen die vorgedachten Momente auf die Kulmination des Bodenwertes ausüben, viel geringer als derjenige des Zinsfußes[1]).

Selbstverständlich können für die Praxis nur solche Boden=Erwartungswerte in Betracht kommen, welche für Umtriebszeiten berechnet sind, die sich vom Standpunkte des Waldbaues (in Bezug auf die Verjüngung, Erhaltung der Bodenkraft 2c.) sowie von demjenigen der Forstbenutzung (unbedingte Marktfähigkeit der erzeugten Holzsortimente) überhaupt als durchführbar erweisen.

4) **Würdigung der Methode des Boden=Erwartungswertes.**

Die Methode des Erwartungswertes lehrt den Waldbesitzer die Größe desjenigen Kapitals kennen, welches ihm beim Ausleihen zu dem der Waldwertrechnung unterlegten Zinsfuß ein den Reinerträgen des Waldes gleichkommendes Einkommen liefert. Sie ist die einzige, welche den wahren forstwirtschaftlichen Wert des Bodens angiebt, weil sie sich auf die Produktionsfähigkeit des letzteren gründet, setzt aber, um richtige Resultate zu liefern, voraus:

---

1) v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und zur forstlichen Statik. Supplemente zur Allg. Forst= und Jagd=Zeitung von 1868, IV. Band, 3. Heft, S. 151 ff. Einen umfassenden Nachweis des Einflusses der Kosten und Erträge auf die Kulmination des Boden=Erwartungswertes hat J. Lehr S. 128 des von dem Verfasser herausgegebenen Handbuchs der forstlichen Statik, sowie in seiner Waldwertrechnung (Loreys Handbuch der Forstwissenschaft, Band II) § 27 u 28 geliefert. Hiernach können von der unter a gegebenen Regel auch Ausnahmen vorkommen.

A. Daß man alle von dem betreffenden Boden zu erwartenden Einnahmen, nebst den auf letzteren ruhenden Ausgaben kennt. Diese Bedingung wird jedoch, wenigstens bezüglich der Einnahmen, selten genau erfüllt werden können:

a) weil es in der Regel an lokalen Holz- und Geldertragstafeln fehlt, die Aufstellung derselben aber zeitraubend, schwierig und kostspielig ist und insbesondere bei kleinen Flächen, wegen des relativ geringen Wertes der letzteren, sich nicht lohnt, weshalb man häufig genötigt ist, die Wertsberechnung auf Ertragstafeln zu stützen, welche für eine andere Örtlichkeit mit nicht genau übereinstimmenden Holzwachstums- und Preisverhältnissen gelten;

b) weil die Auswahl der einer gewissen Lokalität entsprechenden Ertragstafel in dem Falle, daß der Boden unbestockt oder nur mit jungem Holze oder lückig bestanden ist, nicht mit Zuverlässigkeit bewerkstelligt werden kann.

B. Daß man zur Berechnung der Jetztwerte der Einnahmen und Ausgaben den richtigen Zinsfuß anwendet, dessen Ermittelung, wie sich aus dem II. Kapitel des „Vorbereitenden Teils“ ergiebt, mit großen Schwierigkeiten verbunden ist.

C. Daß die durch die Rechnung gefundene Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes auch eingehalten bezw. eingeführt werden kann, ohne daß der Preis des Holzes sinkt. Dies wird in der Regel nur dann der Fall sein, wenn nicht seither in dem Absatzgebiet, auf welches sich die Bodenwertsberechnung bezieht, höhere Umtriebszeiten eingehalten wurden, oder wenn die Fläche, auf welcher die berechnete Umtriebszeit eingeführt werden soll, eine geringe Ausdehnung besitzt.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, daß der Maximalbetrag des Boden-Erwartungswertes bei größeren Flächen so lange überhaupt nicht genau bestimmt werden kann, als noch ein schwankendes Verhältnis zwischen den thatsächlich eingehaltenen und den am besten rentierenden Umtriebszeiten besteht.

Trifft die Umtriebszeit, für welche der größte Boden-Erwartungswert sich berechnet, ein Bestandsalter, in welchem das Holz zu schwache Sortimente liefert und deshalb in größerer Menge entweder gar nicht oder nur zu geringeren als den seitherigen Preisen absetzbar ist, so muß die Rechnung mit den nächst höheren Umtriebszeiten, bei welchen die ganze Holzernte verwertet werden kann und mit den bei diesen Umtriebszeiten realisierbaren Preisen wiederholt werden. Der größte von den hierbei sich ergebenden Werten ist dann als das wahrscheinliche Maximum des Boden-Erwartungswertes anzunehmen, und er wird

dies auch so lange bleiben, als die angrenzenden Waldungen die Umtriebszeit nicht geändert haben. Tritt jedoch dieser Fall ein, so ändert sich auch der Boden-Erwartungswert. Letzterer ist daher keine konstante Größe, sondern er ändert sich mit den Holzpreisen, außerdem aber auch mit der Waldbehandlungsweise 2c.

Zur Geschichte der Theorie des Boden-Erwartungswertes.

Im Jahre 1801 wurde im II. Bande der Zeitschrift Diana (S. 127) eine an v. Burgsdorf gerichtete Zuschrift [1]) zweier preuß. Feldjäger, Bein und Eyber, veröffentlicht, in welcher dieselben einige Fragen der Waldwertrechnung aufwarfen.

Nördlinger und Hoßfeld nahmen hieraus Veranlassung, im III. Bande der Diana (1805) ihre bez. Ansichten auszusprechen, und legten hierdurch den Grund zu der heutigen Waldwertrechnung. Hoßfeld insbesondere gab für die Wertsberechnung Vorschriften (a. a. O. S. 436), welche, auf den Boden angewandt, ganz präcis zur Ermittelung des Boden-Erwartungswertes führen. In den zur Erläuterung seines Verfahrens mitgeteilten Beispielen berechnete er jedoch nur Waldwerte, während die von Nördlinger gewählten Beispiele sich nur auf den Wert von solchem Waldboden beziehen, dessen Bestände mit dem jährlichen Betriebe bewirtschaftet werden sollen.

Die erste, mit Unterstellung des aussetzenden Betriebes geführte (und in allen ihren Teilen richtige) Berechnung des Erwartungswertes eines nackten Waldbodens finden wir in Königs „Anleitung zur Holztaxation", 1813, S. 257. Drückt man die Zahlen in dem von König berechneten Beispiele durch algebraische Zeichen aus, so erhält man folgende Formel:

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q}}{1{,}0\,p^u - 1} - \left(c + \frac{v}{0{,}0\,p}\right).$$

König unterstellt also den Fall, daß nur einmal, im Beginn der ersten Umtriebszeit, kultiviert werde und daß die Verjüngung von der zweiten Umtriebszeit an kostenlos (also etwa auf natürlichem Wege und ohne Nachbesserungen) erfolge.

Faustmann stellte in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1849, S. 443, auf Grundlage streng wissenschaftlicher Entwicklungen die Formel

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q} - c\, 1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u - 1} - \frac{v}{0{,}0\,p}$$

auf, welche für den Fall gilt, daß der Kulturkostenaufwand sich alle u Jahre in gleicher Größe wiederholt.

---

1) Sie führt den Titel: Verschiedene, die Bestimmung des Werthes eines zu veräußernden Waldes betreffende Bedenklichkeiten.

Eine noch allgemeinere Formel des Boden-Erwartungswertes wäre (s. S. 62):

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\, p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\, p^{u-q} - c'}{1{,}0\, p^u - 1} - \left(c + \frac{v}{0{,}0\, p}\right),$$

welche voraussetzt, daß der ursprüngliche Kulturkostenaufwand von demjenigen in den folgenden Umtriebszeiten verschieden ist.

Neben den vorstehenden richtigen Formeln hat die forstliche Litteratur auch einige unrichtige aufzuweisen. Zu diesen gehört u. a. die Formel von G. L. Hartig [1]). Sie lautet:

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u \cdot 0{,}0\, p} - \left(c + \frac{v}{0{,}0\, p}\right).$$

Ihr Fehler beruht darin, daß sie die Jetztwerte der Erträge nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung ermittelt [2]) und dazu noch die Vornutzungen gerade so behandelt, als ob dieselben gleichzeitig mit der Haubarkeitsnutzung eingingen.

Übrigens läßt sich die Hartigsche Formel auch mittelst der Zinseszinsrechnung deuten, wobei das Maß ihrer Unrichtigkeit noch klarer hervortritt. Es stellt nämlich, wie wir im III. Kapitel zeigen werden,

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u \cdot 0{,}0\, p} - \frac{v}{0{,}0\, p}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u \cdot 0{,}0\, p} - \frac{\left(\frac{c}{u} + v\right)}{0{,}0\, p}$$

den kapitalisierten durchschnittlich-jährlichen Waldreinertrag, d. h. den Waldwert einer normalen Betriebsklasse vor. Die Hartigsche Formel giebt also annähernd (nicht ganz, wegen der verschiedenen Verrechnungsweise von c) den Wert des bloßen Bodens plus demjenigen des normalen Vorrates an; sie mutet mithin dem Käufer zu, den Wert einer Reihe von Holzbeständen zu bezahlen, welche auf der zu erwerbenden Fläche gar nicht vorhanden sind.

---

1) Anleitung zur Berechnung des Geldwertes eines rc. Forstes, 1812, S. 18 bis 20 und S. 11, Ziff. 5. — Anweisung zur Taxation rc. der Forste, 3. Aufl., 1813, 1. Teil, S. 180 und S. 178, III. — Die Forstwissenschaft nach ihrem ganzen Umfange, 1831, S. 270—271 und S. 268.

2) Betrachtet man A_u als die u maligen einfachen Zinsen des Kapitals K, so ist

$$K \cdot \frac{p}{100} \cdot u = A_u;\ \text{hieraus}\ K = \frac{A_u \cdot 100}{u \cdot p} = \frac{A_u}{u \cdot 0{,}0\, p}.$$

Daß die einfache Zinsrechnung bei Waldwertrechnungen nicht angewendet werden darf und insbesondere bei der Bestimmung des Kapitalwertes immerwährender Renten zu ganz unannehmbaren Resultaten führt, wird in Note 1 (am Schlusse der vorliegenden Schrift) ausführlich nachgewiesen werden.

Um die Größe des möglichen Fehlers zu veranschaulichen, wollen wir nachstehend ein von Hartig selbst aufgestelltes Beispiel einmal nach dessen Formel, zum andern nach dem richtigen Verfahren behandeln.

Es sei $u = 100$, $A_{100} = 74$, $D_{60} = 4$, $D_{80} = 10$, $c = 5$, $p = 8$ (die jährlichen Kosten zieht Hartig in dem vorliegenden Beispiele nicht in Betracht), so ist der Boden-Erwartungswert einschließlich des Kapitals der jährlichen Kosten nach der Hartigschen Formel

$$= \frac{74 + 4 + 10}{100 \cdot 0{,}08} - 5 = 6$$

während er nach der richtigen Formel

$$\frac{74 + 4 \cdot 1{,}08^{40} + 10 \cdot 1{,}08^{20}}{1{,}08^{100} - 1} - 5 = - 4{,}90563$$

sein würde.

Auch die (neuerdings außer Anwendung gesetzte) Bayerische Instruktion für die „Werthsbestimmung des zu den Eisenbahnbauten abzutretenden Waldbodens", vom 3. März 1857 (Forstliche Mittheilungen, 1858, II. Band, 4. Heft, S. 91) veranschlagt den Wert des nackten Waldbodens nach dem kapitalisierten Durchschnittsertrag und beachtet unter den Ausgaben sogar nur die „Gewinnungskosten".

Die „Anleitung zur Waldwerthberechnung, verfaßt vom Königl. Preuß. Ministerial-Forstbureau", 1866, berechnet (§ 9 und § 23) den Wert einer holzleeren Fläche dann nach der Hartigschen Formel, wenn „das zu veräußernde Grundstück einem vorhandenen Waldkomplex angefügt wird, welcher eine genügende Menge schlagbaren Holzes enthält, so daß der Einschlag in demselben sich entsprechend verstärken läßt und demgemäß die jährliche Holzproduktion der hinzutretenden Fläche durch den zu verstärkenden Einschlag in den Beständen des vorhandenen Waldes sofort nutzbar gemacht werden kann". Gegen diese Regel läßt sich einwenden, daß es des Hinzutretens einer Blöße zu einem Waldkomplex nicht bedarf, um die schlagbaren Hölzer zur Nutzung zu bringen, daß also der Vorteil, welcher hier aus der rechtzeitigen Ernte einer gewissen Menge haubaren Holzes abgeleitet wird, von der Vermehrung der produktiven Fläche unabhängig ist und somit auch nicht der hinzutretenden Fläche angerechnet werden darf. Nach einer Anmerkung zu § 9 zu schließen, macht die „Anleitung ꝛc." von der Hartigschen Formel jedoch auch schon dann Gebrauch, wenn der Waldkomplex, mit welchem die holzleere Fläche vereinigt werden soll, nur eben dasjenige Quantum schlagbaren Holzes besitzt, welches eine normale Betriebsklasse aufzuweisen hat[1]).

---

1) In analoger Weise berechnet Pfeil (Kritische Blätter, 1841, 16. Band, 2. Heft, S. 77, und Forsttaxation 3. Auflage, 1858, S. 387) den Wert einer Fläche, welche von einer normalen Betriebsklasse getrennt wird, nach dem kapitalisierten Durchschnittsertrage. Pfeil verlangt also, daß der Käufer jener Fläche nicht blos den Wert des Bodens, sondern auch denjenigen des normalen Vorrats bezahle, obgleich dieser im Besitze des Verkäufers bleibt.

Auch Jäger [1]) und Bose [2]) sind der Ansicht, daß in diesem Falle für die fr. Fläche ein höherer Wert als derjenige, welcher dem aussetzenden Betrieb entspricht, gerechnet werden könne. Erwägt man jedoch, daß

a) wenn die Betriebsklasse mit der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes bewirtschaftet wird, der Vorausbezug des Zuwachses der hinzutretenden holzleeren Fläche nur dadurch erfolgen kann, daß ein Teil der vorhandenen Bestände schon vor dem normalen Haubarkeitsalter, also mit Verlust genutzt wird;

b) wenn der Umtrieb ein höherer ist, der vorhin erörterte Fall vorliegt, so gelangt man zu dem Schlusse, daß eine holzleere Fläche durch ihre Vereinigung mit einer normalen Betriebsklasse nicht etwa deswegen einen höheren Wert gewinnen kann, weil es möglich sei, ihren Zuwachs sofort in dem älteren Holze der Betriebsklasse zu beziehen.

Wenn der Wert von kleineren Waldgrundstücken durch den Anschluß an eine Betriebsklasse häufig steigt, so beruht dies auf ganz anderen Gründen als denjenigen, welche von den vorerwähnten Autoren geltend gemacht wurden. Siehe hierüber Seite 4 oben. Wären die daselbst aufgeführten Vorteile nicht vorhanden, so würde die Wiederherstellung der durch den Zutritt einer Blöße gestörten Normalität einer Betriebsklasse sogar mit Verlust verbunden sein [3]).

Diesen Verlust V hätte man in folgender Weise zu ermitteln. Man berechnet

a) den Wald-Erwartungswert W der normalen Betriebsklasse,

b) den Boden-Erwartungswert Be_u der Blöße,

c) den Wald-Erwartungswert W_1, welcher sich für die Betriebsklasse nach Hinzufügung der Blöße unter Zugrundelegung eines den Übergang in den Normalzustand regelnden Wirtschaftsplanes ergiebt.

Hiernach findet man $V = W + Be_u - W_1$. (Die Berechnung der Wald-Erwartungswerte wird in Kap. III gelehrt werden.)

In analoger Weise kann aber auch ein Verlust V_1 dadurch entstehen, daß von einer normal beschaffenen Betriebsklasse ein Teil abgetrennt wird. Die Berechnung von V_1 wird m. m. nach dem obigen Verfahren ausgeführt.

---

1) Die Land- und Forstwirthschaft des Odenwaldes, 1843, S. 338.

2) Beiträge zur Waldwerthberechnung, 1863, S. 119.

3) Faustmann: Berechnung des Werthes, welchen Waldboden sowie noch nicht haubare Holzbestände für die Waldwirthschaft besitzen. Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, Jahrg. 1849, S. 454—455. Derselbe: Der aussetzende und nachhaltige Betrieb in Beziehung zur Waldwerthberechnung und Erörterung der Frage, ob der Werth einer isolirten Waldparcelle durch ihre Verbindung mit einem größeren Nachhalts-Complex sich ändert. Daselbst, Jahrg. 1865, S. 41. — v. Seckendorff: Ueber den Verlust, welcher durch Zufügung einer Blöße zu einer normalen Betriebsklasse entsteht. Daselbst, Jahrgang 1870, S. 89.

Ist die Fläche der Blöße im Verhältnis zur Fläche der ganzen Betriebsklasse unbedeutend, so fällt V bezw. V_1 selbstverständlich sehr klein aus und kann dann vernachlässigt werden.

Bei einer abnorm beschaffenen Betriebsklasse hängt es von deren Zustand ab, ob durch Hinzufügung oder Abtrennung eines Waldteils die Herstellung des Normalzustandes verzögert oder beschleunigt wird, und ob hiernach ein Verlust oder Gewinn sich ergiebt. Die Rechnung ist wieder nach der vorstehenden Anleitung zu führen; nur hat man, wenn der hinzukommende oder ausscheidende Waldteil bestockt ist, statt des Boden=Erwartungswertes den Wald=Erwartungswert zu setzen.

Für die praktische Anwendung der Boden=Erwartungswert=Formel

hat Kraft in seiner Schrift „Zur Praxis der Waldwerthrechnung ꝛc.", Hannover 1882, verschiedene Vereinfachungen und Hilfsmittel angegeben. Er schlägt vor, den Nachwert der Vornutzungen

$$(Da \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + Dq \cdot 1{,}0\,p^{u-q})$$

in Prozenten des Au zu veranschlagen, welche selbstverständlich je nach dem angenommenen Zinsfuße, der Länge des Umtriebs, der Absatzfähigkeit der Durchforstungserträge u. s. w. in gewissen, aber nicht allzu weiten Grenzen schwanken. Für p = 3 wären z. B. durchschnittlich folgende Prozentsätze anzunehmen:

bei gewöhnlichem Eichenhochwald und	70—120=jähr.	Umtrieb:	35— 70 %
„ Eichen=Lichtungsbetrieb und	120 „	„	: 120—140 %
„ Buchen=Hochwald und	50—100 „	„	: 20— 50 %
„ Kiefern= „ „	50—100 „	„	: 20— 45 %
„ Fichten= „ „	50—100 „	„	: 15— 40 %

Die „Endwerte der Holzerträge" verhalten sich demnach zum Au wie 1,15, 1,20 ... zu 1; sind dieselben unter Berücksichtigung der örtlichen Verhältnisse veranschlagt, so hat man sie nur mit dem A_u der Ertragstafel und dem bei ähnlichen Abtrieben erzielten Festmeterpreise zu multiplizieren und mit $(1{,}0\,p^u - 1)$ zu dividieren. Letzteres ist in den beigegebenen Hilfstafeln für die häufiger vorkommenden „Endwerte" und die Zinsfüße p = 2,5, p = 3 und p = 3,5 % im voraus geschehen. Ebenso ist der „Kulturkostenfaktor" $\frac{1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u - 1}$ im voraus berechnet.

In der Hand eines erfahrenen Wirtschafters werden diese Hilfsmittel zweifellos gute Dienste leisten. In einem Lehrbuche dagegen, bei dessen Studium namentlich der Anfänger stets die exakte Herleitung der in die Rechnung einzuführenden Zahlen vor Augen behalten soll, können sie keine Anwendung finden. Aus diesem Grunde wird auch hier weiterhin kein Gebrauch davon gemacht. Beispielsweise sei jedoch angeführt, daß Kraft

bei einem Zinsfuß von 3 % und mittleren Preis- und Kostenverhältnissen folgende Boden-Erwartungswerte berechnet:

für Fichten im 80-jährigen Umtrieb	752 Mark	pro ha
„ Eichen-Kahlschlagbetrieb und 80-jähr. Umtrieb .	331 „	„
„ „ „ „ 120 „ „ . .	265 „	„
„ Eichen-Lichtungsbetrieb mit Unterbau und 120-jähr. Umtrieb	582 „	„
„ Buchen-Femelschlagbetrieb mit 16-jähriger Verjüngungsdauer und 108-jähr. Umtrieb . . .	111 „	„
„ zweihiebigen Buchenhochwald mit $\frac{70}{140}$-jähr. Umtrieb	177 „	„
„ Seebachschen Buchen-Lichtungsbetrieb mit 120-jähr. Umtrieb	228 „	„

III. Ermittelung des Boden-Kostenwertes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Boden-Kostenwert hat man die Summe der Ausgaben zu verstehen, welche zur Erlangung eines kulturfähigen Bodens aufzuwenden sind. Diese Ausgaben können bestehen:

a) in dem Kapitale, welches zum Ankauf oder zur Herstellung des Bodens erforderlich ist;

b) in den Kosten der Urbarmachung;

c) in den Interessen, welche an den unter a) und b) genannten Kosten bis zur Zeit der Kulturfähigkeit des Bodens erwachsen.

Beispiel 1. Man habe durch Anlage eines Dammes in einem Flusse im Laufe von 10 Jahren eine Alluvion von 4 Hektar hergestellt und für den Bau des Dammes 600 Mark, für die jährliche Unterhaltung desselben 12 Mark verausgabt. Wie hoch stellt sich der Kostenwert eines Hektar dieser Fläche? Zinsfuß = 3 %.

Antwort: $\left[600 \cdot 1{,}03^{10} + \frac{12}{0{,}03}(1{,}03^{10} - 1)\right] : 4$

$= [806{,}34 + 137{,}56] : 4 = 235{,}97$ Mark.

Beispiel 2. Ein Hektar Ortsteingrundes, welcher bisher nur zu einer magern Weide benutzt werden konnte, koste beim Ankauf 60 Mark. Der Ortstein wird in Streifen von 2,5 m Breite, mit Belassung eines ebenso großen unbearbeiteten Zwischenraums, herausgebrochen, wofür der Käufer 120 Mark pro Hektar zahlt. Nach Ablauf eines Jahres kann der Boden mit Holz kultiviert werden. Wie hoch berechnet sich der Kostenwert bei einem Zinsfuß von 3 %?

Antwort: $(60 + 120)\ 1{,}03 = 185{,}40$ Mark.

2) Würdigung dieser Methode der Wertsermittelung.

Man veranschlagt den Wert des Bodens nach dem Kostenwert:

a) Wenn der Verkäufer denjenigen Preis feststellen will, zu welchem er eine Bodenfläche ablassen kann, falls ihm mindestens die aufgewendeten Kosten vergütet werden sollen.

b) Wenn der wirtschaftliche Nutzeffekt der auf einen Boden verwendeten Kapitalanlage ausfindig gemacht werden soll, wie z. B. durch die Berechnung der Kostenpreise des Holzes (siehe Angew. Teil, II. Kap. I, 2.).

c) Wenn die von dem betr. Boden zu erwartenden Erträge nicht mit Zuverlässigkeit zu ermitteln sind, weil man keine Erfahrungen über die Ertragsfähigkeit desselben besitzt.

Da der wahre wirtschaftliche Wert des Bodens sich nur aus den von demselben zu erwartenden Erträgen ergiebt, so folgt hieraus, daß der als Kostenwert berechnete Bodenwert mehr oder weniger von dem wahren Bodenwert abweichen kann.

IV. Ermittelung des Boden-Verkaufswertes insbesondere.

1) Begriff.

Unter dem Verkaufswerte eines Bodens hat man denjenigen Wert zu verstehen, welchen dieser Boden nach Maßgabe bekannter Bodenverkäufe besitzt.

2) Würdigung dieser Methode der Wertsermittelung.

A. Der als Verkaufswert bestimmte Bodenwert kann nur dann als der wahre forstwirtschaftliche Wert des Bodens angesehen werden:

a) Wenn die der Wertsbestimmung zu Grunde gelegten Verkaufspreise mit den nach der Methode der Erwartungswerte ermittelten übereinstimmten.

b) Wenn bei der Wertsbestimmung der abzuschätzenden Flächen die etwaige Verschiedenheit, welche zwischen ihrer Bonität und derjenigen der verkauften Flächen besteht, in Rechnung genommen worden ist.

Die Proportionierung des Bodenwerts nach Maßgabe der Bonität ist indessen keineswegs so einfach, als sie auf den ersten Anblick scheinen möchte, weil dieselbe nicht blos die Kenntnis der absoluten Größe der Erträge, sondern auch die Reduktion derselben auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt, z. B. die Umtriebszeit oder die Gegenwart, voraussetzt. Ist man aber imstande, diese Bedingung zu erfüllen, so kann man auch ebenso leicht den Erwartungswert direkt berechnen.

In manchen Gegenden, in welchen geringer Feldboden häufig zur Waldwirtschaft gezogen wird, hat sich ein Marktpreis für solchen Boden

gebildet, ohne daß die Käufer und Verkäufer eine richtige Vorstellung von dem forstlichen Produktionsvermögen dieses Bodens gehabt hätten. Die bezahlten Preise entsprechen dann in der Regel dem landwirtschaftlichen Werte des Bodens. Man kann annehmen, daß sie um so weiter von dem forstwirtschaftlichen abweichen, je mehr der Boden zur Agrikultur sich eignet, weil gutes Feld gewöhnlich höher rentiert, als Wald.

Nach Burckhardt (Waldwerth 1860, S. 13) zahlte man im Königreich Hannover „für größere Heidflächen (Kiefernboden) behufs forstlicher Unternehmungen nach Umständen 9 bis 12, auch 15, seltener 18 Thlr. pro Hannover. Morgen (103; 137; 172; 206 Mark pro Hektar); Bodenankäufe von 20 bis 30 Thlrn. (229 bis 344 Mark pro Hektar) setzen schon Besseres voraus, und 40 bis 50 Thlr. (458 bis 573 Mark pro Hektar) wird man für forstliche Unternehmungen wohl selten, oder nur für recht gute Gründe und unter Voraussetzung einträglicher Nutzholzwirtschaft anlegen können und wollen."

Nach Bose (Beiträge rc., 1863, S. 160) „kann man die durch zahlreiche Verkäufe erzielten Bodenpreise in den Gegenden des Großherzogthums Hessen, in welchen der Preis für 1 Hess. Kubikfuß Buchen-Scheitholz 3—4 Kreuzer beträgt, für Boden mittlerer Güte zu 30 fl. für den Gr. Hess. Morgen (206 Mark pro Hektar) annehmen."

Preßler (Rat. Waldw. 1859, II, S. 78): „Nach den in der Neuzeit stattgefundenen Verkäufen zu schließen, dürfte man in den cultivirteren Theilen Deutschlands den absoluten Waldboden pro östr. Joch wohl mit 30—50 und also durchschnittlich mit 40 Thalern (156; 260; 208 Mark pro Hektar) abzuschätzen haben. Doch ist das nach den dermaligen Weisen und Preisen der Holzwirthschaft durchaus nicht als sein dermalig richtiger Holzproductionswerth anzusehen. Denn er müßte etwa 1½ Thlr. (7,82 Mark pro Hektar) Bodenrente gewähren, eine Rente, welche dermalen die beste Wirthschaft kaum dem besten Boden bei hohem Umtriebe abzuringen vermag! . . . Wir dürfen dem rechnenden Gutsbesitzer nicht verschweigen, daß bei der unvermeidlich hohen Kostspieligkeit der Holzproduction im Verhältnis zu deren Erträgen, namentlich dort, wo jüngere Bestände wenig Absatz finden, der richtige Finanzwert des absoluten Holzbodens sich sehr niedrig stellt, und von seinen Besitzern vielfach überschätzt wird. Manchmal dürfte derselbe mit 20 Thlrn. pro Joch (104 Mark pro Hektar) noch zu hoch abgeschätzt und bezahlt sein."

Nach Donner (zweite Auflage des v. Hagenschen Werkes: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 1883, I, S. 123) wurden von der Preuß. Staatsregierung während der Jahre 1867—1881 38329 Hectar angekauft und hierfür sowie für die Aufforstung 7292072 Mark verausgabt. Donner bemerkt hierzu: „Diese Summe schloß den Kaufpreis für die mit angekauften, meist jüngeren Holzbestände, ferner für einzelne Gebäude ein; auch ist zu berücksichtigen, daß für werthvollere Enclaven verhältnißmäßig hohe Preise angelegt werden mußten. Für das Gros der Ankäufe wird, wenn nur der Grund und Boden in Betracht kommt, mit Einschluß der Auf-

forstungskosten ein Preis von 200 Mark pro Hektar als ausreichend zu erachten sein." Rechnet man pro Hektar 60 Mark Aufforstungskosten, so würde sich hiernach der Preis des nackten Bodens durchschnittlich auf 140 Mark stellen.

Könnte man annehmen, daß der Preis des Holzes bis 1883 jährlich um 1½ Prozent gestiegen und daß der Wert des Waldbodens in demselben Verhältnis gewachsen sei, so würde anstatt der von Burckhardt angegebenen Zahlen

103; 137; 172; 206; 229; 344; 458; 573

zu setzen sein:

145; 193; 242; 290; 322; 484; 645; 807;

anstatt der von Bose angegebenen Zahl

206

zu setzen sein:

277;

anstatt der von Preßler angegebenen Zahlen

156; 260; 208; 104

zu setzen sein:

223; 372; 297; 149.

B. Obwohl, wie sich aus dem Vorhergehenden ergiebt, der wahre forstwirtschaftliche Bodenwert von dem ortsüblichen Verkaufswerte desselben wesentlich verschieden sein kann, so wird der letztere, zumal dessen Veranschlagung — bewußt oder unbewußt — nach Maßgabe der möglichen landwirtschaftlichen Erträge zu erfolgen pflegt, doch in allen denjenigen Fällen der Praxis Beachtung verdienen, wo neben der forstwirtschaftlichen auch eine andere Benutzung des Bodens, namentlich als Acker, Wiese, Weide 2c., in Betracht kommt oder wenigstens zur Vergleichung herangezogen werden kann. Solche Fälle werden sein:

a) Ankauf von Ackergrundstücken u. dgl. zum Zwecke der Waldanlage, zur Arrondierung oder zum Wegebau. Es erscheint selbstverständlich, daß hierbei der seitherige Besitzer mindestens den ortsüblichen Bodenpreis fordern wird; der letztere kann aber, da die Preisbildung in einzelnen Fällen nicht allein von der Ertragsfähigkeit des Bodens, sondern auch von anderweitigen, selbst persönlichen Momenten beeinflußt wird, mit einiger Sicherheit nur aus zahlreichen Verkäufen als Durchschnitt abgeleitet werden. Ebenso in beiden folgenden Fällen, nämlich:

b) Verkauf von Waldgrundstücken zu anderweitiger Benutzung, insbesondere auch bei einer Expropriation (Zwangsenteignung zu Zwecken des öffentlichen Wohles) z. B. zum Eisenbahnbau.

Alle Expropriationsgesetze verlangen, daß volle Entschädigung geleistet werde. Wenn nun der zu Entschädigende nachzuweisen imstande ist, daß er sein Gut zu jeder Zeit um einen gewissen Preis verkaufen kann, so muß ihm der letztere vergütet werden, auch wenn auf Grundlage der forstlichen Erträge ein anderer Preis sich berechnet. Der Verfasser könnte einen Fall namhaft machen, in welchem die Gerichtsbehörde den durch eine forstliche Expertise ermittelten Erwartungswert nicht gelten ließ, sondern demselben den Verkaufswert substituierte. Die juristische Litteratur weist aber auch Beispiele dafür auf, daß die Bemessung der Entschädigung nach dem Kaufpreis verworfen und die „Ertragsfähigkeit" des Areals als Anhaltspunkt für die Ermittelung des Wertes gewählt wurde[1]).

c) Vergleichung der Rentabilität des forstlichen Betriebes mit derjenigen anderer Bodenbenutzungsarten. Hierbei kann der Waldbesitzer denjenigen Preis zu Grunde legen, welchen er bei einem Verkaufe des Bodens voraussichtlich erlösen würde; als Maßstab der Rentabilität der einzelnen wahlfähigen Betriebsarten aber kann entweder der Unterschied dieses ortsüblichen Bodenpreises gegenüber den Erwartungswerten dienen, welche sich für die fraglichen Betriebe bei Annahme eines bestimmten Zinsfußes berechnen; oder derjenige Zinsfuß, welcher die Differenz zwischen Erwartungs- und Verkaufswert auf Null bringt. Vgl. Anhang, II. Kap. „Zur forstlichen Statik".

II. Kapitel.

Ermittelung des Bestandswertes.

I. Methoden der Wertermittelung.

Die Bestandswerte können ermittelt werden:

1) nach dem Erwartungswerte,
2) nach dem Kostenwerte,
3) nach dem Verkaufswerte.

Die Wertbestimmung kann sich erstrecken auf ganze Bestände oder auf Teile derselben, wie einzelne Bäume, Sortimentsmaße und Zuwachse. Von Interesse ist auch die Berechnung des Wertes eines Komplexes von Beständen, welche eine normale Altersstufenfolge zu-

---

1) Arends: Sammlung interessanter Erkenntnisse aus dem Civil-Rechte und Processe IV, 1 (1853), S. 301.

sammensetzen. Dieser Wert des „normalen Vorrates" läßt sich auch als Rentierungswert bestimmen, jedoch nur in dem Falle, wenn der Bodenwert als Erwartungswert angenommen werden kann (siehe VI).

II. Ermittelung des Wertes ganzer Bestände.

1) Ermittelung des Erwartungswertes eines Bestandes.

A. Begriff.

Der Erwartungswert eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der auf das Jahr m diskontierten Werte aller von ihm zu erwartenden Einnahmen, abzüglich der auf das Jahr m diskontierten Werte aller Kosten, welche zur Erzeugung jener Einnahmen noch aufgewendet werden müssen[1]).

B. Verfahren zur Bestimmung des Erwartungswertes eines Bestandes.

a) Berechnung des Jetztwertes der zu erwartenden Einnahmen.

α) Haubarkeitsnutzung. Nennt man dieselbe A_u, so ist ihr Vorwert im Jahre m:

$$\frac{A_u}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Der Wert von A_u selbst wird in der nämlichen Weise ermittelt wie beim Bodenerwartungswert. Vgl. I. Kap. II, 2, A, a.

β) Zwischen- und Nebennutzungen. Geht eine derartige Nutzung D_n im Jahre n, wobei $n > m$, ein, so ist ihr Wert im Jahre m:

$$\frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}} = \frac{D_n\,1{,}0p^{u-n}}{1{,}0p^{u-m}},$$

1) Bei der Ermittlung des Boden-Erwartungswertes berechnet man die Jetztwerte aller Erträge und Kosten auf das Jahr 0 (Null), während dieselben bei der Bestimmung des Bestands-Erwartungswertes auf das Bestandsalter m bezogen werden. Man beachte wohl, daß nach dem allgemeinen Grundsatz der Erwartungswerte (s. S. 8) in dem vorliegenden Falle

a) nur diejenigen Nutzungen und Kosten in Rechnung genommen werden dürfen, welche der Bestand (nicht der Boden) vom Jahre m bis zur Haubarkeit liefert bezw. verursacht;

b) daß hiernach alle vor dem Jahre m bereits bezahlten Kosten, wie z. B. die Kultur- und die m maligen jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz 2c. unberücksichtigt bleiben müssen.

wenn man nämlich Zähler und Nenner des Ausdrucks $\frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}}$, um denselben mit dem obigen, für die Haubarkeitsnutzung erhaltenen, auf gleiche Benennung zu bringen, mit $1{,}0p^u$ multipliziert.

Gehen in den Jahren o, ..., q noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen $D_o, \ldots, D_q$ ein, so sind deren Vorwerte im Jahr m:

$$\frac{D_o\, 1{,}0p^{u-o}}{1{,}0p^{u-m}}, \ldots, \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Berechnung des Jetztwertes der Produktionskosten.

α) Jährliche Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern. Setzt man den jährlichen Betrag derselben = v, so ist die Summe der Jetztwerte aller vom Jahre m bis zum Jahre u zu verausgabenden jährlichen Kosten:

$$\frac{v}{1{,}0p} + \frac{v}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{v}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{\frac{v}{0{,}0p}(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{V(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}},$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ setzt.

β) Bodenrente. Da der Waldeigentümer zur Produktion der Erträge A_u, D_n .... den Boden u — m Jahre lang hergeben muß, so ist die (u — m) malige Bodenrente $B \cdot 0{,}0p$ als Produktionsaufwand zu verrechnen. Der Wert dieser Rente, bezogen auf das Jahr m, ist:

$$\frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p} + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{B \cdot 0{,}0p}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{B(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

c) Hiernach ist die Formel für den Erwartungswert eines Bestandes, wie sie Ötzel in der Allg. Forst- und Jagdzeitung 1854, Seite 328 aufgestellt hat, folgende:

$$\mathbf{He_m = \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}}.$$

Erläuterndes Beispiel. Es sei der Schadenersatz zu berechnen, auf welchen ein Waldbesitzer Anspruch zu erheben hat, dem ein 45jähriger Bestand durch ein doloser Weise angezündetes Feuer zerstört worden ist. Nach der Ansicht von Sachverständigen seien von jenem Bestande bis zu seinem auf das 70. Jahr festgesetzten Abtriebe noch folgende Erträge zu erwarten gewesen:

im Jahre . . .	50	60	70	
Zwischennutzungen	67,2	79,2	—	Mark
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz und Steuern ꝛc. betrage 3,6 Mark, der Bodenwert 362,56 Mark. Die Rechnung soll mit einem Zinsfuße von 3 % geführt werden.

Offenbar muß dem Waldbesitzer der Jetztwert aller derjenigen Nutzungen vergütet werden, welche derselbe von dem 45jährigen Bestande bis zu dessen im 70. Jahre erfolgenden Abtriebe zu erwarten gehabt hätte. Dieser Jetztwert ist

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots}{1{,}0p^{u-m}} = \frac{2970 + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10}}{1{,}03^{70-45}}$$

$$= 3197{,}8068 \cdot 0{,}4776 = 1527{,}2725$$

Sollte nun die Entschädigung hiermit ihr Bewenden haben, so würde der Waldbesitzer gewinnen, denn er würde, wenn er die Entschädigungssumme $u - m = 25$ Jahre lang auf Zinsen legte, nach Ablauf dieser Zeit

$$\left(\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots}{1{,}0p^{u-m}}\right) 1{,}0p^{u-m} = A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots = 3197{,}8086,$$

mithin eine Einnahme erhalten, welche gleich dem Haubarkeitsertrag + den auf das Jahr $u = 70$ prolongierten Zwischennutzungen wäre, außerdem aber den Boden noch $70 - 45 = 25$ Jahre von neuem zur Holzzucht benutzen, also durch 25 Jahre hin jährlich die Bodenrente

$$= 362{,}56 \cdot 0{,}03 = 10{,}88$$

beziehen und zugleich die jährlichen Kosten, welche er zur weiteren Erziehung des 45jährigen Bestandes gebraucht hätte, für einen neuen Bestand verwenden können. Die Ersparnis oder der Gewinn, welchen der Waldbesitzer an der Bodenrente und den jährlichen Kosten macht, müssen also demjenigen, welcher die Entschädigung zu leisten hat, gut geschrieben werden. Der Schadenersatz beziffert sich somit auf

$$\frac{A_u + D\ \ 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{3197{,}8086 - (362{,}56 + 120)(1{,}03^{25} - 1)}{1{,}03^{25}}$$

$$= (3197{,}8086 - 482{,}56 \cdot 1{,}0938)\, 0{,}4776 = 1275{,}18 \text{ Mark.}$$

Anmerkung. Die Formel des Bestands-Erwartungswertes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes.

Darf bei Berechnung des Bestands-Erwartungswertes als Bodenwert der Boden-Erwartungswert Be_u angenommen werden, so ist

$$He_m = \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (Be_u + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Setzt man für Be_u die Formel des Boden-Erwartungswertes, so fallen die jährlichen Ausgaben (und Einnahmen) aus, weil sie sowohl mit positiven als mit negativen Zeichen vorkommen und sich deshalb gegen einander streichen, und es geht für normale Bestände die Formel des Bestands-Erwartungswertes He_m über in

$$\frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots)(1{,}0p^m - 1) + \left(\frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)(1{,}0p^m - 1{,}0p^u)}{1{,}0p^u - 1}.$$

Selbstverständlich ist diese Formel nur für normale Bestände anwendbar; denn bei abnormen sind die von der vorhandenen Bestockung zu erwartenden Erträge (A_u, D_n . . .) andere als diejenigen, welche der Berechnung des Boden-Erwartungswertes zu Grunde zu legen sind.

Die Ötzelsche Formel für den Bestands-Erwartungswert läßt sich auch so anschreiben:

$$He_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - (B + V)$$

oder, wenn die negativen Exponenten beseitigt werden,

$$He_m = 1{,}0p^m \left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u} + \frac{D_n}{1{,}0p^n} + \cdots\right) - (B + V).$$

In dieser Gestalt teilt die Formel die Vorzüge derjenigen, welche in der Anmerkung auf Seite 64 für den Boden-Erwartungswert mitgeteilt worden ist.

C) Allgemeines über die Größe des Bestands-Erwartungswertes. Dieselbe hängt ab:

a) Von der Größe der zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben, indem jene den Bestands-Erwartungswert erhöhen, diese denselben erniedrigen.

Als Bodenwert hat man für den Fall, daß der Boden auch fernerhin der Holzzucht gewidmet sein soll und daß die Wahl der

Umtriebszeit keiner Beschränkung unterliegt, dasjenige Maximum des Boden-Erwartungswertes anzunehmen, welches nach Maßgabe der örtlichen Verhältnisse (vgl. I. Kap., II, 4 C) als wirklich erreichbar anzusehen ist. Denn da man den vorhandenen Bestand zu jeder Zeit abtreiben und den Boden zur Anzucht eines neuen, normalen und mit der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes zu behandelnden Bestandes verwenden kann, so ist auch die Rente dieses Bodenwertes unter den Ausgaben zu verrechnen. Kann aber der Boden in anderer Weise, z. B. landwirtschaftlich, vorteilhafter benutzt werden, so ist der entsprechend höhere Wert desselben der Bestandswertsberechnung zu Grunde zu legen.

b) Von der Länge der Umtriebszeit.

α) Normale Bestände.

$\alpha\alpha$) Die unter Zugrundelegung des Maximums des Boden-Erwartungswertes und der demselben entsprechenden Umtriebszeit berechneten Bestands-Erwartungswerte sind **größer** als diejenigen, welche sich für andere Umtriebszeiten und die denselben entsprechenden Boden-Erwartungswerte ergeben.

Beweis. Es sei

u_1 die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes,
u_2 irgend eine andere Umtriebszeit, welche größer oder kleiner als u_1 ist;
${}^{u_1}B$ der Boden-Erwartungswert der Umtriebszeit u_1,
${}^{u_2}B$ der Boden-Erwartungswert der Umtriebszeit u_2,
so ist, der Voraussetzung gemäß,

$$ {}^{u_1}B > {}^{u_2}B. $$

Nun ist der Bestands-Kostenwert (siehe Seite 93)

mit Zugrundelegung von ${}^{u_1}B$:

$$ {}_{u_1B}Hk_m = ({}^{u_1}B + V)\,(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots), $$

mit Zugrundelegung von ${}^{u_2}B$:

$$ {}_{u_2B}Hk_m = ({}^{u_2}B + V)\,(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots). $$

Da diese beiden Ausdrücke sich nur durch den Bodenwert unterscheiden, ${}^{u_1}B$ aber größer als ${}^{u_2}B$ ist, so folgt hieraus

$$ {}_{u_1B}Hk_m > {}_{u_2B}Hk_m. $$

Nun ist aber (siehe S. 98) der Bestands-Kostenwert dem Bestands-Erwartungswert dann gleich, wenn beide unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes berechnet werden. Also

$$_{u_1B}Hk_m = {}_{u_1B}^{u_1}He_m; \qquad _{u_2B}Hk_m = {}_{u_2B}^{u_2}He_m.$$

Hiernach ist auch

$${}_{u_1B}^{u_1}He_m > {}_{u_2B}^{u_2}He_m, \text{ w. z. b. w.}$$

ββ) Unterstellt man als Bodenwert konstant das Maximum des Boden-Erwartungswertes, so liefert die demselben entsprechende Umtriebszeit auch die **größten** Bestands-Erwartungswerte.

Beweis[1]).

Nach Satz *αα)* ist der mit Zugrundelegung von u_2 und ^{u_2}B berechnete Bestands-Erwartungswert ${}_{u_2B}^{u_2}He_m$ kleiner als der mit Zugrundelegung von u_1 und ^{u_1}B berechnete Bestands-Erwartungswert ${}_{u_1B}^{u_1}He_m$. Berechnet man nun den Bestands-Erwartungswert zwar mit Zugrundelegung der Umtriebszeit u_2, aber mit Unterstellung von $^{u_1}B > {}^{u_2}B$, so muß, weil in der Formel des Bestands-Erwartungswertes der Bodenwert subtrahierend auftritt, ${}_{u_1B}^{u_2}He_m$ noch kleiner als ${}_{u_2B}^{u_1}He_m$ ausfallen.

γγ) Unterstellt man einen Bodenwert, welcher größer bezw. kleiner als das Maximum des Boden-Erwartungswertes ist, so berechnet sich der größte Bestands-Erwartungswert für eine kleinere bezw. größere Umtriebszeit als diejenige des größten Boden-Erwartungswertes.

Beweis[2]).

Nach Satz *ββ)* ist

$${}_{u_1B}^{u_1}He_m = \frac{A_{u_1} + D_n\, 1{,}0p^{u_1-n} + \ldots .}{1{,}0p^{u_1-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_1-m}} - (^{u_1}B + V)$$

größer als

$${}_{u_1B}^{u_2}He_m = \frac{A_{u_2} + D_n\, 1{,}0p^{u_2-n} + \ldots .}{1{,}0p^{u_2-m}} + \frac{^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_2-m}} - (^{u_1}B + V).$$

---

1) Die Beweise für die Sätze *αα)* und *ββ)* rühren von dem Verfasser her. Beweise mittels der Differentialrechnung hat J. Lehr geliefert (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1870, S. 160).

2) Dieser Beweis rührt von A. Denzin her. J. Lehr hat den nämlichen Satz mittelst der Differentialrechnung bewiesen (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1876, S. 357).

Legt man der Rechnung einen größeren Bodenwert $B = {}^{u_1}B + x$ zu Grunde, so erhält man folgende Ausdrücke:

$$ {}^{u_1}He_{\underset{u_1B+x}{m}} = \frac{A_{u_1} + D_n 1{,}0p^{u_1-n} + \cdots}{1{,}0p^{u_1-m}} + \frac{{}^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_1-m}} - ({}^{u_1}B + V) - x + \frac{x}{1{,}0p^{u_1-m}}; $$

$$ {}^{u_2}He_{\underset{u_1B+x}{m}} = \frac{A_{u_2} + D_n 1{,}0p^{u_2-n} + \cdots}{1{,}0p^{u_2-m}} + \frac{{}^{u_1}B + V}{1{,}0p^{u_2-m}} - ({}^{u_1}B + V) - x + \frac{x}{1{,}0p^{u_2-m}}. $$

Wenn nun $u_2 < u_1$, so ist $\frac{x}{1{,}0p^{u_2-m}} > \frac{x}{1{,}0p^{u_1-m}}$. Mithin werden die Bestands-Erwartungswerte verhältnismäßig um so mehr erhöht, je kleiner u_2 und je größer x ist, d. h. der Bestands-Erwartungswert kulminiert bei einem Umtriebe, der um so kleiner wird, je mehr x wächst.

Legt man der Rechnung einen Bodenwert ${}^{u_1}B - x$ zu Grunde, welcher kleiner ist als das Maximum des Boden-Erwartungswertes, so sind in den beiden letzten Gleichungen die Vorzeichen für die x enthaltenden Ausdrücke zu ändern. Wird dann $u_2 > u_1$ gewählt, so werden die Bestands-Erwartungswerte der höheren Umtriebe verhältnismäßig mehr erhöht und die Kulmination kommt hinter u_1 zu liegen.

β) Abnorme Bestände.

Bei diesen hat man diejenige Abtriebszeit, für welche der größte Bestands-Erwartungswert sich ergiebt, durch probeweise Berechnung zu ermitteln. Bezüglich des der Rechnung zu unterlegenden Bodenwertes verweisen wir auf Seite 84.

Beispiel. Ein 50jähriger Bestand auf einem Standorte, welcher unter normalen Verhältnissen die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, ist durch Windwurf so gelichtet worden, daß seine gegenwärtige Masse nur einen Wert von 630 Mark besitzt. Voraussichtlich sind von diesem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark,
70	1485 „

zu erwarten. Es sei $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$, so berechnet sich, unter der Voraussetzung, daß der Boden auch fernerhin der Holzzucht gewidmet werden soll, das Maximum des Boden-Erwartungswertes mit 362,56 Mark für das 70. Jahr.

Wird der Bestand im 60. Altersjahre, also von jetzt an in 10 Jahren abgetrieben, so ist sein Erwartungswert

$$ \frac{1031 - (362{,}56 + 120)(1{,}03^{10} - 1)}{1{,}03^{10}} = 643{,}68; $$

wird er dagegen im 70. Altersjahre, also von jetzt an in 20 Jahren abgetrieben, so ist sein Erwartungswert

$$\frac{1485 - (362,56 + 120)(1,03^{20} - 1)}{1,03^{20}} = 606,86.$$

Es ergiebt sich mithin der größte Bestands-Erwartungswert für die 60jährige Abtriebszeit.

c) Von dem Bestandsalter.

α) Im allgemeinen. Der Bestands-Erwartungswert steigt für eine gegebene Umtriebszeit mit dem Bestandsalter, wenn auch nicht in geradem Verhältnisse. Eine Ausnahme von dieser Regel findet jedoch in dem Falle statt, wenn die Vornutzungen, z. B. die Durchforstungen, nicht jährlich, sondern periodisch bezogen werden. Es kann dann der Bestands-Erwartungswert desjenigen Jahres, in welchem eine Zwischennutzung stattgefunden hat, kleiner sein, als der Bestands-Erwartungswert des vorhergehenden Jahres. So ist z. B. der Erwartungswert eines Kiefernbestandes, welcher die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefert, für $c = 24$, $v = 3,6$ und bei Zugrundelegung der 70jährigen Umtriebszeit sowie des Boden-Erwartungswertes dieser Umtriebszeit, im 50. Jahre = 1488, im 49. Jahre = 1496.

Wir wollen jetzt noch die Größe des Bestands-Erwartungswertes für den Anfang und das Ende der Umtriebszeit ermitteln; die Ausdrücke, zu welchen wir gelangen werden, können zugleich dazu dienen, um die oben entwickelte Formel des Bestands-Erwartungswertes auf ihre Richtigkeit zu prüfen.

β) Zu Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$, ist der Bestands-Erwartungswert für jeden der Rechnung unterlegten Bodenwert gleich dem Haubarkeitsertrag A_u.

Beweis. Da im Jahre u alle Vornutzungen bereits bezogen sind, so beschränkt sich die Formel des Bestands-Erwartungswertes auf den Ausdruck

$$He_m = \frac{A_u - (B + V)(1,0p^{u-m} - 1)}{1,0p^{u-m}}$$

Setzt man hier $m = u$, so hat man

$$He_u = \frac{A_u - (B + V)(1,0p^0 - 1)}{1,0p^0}$$

$$= \frac{A_u - (B + V)\,1 - 1)}{1}$$

$$= A_u,\ \text{w. z. b. w.}$$

γ) Zu Anfang der Umtriebszeit, also für m = 0, ist in dem Falle, daß als Bodenwert der Boden-Erwartungswert Be_u angenommen werden kann, der Bestands-Erwartungswert gleich den eben aufgewendeten Kulturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Vornutzung bezogen worden ist, so stellt sich die Formel des Bestands-Erwartungswertes für dieses Alter durch den Ausdruck

$$He_0 = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - (B+V)(1{,}0p^u - 1)}{1{,}0p^u}$$

dar. Führt man nun hier für B den Boden-Erwartungswert ein, so erhält man

$$He_0 = \Big[A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}$$

$$-\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)\Big] : 1{,}0p^u$$

$$= \frac{c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u} = c, \text{ w. z. b. w.}$$

Für $B > Be_u$ ist im Jahre 0 $He_0 < c$; He_0 kann dann sogar = 0 und negativ werden. Dagegen für $B < Be_u$ ist $He_0 > c$.

d) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet.

Ein höherer Zinsfuß liefert kleinere Bestands-Erwartungswerte, und umgekehrt.

Zur Geschichte der Theorie des Bestands-Erwartungswertes.

Eine vollständig richtige Regel zur Berechnung des Bestands-Erwartungswertes stellte Widenmann im Jahre 1828 auf[1]). Sie lautet: Der Wert der Haubarkeitsnutzung wird unter Zuhülfenahme der Taxation ausgemittelt; finden in der Zwischenzeit Nutzungen statt, so wird ihr Wert berechnet und durch Hinzurechnung der Zinsen bis zum Zeitpunkte der Haubarkeitsnutzung hinaufgerechnet und zu dieser geschlagen, die Ausgaben werden gleichfalls mit Zinsen bis auf den Zeitpunkt der Hauptnutzung hinaufgerechnet und von der Summe des Rohertrages abgezogen, der Rest wird durch Abrechnung der Zinsen auf seinen jetzigen Wert diskontiert.

Man vermißt in dieser Vorschrift nur eine nähere Bezeichnung der Ausgaben. Wie wir wissen, bestehen dieselben in den jährlichen Kosten für

1) Forstliche Blätter für Württemberg, I. Heft (1828) S. 86.

Verwaltung, Schutz und Steuern und in der Bodenrente. Man kann wohl annehmen, daß Widenmann mindestens die erstgenannten Kosten im Sinne hatte, weil sie jährlich bar entrichtet werden und daher am meisten in die Augen fallen. Daß aber auch die Bodenrente oder der Zins vom Bodenkapitalwerte unter den Kosten zu verrechnen ist, lehrte Riecke [1]) schon 1829. Entwirft man für das Zahlenbeispiel, mit welchem dieser Schriftsteller seine Anweisung zur Berechnung des Bestandswertes erläutert, eine Formel, so lautet dieselbe:

$$\frac{A_u - {}^uB\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}.$$

Riecke macht noch besonders darauf aufmerksam, daß man falsch rechne, wenn man, um den Bestandswert zu finden, blos den „Ertrag der nächsten Abholzung" (unter diesem ist in dem Beispiel A_u zu verstehen) diskontiere. Dieses Verfahren, sagt Riecke, würde nur dann richtig sein, wenn dem Käufer des Holzes für diesen Preis gestattet wäre, dasselbe bis zum Ende der Umtriebszeit stehen zu lassen. Von den Zwischennutzungen und den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern schweigt Riecke [2]).

König [3]) bringt die Zwischennutzungen in Rechnung, vernachlässigt dagegen ebenfalls die jährlichen Kosten, während er sie doch bei der Ermittelung des Bestands-Kostenwertes berücksichtigt. Die Zwischennutzungen nahm König als jährlich eingehende an und kürzte an diesen die Bodenrente. Aus den von ihm aufgestellten Zahlenbeispielen läßt sich die Formel

$$\frac{A_u + \left(\frac{d}{0{,}0\,p} - B\right)(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

ableiten, in welcher d den jährlichen Betrag der Zwischennutzungen bedeutet. Bei einem dieser Beispiele (S. 597) macht König jedoch die Bemerkung, man könne die Zwischennutzungen ebensowohl auch als periodisch verschieden ansetzen. Dieser Annahme würde die Formel:

$$\frac{A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots - B\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1)}{1{,}0\,p^{u-m}}$$

entsprechen.

Eine Angabe des Grundes, weshalb in dem vorliegenden Falle die Bodenrente zu den Kosten gezählt werden müsse, enthält die Königsche

1) Ueber die Berechnung des Geldwerthes der Waldungen, 1829, S. 15.

2) Es liegt kein Grund zu der Annahme vor, daß die Vernachlässigung wenigstens von D_n, ... D_q prinzipieller Natur gewesen sei; dieselbe erklärt sich vielmehr aus dem Umstande, daß Riecke die Verrechnung der Zwischennutzungen erst in den späteren Beispielen seiner Schrift lehrte, in welcher er jedoch auf die Ermittelung der Bestandswerte nicht zurückkam.

3) Forstmathematik 3. Auflage (1846) § 492, 493 ff.

Anleitung zur Ermittelung des Bestandswertes nur in der Vorschrift, daß „der Entgang an aufgezehrter Bodenrente“ von den Erträgen abzuziehen sei. Es konnte daher das Verständnis der fr. Theorie nur fördern, als Oetzel[1]) den Ausdruck $\frac{-B(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}$ noch aus einem anderen Gesichtspunkte entwickelte. Oetzel kalkulierte folgendermaßen:

Der Jetztwert aller von einem m jährigen Bestande zu erwartenden Nutzungen, abzüglich des Jetztwertes der auf der Erzeugung dieser Nutzungen lastenden baren Ausgaben ist

$$\frac{A_u + D_n\,1,0p^{u-n} + \cdots - V(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}.$$

Bleibt der Holzbestand stehen, so kann der Waldbesitzer die Anzucht eines neuen Bestandes erst nach u — m Jahren vornehmen. Wird aber der Bestand entfernt, so kann die Waldkultur sogleich wieder beginnen. Im ersten Falle erhält der Waldbesitzer den Boden zu anderweitiger Benutzung erst nach u — m Jahren; der Jetztwert dieses Bodens ist $= \frac{B}{1,0p^{u-m}}$. Im zweiten Falle dagegen (wenn der Bestand augenblicklich, d. h. im Altersjahre m abgetrieben wird) kann er über B sofort disponieren. Er gewinnt mithin durch den Abtrieb des m jährigen Bestandes

$$B - \frac{B}{1,0p^{u-m}} = \frac{B(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}.$$

Dieser Betrag muß von dem obigen Werte abgezogen werden[2]); wir erhalten alsdann für den Bestandswert

$$\frac{A_u + D_n\,1,0p^{u-n} + \cdots - V(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}} - \frac{B(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}$$

$$= \frac{A_u + D_n\,1,0p^{u-n} + \cdots - (B+V)(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}$$

---

1) Allg. Forst= und Jagd=Zeitung, 1854, S. 328—329.

2) Wir halten uns hier an die Erklärungsweise von Oetzel, welcher den Fall im Auge hatte, daß die für die Vernichtung eines Holzbestandes zu leistende Entschädigung zu berechnen sei. Sonst könnte man auch sagen: der Waldeigentümer verliert dadurch, daß er den Bestand noch u — m Jahre stehen läßt, eine Summe $= \frac{B(1,0p^{u-m}-1)}{1,0p^{u-m}}$, und dieser Betrag muß in Abzug gebracht werden.

Es gebührt hiernach Oetzel das Verdienst, zuerst eine vollständige Formel für den Bestands-Erwartungswert aufgestellt zu haben. Nachträglich bemerken wir noch, daß Oetzel den Bodenwert als Erwartungswert in Rechnung nahm.

2) Ermittelung des Kostenwertes eines Bestandes.

A. Begriff.

Der Kostenwert eines m jährigen Bestandes ist gleich der Summe der bis zum Jahre m aufgewachsenen Produktionskosten, abzüglich der bis zu demselben Jahre berechneten Nachwerte aller Einnahmen, welche der Bestand während seiner Lebensdauer geliefert hat.

B. Verfahren zur Bestimmung des Bestands-Kostenwertes.

a) Der zur Erzeugung eines m jährigen Holzbestandes erforderliche Kostenaufwand besteht:

α) In den bis zum Jahre m berechneten Zinsen und Zinseszinsen des Boden-Kapitalwertes B. Bis zum Jahre m wächst B mit Zinsen und Zinseszinsen zu der Summe $B \cdot 1{,}0p^m$ an. Zieht man hiervon B ab, so stellt der Ausdruck

$$B \,.\, 1{,}0p^m - B = B\,(1{,}0p^m - 1)$$

die Zinsen und Zinseszinsen des Boden-Kapitalwertes B bis zum Jahre m vor.

Man kann den soeben berechneten Ausdruck auch noch mittelst einer andern Anschauung erlangen. Der m jährige Bestand muß nämlich (neben anderen Unkosten, von welchen sogleich die Rede sein wird) dem Waldeigentümer die m malige Bodenrente samt deren Zinsen und Zinseszinsen vergüten. Da die Bodenrente $= B \cdot 0{,}0p$ ist, so erhalten wir für die Nachwerte dieser Renten folgende Reihe:

$$B \cdot 0{,}0p \cdot 1{,}0p^{m-1} + B \cdot 0{,}0p \cdot 1{,}0p^{m-2} + \cdots + B \cdot 0{,}0p.$$

deren Summe $= B\,(1{,}0p^m - 1)$ ist.

β) In den bis zum Jahre m berechneten Nachwerten der jährlichen Kosten (für Verwaltung, Schutz, Steuern ꝛc.). Bezeichnet man den Betrag der jährlichen Kosten mit v, so sind die Nachwerte derselben bis zum Jahre m:

$$v\, 1{,}0p^{m-1} + v\, 1{,}0p^{m-2} + \cdots + v.$$

Die Summe dieser Reihe ist $\frac{v}{0{,}0p}\,(1{,}0p^m - 1)$. Setzt man hier $\frac{v}{0{,}0p} = V$, so hat man

$$V\,(1{,}0p^m - 1).$$

Man kann die jährlichen Kosten auch als die Interessen eines Kapitals $\frac{v}{0{,}0p} = V$ ansehen; die bis zum Jahre m aufzuwendenden jährlichen Kosten stellen sich dann als die Zinsen und Zinseszinseu dieses Kapitals dar, welche sich (in analoger Weise, wie die Interessen des Bodenkapitals) zu $V(1{,}0p^m - 1)$ berechnen.

γ) In dem bis zum Jahre m berechneten Nachwerte der Kulturkosten. Nennt man den Betrag der Kulturkosten, welche im Jahre 0 aufgewendet wurden, c, so ist der Nachwert derselben

$$c\ 1{,}0p^m.$$

Denkt man sich, die Kulturkosten würden nicht im Jahre 0, sondern als eine jährliche Rente bezahlt, so würde der Nachwert dieser Renten

$\frac{c\ 1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1}(1{,}0p^m - 1)$, also ebenfalls $= c\ 1{,}0p^m$ sein.

b) Berechnung der Einnahmen. Sind vor dem Jahre m bereits Nutzungen aus dem Bestande bezogen worden, so gewähren dieselben einen (wenn auch nicht vollständigen) Ersatz für die aufgewendeten Produktionskosten. Es müssen daher die Nachwerte dieser Nutzungen von den unter a) berechneten Aufwänden in Abzug gebracht werden. Nennt man irgend eine derartige Nutzung, welche im Jahre a eingeht, D_a, so drückt sich der Nachwert dieser Nutzung durch die Formel

$$D_a\ 1{,}0p^{m-a}$$

aus. In gleicher Weise wären die Nutzungen D_b, D_c .... mit den Nachwerten $D_b\ 1{,}0p^{m-b}$, $D_c\ 1{,}0p^{m-c}$ .... in Rechnung zu stellen.

Die Nachwerte solcher Nutzungen, welche mehrmals in gleicher Größe wiederkehren, braucht man nicht einzeln zu bestimmen, sondern man kann sogleich die Summe derselben aufsuchen. So würde sich z. B. der Nachwert eines jährlichen Jagdpachtertrages i durch die Formel $\frac{i(1{,}0p^m - 1)}{0{,}0p}$ ausdrücken. Vergl. übrigens auch S. 60.

c) Die allgemeine Formel des Bestands=Kostenwertes lautet hiernach in der Fassung, welche ihr nach Faustmanns Darstellung (A. F.= u. J.=Z., 1854, S. 84) zu geben ist:

$$\mathbf{Hk_m = (B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\ 1{,}0p^m - (D_a\ 1{,}0p^{m-a} + \cdots)}$$

Beispiel. Es ist der Kostenwert eines 55jährigen Bestandes zu berechnen, welcher bis jetzt folgende Zwischennutzungserträge geliefert hat:

im Jahre	20	30	40	50
Mark	12,0	42,0	57,6	67,2.

Der Bodenwert B betrage 360 Mark, die jährliche Ausgabe v für Verwaltung, Schutz, Steuern zc. 3,6 Mark, also $V = \frac{v}{0,0p} = \frac{3,6}{0.03} = 120$ Mark, der Kulturkostenaufwand c 24 Mark, der Zinsfuß sei = 3 %.

Setzt man die vorstehenden Werte in die allgemeine Formel des Bestands-Kostenwertes, so erhält man

$$Hk_{55} = (360 + 120)(1,03^{55} - 1) + 24 \cdot 1,03^{55} - (12 \cdot 1,03^{35} + 42 \cdot 1,03^{25} + 57,6 \cdot 1,03^{15} + 67,2 \cdot 1,30^{5})$$

$$= 1959,4080 + 121,9704 - 289,3522$$

$$= 1792,03 \text{ Mark.}$$

Anmerkung. Die Formel des Bestands-Kostenwertes unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes.

Darf bei Berechnung des Bestands-Kostenwertes als Bodenwert der Boden-Erwartungswert Be_u angenommen werden, so ist

$$Hk_m = (Be_u + V)(1,0p^m - 1) + c\,1,0p^m - (D_a\,1,0p^{m-a} + \cdots)$$

Setzt man für Be_u die Formel des Boden-Erwartungswertes, so fallen die jährlichen Ausgaben (und Einnahmen) aus, weil sie sowohl mit positiven als mit negativen Zeichen vorkommen und sich deshalb gegen einander streichen, und es geht für normale Bestände die Formel des Bestands-Kostenwertes Hk_m über in

$$\frac{(A_u + D_n 1,0p^{u-n} + \cdots)(1,0p^m - 1) + \left(\frac{D_a}{1,0p^a} + \cdots - c\right)(1,0p^m - 1,0p^u)}{1,0p^u - 1}$$

Die nämliche Formel haben wir unter der gleichen Voraussetzung $(B = Be_u)$ auf Seite 84 gefunden; hieraus folgt, daß die beiden Methoden des Erwartungs- und des Kostenwertes für normale Bestände bei der Einführung des Be_u das nämliche Ergebnis liefern.

C. Allgemeines über die Größe des Bestands-Kostenwertes.

Die Größe des Bestands-Kostenwertes hängt ab:

a) Von der Größe der bis zum Jahre m bezogenen Einnahmen und der bis zu demselben Jahre verausgabten Kosten, indem mit diesen der Bestands-Kostenwert steigt, mit jenen aber fällt.

Die Frage, ob die wirklich aufgewendeten Kostenbeträge oder solche von durchschnittlicher Größe in die Rechnung einzuführen seien, muß je nach dem Zwecke, zu welchem diese erfolgt, ver-

schieden beantwortet werden. Die ersteren kommen für den Waldbesitzer in Betracht, wenn er sich darüber vergewissern will, ob seine Kostenaufwände sich rentieren, d. h. durch den Erwartungs- bezw. Verkaufswert der Bestände Deckung finden. Zum Zwecke der Preisbestimmung bei Verkäufen 2c. dagegen müssen Durchschnittssätze in die Rechnung eingeführt werden, weil die Käufer ihre Angebote stets nach dem Nutzen bemessen, welchen sie von dem Kaufobjekte erwarten, d. h. nach dem Erwartungswerte; und weil nur der mittelst durchschnittlicher (normaler) Kostensätze berechnete Kostenwert mit dem maßgebenden Erwartungswert, und zwar bei normalen Beständen, übereinstimmt. Für abnorme Bestände kommt bei der Preisbestimmung der Kostenwert überhaupt nicht in Betracht; denn derselbe stellt sich, wenn die wirklichen Erträge kleiner sind als die normalen, zu hoch und im entgegengesetzten Falle zu niedrig, weil in der Hk-Formel die Nutzungen als negative Größen auftreten.

b) Von dem Bestandsalter. Die Änderungen, welche der Bestands-Kostenwert mit Zunahme des Bestandsalters erfährt, ergeben sich aus dem unter a) Bemerkten. Unterstellt man das Maximum des Boden-Erwartungswertes sowie die demselben entsprechenden Erträge und Kosten, so steigt der Kostenwert mit dem Bestandsalter, wenn auch nicht in geradem Verhältnisse. Eine Ausnahme von dieser Regel findet jedoch in dem Falle statt, wenn die Vornutzungen, wie z. B. die Durchforstungen, nicht jährlich, sondern periodisch bezogen werden. Es kann dann der Bestands-Kostenwert desjenigen Jahres, in welchem eine solche Nutzung stattgefunden hat, kleiner sein, als der Bestands-Kostenwert des vorhergehenden Jahres.

Wir wollen jetzt noch die Größe des Bestands-Kostenwertes für den Anfang und das Ende der Umtriebszeit untersuchen.

α) Für den Anfang der Umtriebszeit, also für $m = 0$, ist der Bestands-Kostenwert für jeden der Rechnung unterlegten Bodenwert gleich den eben aufgewendeten Kulturkosten.

Beweis. Da im Jahre 0 noch keine Nutzungen bezogen worden sind, so ist die Formel des Bestands-Kostenwertes für dieses Alter:

$$(B + V)(1{,}0p^0 - 1) + c\,1{,}0p^0 = c.$$

β) Für das Ende der Umtriebszeit, also für $m = u$ ist in dem Falle, daß 1) als Bodenwert der Boden-Erwartungswert angenommen werden darf, 2) die Einnahmen von dem Bestande, sowie die Ausgaben für denselben normal waren, 3) der Bestand selbst normale Beschaffenheit besitzt, der Bestands-Kostenwert gleich dem Haubarkeitsertrag A_u.

Beweis. Es ist für $m = u$

$$Hk_u = (B + V)(1{,}0p^u - 1) + c\,1{,}0p^u - (D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}).$$

Führt man in diese Gleichung für B den Boden-Erwartungswert ein, so hat man

$$Hk_u = \left(\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V + V\right)(1{,}0p^u - 1)$$

$$+ c\,1{,}0\,p^u - (D_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q})$$

$$= A_u, \text{ w. z. b. w.}$$

Für $B > Be_u$ würde $Hk_u > A_u$, für $B < Be_u$ dagegen $Hk_u < A_u$ sein.

c) Von der Höhe des Zinsfußes, mit welchem man rechnet. Bei Unterstellung eines und desselben Bodenwertes hängt es lediglich von der Größe des letzteren und der übrigen Ausgaben im Verhältnis zu den Einnahmen ab, ob ein höherer Zinsfuß größere oder kleinere Bestands-Kostenwerte liefert.

Legt man der Rechnung den Boden-Erwartungswert und die demselben entsprechenden Erträge und Kosten zu Grunde, so ergeben sich für einen höheren Zinsfuß geringere Bestands-Kostenwerte, und umgekehrt.

Zur Geschichte der Theorie des Bestands-Kostenwertes.

Einige Elemente zur Herstellung eines Ausdrucks für den Bestands-Kostenwert finden sich bereits in der älteren forstlichen Litteratur, z. B. in Krönckes „Untersuchungen über den Werth des Holzes und über die Wichtigkeit der Holzersparung, 1806“, S. 8—12. Kröncke erteilte zur Berechnung des Kostenwertes der Einheit des Raummaßes, und zwar im Durchschnitt für Haubarkeits- und Zwischennutzungen, eine Vorschrift, welche sich durch die Formel

$$(N_u + n_a\,1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + n_q\,1{,}0\,p^{u-q})\,x = B\,(1{,}0\,p^u - 1)$$

ausdrücken läßt. In derselben bezeichnen N_u, n_a, ..., n_q die Zahl der Raummaße, welche sich bei den Fällungen in den Jahren u, a, ..., q ergeben, x den gesuchten Kostenwert eines Raummaßes.

Beschränkt man die Ermittlung des Kostenwertes auf den dominierenden Bestand, dehnt man dieselbe dagegen auf Bestände jeden Alters aus, so geht die obige Formel in folgende über:

$$N_m \cdot x = Hk_m = B\,(1{,}0\,p^m - 1) - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots).$$

Wie man sieht, fehlt hier nur noch die Aufrechnung der Kultur- und der jährlichen Kosten.

König zog auch diese beiden Positionen in Betracht (Forstmathematik, 3. Aufl., 1846, S. 593). Nach seiner Vorschrift sind bei „gänzlicher Verwüstung junger Holzwüchse" zu ersetzen:

a) die Anlagekosten, als einmalige Ausgabe auf den Jetztwert berechnet;

b) die seit der Anlage aufgewendeten Unterhaltungskosten, nach Abzug der etwaigen gleichzeitigen Zwischennutzungen, als Vergangenheitsrente kapitalisiert;

c) der Entgang an Bodenrente in der Zwischenzeit, ebenfalls eine Vergangenheitsrente;

d) der gleichzeitige Verlag an Verwaltungs- und andern ständigen Kosten.

König wollte die Kostenwertsberechnung nur bei jungen Beständen angewendet wissen; hieraus erklärt es sich, warum er in den von ihm zur Erläuterung seiner Vorschriften mitgeteilten Rechnungsbeispielen nur solche Vornutzungen aufführte, welche (wie Streu- und Grasnutzungen) jährlich bezogen werden können. Vergl. jedoch auch Seite 90.

Sieht man von den Unterhaltungskosten ab und bezeichnet man den jährlichen Betrag der Vornutzung mit d, so entspricht der obigen Vorschrift die Formel

$$(B + V)\,(1{,}0\,p^m - 1) + c\;1{,}0\,p^m - \frac{d\,(1{,}0\,p^m - 1)}{0{,}0\,p}.$$

Eine recht klare Auseinandersetzung der Theorie des Bestands-Kostenwertes lieferte Faustmann in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1854, S. 84 bis 86. Unter Zugrundelegung der von diesem Schriftsteller in Rechnung genommenen Erträge und Kosten ergiebt sich für den Bestands-Kostenwert die Formel

$$(B + V)\,(1{,}0\,p^m - 1) + c\;1{,}0\,p^m - D_a\;1{,}0\,p^{m-a},$$

welche wir oben unter B, c mitgeteilt haben.

3) Ermittelung des Verkaufswertes eines Bestandes.

A. Begriff.

Unter dem Verkaufswerte eines Bestandes versteht man denjenigen Wert, welchen der Bestand nach Maßgabe anderweitig vorgekommener Bestandsverkäufe besitzt. Die Wertsbestimmung kann stattfinden unter der Voraussetzung:

a) daß der Bestand noch weiter übergehalten werde. In diesem Falle müßte der Käufer des Bestands auch noch den Boden pachten oder erwerben. Nach Seite 3 würde der in der oben angegebenen Weise ermittelte Bestandswert ein forstlicher Erzeugungswert sein.

b) Daß der Bestand sofort zu ernten, also abzutreiben sei.

Der Verkaufswert, welchen der Bestand unter dieser Voraussetzung besitzt, ist nach Seite 3 als Verbrauchswert[1]) zu bezeichnen.

Das Verfahren zur Bestimmung des Verbrauchswertes eines Bestandes wird in der Regel darin bestehen, daß man die Masse des Bestandes, getrennt nach Sortimenten, ermittelt, die Zahl der Sortimentsmaße jeder Gattung mit dem zugehörigen, um die Erntekosten verminderten, Preise der Sortimentseinheit multipliziert und die Produkte addiert.

B. Allgemeines über die Größe des Bestands-Verbrauchswertes.

Da das Holz in den ersten Jahren (den Fall ausgenommen, daß die Pflanzen als Kulturmaterial sich verwenden lassen) keine oder doch nur eine sehr geringe Benutzungsfähigkeit besitzt, so wird der reine Bestands-Verbrauchswert in dieser Zeit negativ sein und erst dann Null werden, wenn der Erlös die Erntekosten deckt, was bei Hochwaldungen oft nicht vor dem 20. Jahre der Fall ist. Von da an steigt der Bestands-Verbrauchswert anfangs langsam, dann rascher; er erreicht sein Maximum weit hinter dem Zeitpunkt, in welchem der durchschnittlich jährliche Zuwachs kulminiert, und sinkt erst dann wieder, wenn die bei höherem Bestandsalter erfolgende Wertssteigerung der gröberen (insbes. Nutzholz-) Sortimente durch natürliche oder künstliche Bestandsauslichtung wieder aufgewogen wird. Am frühesten tritt die Kulmination ein bei den lichtbedürftigen Holzarten (z. B. Kiefer, Lärche), am spätesten bei den schattenertragenden, welche sich lange geschlossen zu erhalten pflegen (Tanne, Fichte, Buche).

4) **Gegenseitiges Verhältnis zwischen dem Erwartungs-, Kosten- und Verbrauchswert normaler Bestände.**

A. Verhältnis zwischen dem Bestands-Erwartungs- und Bestands-Kostenwert.

Beide stehen in umgekehrtem Verhältnisse zu einander, indem diejenigen Faktoren, welche den Erwartungswert erhöhen, die Erniedrigung des Kostenwertes bewirken, und umgekehrt. (Nur die Kulturkosten machen hiervon eine Ausnahme, weil sie in der Formel des Erwartungswertes nicht vorkommen). Es läßt sich daher auch dadurch, daß man den betreffenden Faktoren die geeigneten Werte verleiht, der Erwartungswert dem Kostenwert gleichstellen, und

---

1) Synonyme Ausdrücke, welche neben dem obigen in den Schriften über Waldwertrechnung vorkommen, sind: Nutzungswert, Vorratswert, Gehaltswert.

zwar gelingt dies dann, wenn man als Bodenwert den Boden-Erwartungswert in die beiden Formeln der Bestandswerte einführt.

Beweis. Setzt man

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0\, p^{u-n} + \cdots - (B + V)(1{,}0\, p^{u-m} - 1)}{1{,}0\, p^{u-m}}$$

$$= (B + V)(1{,}0\, p^m - 1) + c\, 1{,}0\, p^m - (D_a\, 1{,}0\, p^{m-a} + \cdots)$$

und entwickelt man aus dieser Gleichung B, so findet man

$$B = \frac{A_u + D_a\, 1{,}0\, p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\, p^{u-q} - c\, 1{,}0\, p^u}{1{,}0\, p^u - 1} - V,$$

also $B = Be_u$

Ist u gegeben, Be_u aber noch nicht berechnet, so erscheint es (siehe die Formeln in der „Anmerkung" auf Seite 84 und 94) gleichgültig, ob man den Bestandswert als Erwartungswert oder Kostenwert kalkuliert. Ist aber Be_u bereits berechnet, dann stellt sich bei jüngeren Beständen die Bestandswertsberechnung nach dem Kostenwerte, bei älteren nach dem Erwartungswerte als die kürzere dar.

Wir machen jedoch ausdrücklich darauf aufmerksam, daß der Satz unter A nur für normale Bestände gilt. So ist z. B. bei einem Bestande, welcher von Jugend auf lückig war und deswegen geringe Durchforstungs- und Haubarkeitserträge liefert, der Kostenwert größer als der Erwartungswert.

B. Verhältnis zwischen dem Bestands-Erwartungs- und dem Bestands-Kostenwerte einerseits und dem Bestands-Verbrauchswerte anderseits[1]).

a) Unterstellt man bei der Berechnung des Bestands-Erwartungs- und Kostenwertes den Boden-Erwartungswert und diejenige Umtriebszeit, für welche sich eben dieser Bodenwert mit einem gegebenen Zinsfuß berechnet, ferner

α) als Bodenwert das Maximum des Boden-Erwartungswertes: so ist der Kosten- und folglich auch der Erwartungswert **vor** dem Jahre u, in welchem der Boden-Erwartungswert kulminiert, der Kostenwert auch **nach** demselben größer als der Bestands-Verbrauchswert.

Beweis. Setzt man in der Formel des Boden-Erwartungswertes

1) Das Verhältnis zwischen dem Bestands-Kostenwert und Verbrauchswert hat bereits Bose in seinen „Beiträgen zur Waldwerthrechnung" S. 90 und 231 erörtert.

irgend einer Umtriebszeit x statt des Abtriebsertrages (Bestands-Verbrauchswertes) A_x den Bestands-Kostenwert Hk_x, also

$$Be_x = \frac{Hk_x + D_a\,1{,}0p^{x-a} + \cdots + D_h\,1{,}0p^{x-h}\,{}^{1)} - c\,1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1} - V$$

und führt man für Hk_x den S. 93 entwickelten Ausdruck ein, so findet man

$$Be_x = \frac{(B+V)(1{,}0p^x-1)+c\cdot 1{,}0p^x - D_a\,1{,}0p^{x-a} - \cdots + D_a\,1{,}0p^{x-a} + \cdots - c\cdot 1{,}0p^x}{1{,}0p^x - 1} - V$$

$= B$, also konstant, d. h. es würde der Boden-Erwartungswert für alle Umtriebszeiten, mithin auch für die Umtriebszeiten $u-1$, u und $u+1$ der nämliche sein, wenn der Bestands-Verbrauchswert in jedem Alter gleich dem Bestands-Kostenwert wäre. Da nun aber unterstellt worden ist, daß für die Umtriebszeit u ein Maximum des Boden-Erwartungswertes sich berechnet, so muß sowohl A_{u-1} als auch A_{u+1} kleiner als Hk_{u-1} bezw. Hk_{u+1} oder Hk_{u-1} und Hk_{u+1} größer als A_{u-1} bezw. A_{u+1} sein. Nach A (S. 99) gilt das Nämliche für den Bestands-Erwartungswert, doch kommen für denselben nur die Alter **vor** der Kulmination in Betracht.

So tritt z. B. für $p = 3$, $v = 3{,}6$, $c = 24$ und die in der Tabelle A verzeichneten Erträge das Maximum des Boden-Erwartungswertes mit 362,5595 Mark im 70. Jahre ein. Man findet nun

im Jahre	60	70	80
den Bestands-Kostenwert[2]) . .	2166	2970	4038
den Bestands-Verbrauchswert .	2063	2970	3608

Figur 2 stellt dieses Verhältnis graphisch dar.

β) Unterstellt man ferner als Bodenwert **irgend einen anderen Boden-Erwartungswert**, mithin einen solchen, welcher **kleiner** ist als das Maximum, so kann sich derselbe für eine Umtriebszeit sowohl **vor** als **nach** der Kulmination des Boden-Erwartungswertes berechnen.

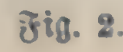
αα) **Im ersten Falle**, d. h. wenn der Boden-Erwartungswert einer **Umtriebszeit** u_1 angehört, welche **vor** der Kulmination liegt, ist der Bestands-Verbrauchswert für jedes Alter vor u_1 kleiner als der zugehörige Bestands-Erwartungs- oder Kostenwert, und erst am Ende von u_1 stellen sich diese drei Werte völlig gleich.

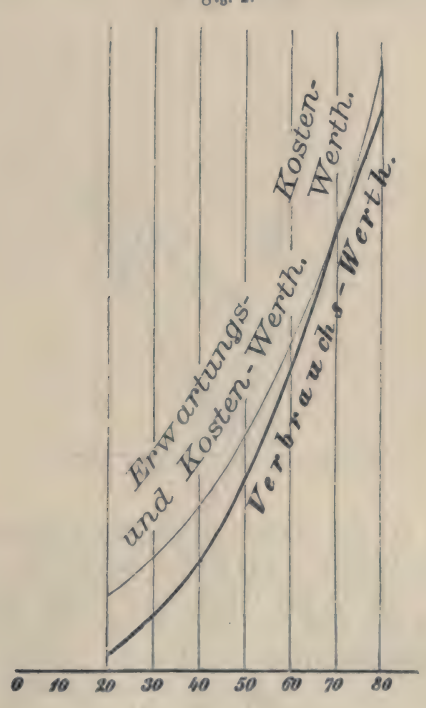
1) D_h bedeutet hier die letzte Zwischennutzung vor dem Jahre m.

2) Dieser ist in dem vorliegenden Falle bis zum Jahre u gleich dem Bestands-Erwartungswert.

Beispiel. Für $u_1 = 60$, $c = 24$, $v = 3,6$ und die in Tabelle A verzeichneten Erträge berechnet sich

im Jahre	20	30	40	50	60
der Bestands-Erwartungs- oder Kostenwert = ...	403	659	986	1417	2063
während nach Tabelle A der Bestands-Verbrauchswert ist = .	96	260	608	1200	2063.


Fig. 2.



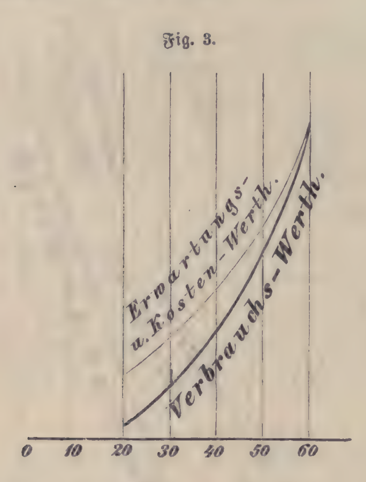
Der Unterschied zwischen dem Bestands-Verbrauchswerte einerseits und dem Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerte anderseits vermindert sich gegen das Ende der Umtriebszeit hin sehr bedeutend. Er beträgt in obigem Beispiel

im Jahre	30	40	50	60
	399	378	217	—

Die nachstehende Figur 3 stellt die oben erwähnten Verhältnisse zwischen den verschiedenen Arten der Bestandswerte graphisch dar.

ββ) Im zweiten Fall, wenn nämlich der Boden-Erwartungswert einer Umtriebszeit u_2 angehört, welche hinter der Kulmination liegt, kommt der Bestands-Verbrauchswert dem Bestands-Erwartungs- oder Kostenwerte zweimal gleich: einmal vor dem Alter u, in welchem der Boden-Erwartungswert sein Maximum erreicht und einmal hinter demselben. Es erklärt sich dies eben aus dem Umstande, daß der Boden-Erwartungswert jeder Umtriebszeit, welche größer ist als diejenige, in welcher die Kulmination eintritt, sich auch bei einem vorausgehenden Alter findet.

Fig. 3.



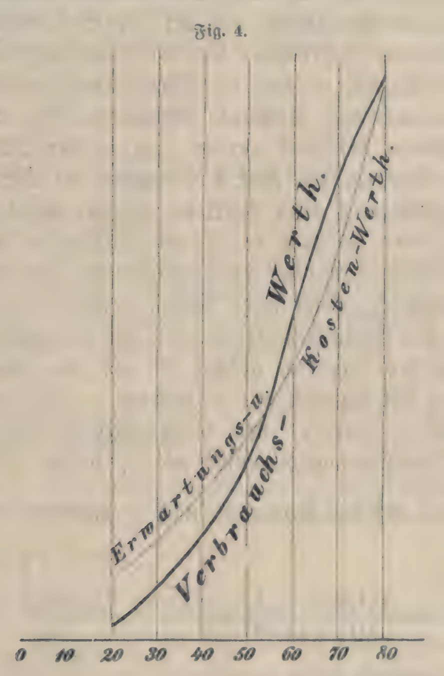
So ist z. B. nach Tabelle B der Boden-Erwartungswert der 80-jährigen Umtriebszeit = 317,9086; derselbe Wert findet sich aber auch zwischen dem 50. und 60. Jahre. Berechnet man nun mit Zugrundelegung des eben erwähnten Bodenwertes den Bestands-Erwartungs- oder Kostenwert, so erhält man

für das Jahr	20	30	40	50	60	70	80
als Bestands-Erwartungs- oder Kostenwert	384	625	933	1338	1869	2573	3608
während nach Tab. A der Bestands-Verbrauchswert ist	96	260	608	1200	1984	2880	3608.

Wie aus diesen Zahlen und aus Fig. 4 zu ersehen ist, kommt der Bestands-Erwartungs- und Kostenwert dem Verbrauchswert zwischen dem 50.—60. und im 80. Jahre gleich, und zwar sind die beiden erstgenannten Werte vor dem ersten Schnittpunkte größer, hinter demselben aber kleiner, als die zugehörigen Bestands-Verbrauchswerte.

b) Unterstellt man bei der Berechnung des Bestands-Erwartungs- und Kostenwertes einen beliebigen Bodenwert B, so kann dieser gleich dem Maximum des Boden-Erwartungswertes oder kleiner oder größer als letzteres sein. Der erste Fall stimmt mit dem unter a, α, der zweite mit dem unter a, β behandelten überein. Im dritten Falle ist der Bestands-Kostenwert stets größer, als der zugehörige Bestands-Verbrauchswert.

Fig. 4.



So ist z. B. für B = 480, p = 3, c = 24, v = 3,6 und die in Tabelle A verzeichneten Erträge

im Jahre . .	20	30	40	50	60	70	80
der Bestands-Kostenwert . .	515	857	1300	1886	2662	3693	5170
der Bestands-Verbrauchswert	96	260	608	1200	1984	2880	3608.

Das Verhältnis des Bestands-Erwartungswertes zu dem Bestands-Verbrauchswerte hängt von dem Unterschiede zwischen B und dem Boden-Erwartungswerte Be_u derjenigen Umtriebszeit ab, mit welcher man den Bestands-Erwartungswert berechnet. Je nach der

Größe jenes Unterschiedes kann der Bestands-Erwartungswert dem Verbrauchswert gleich kommen oder größer oder kleiner sein als dieser.

C. Anwendbarkeit der Bestands-Verbrauchswerte.

Bei jüngeren Beständen kann man erhebliche Fehler begehen, wenn man anstatt des Erwartungs- oder Kostenwertes den Verbrauchswert annimmt. Bei älteren Beständen ist der Fehler häufig sehr klein; es empfiehlt sich daher um so mehr, diese nach dem Verbrauchswerte zu veranschlagen, als bei der Bestimmung der Erwartungs- und Kosteuwerte Irrungen keineswegs ausgeschlossen sind (wegen der Schwierigkeit, mit welcher die Ermittlung der Erträge, Bodenwerte und des richtigen Zinsfußes verbunden ist). Außerdem muß der Verbrauchswert bestimmt werden, um in der Differenz zwischen ihm und dem Erwartungs- oder Kostenwerte das Maß des Verlustes oder der Entschädigung beim Abtriebe unreifer Bestände festzustellen.

Übrigens kann es auch bei älteren Beständen vorkommen, daß der Verbrauchswert von dem Erwartungswerte bedeutend übertroffen wird; dann nämlich, wenn nicht kahler, sondern femelweiser Abtrieb und während des Verjüngungszeitraums ein Zuwachsprozent in Aussicht steht, welches erheblich größer ist als der Wirtschaftszinsfuß. Bezeichnet man den letzteren mit p, ersteres — und zwar das Wert-Zuwachsprozent — mit z, den durchschnittlich jährlichen Hiebssatz während des Verjüngungszeitraums mit a, diesen selbst mit t, und unterstellt man, daß die Besamung nach $\frac{t}{2}$ eintritt, so ist zu Anfang von t

$$He = \frac{a\,(1{,}0p^t - 1)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^t} - \frac{(B + V)(1{,}0p^{\frac{t}{2}} - 1)}{1{,}0p^{\frac{t}{2}}},$$

dagegen der Bestands-Verbrauchswert:

$$Hv = \frac{a\,(1{,}0z^t - 1)}{0{,}0z \cdot 1{,}0z^t}.$$

Beispiel. Setzen wir $p = 2{,}5$, $z = 4$, $a = 260$, $B + V = 400$, $t = 40$, so wird hiernach:

$$He = 6370{,}83, \quad Hv = 5146{,}13,$$

der Unterschied beträgt also 1224,70 oder 24 % des Hv.

III. Wert einzelner Bäume.

1) Den **durchschnittlichen** Erwartungs-, Kosten- oder Verbrauchswert eines Baumes findet man, wenn man den entsprechenden

Wert eines Bestandes durch die Zahl der Bäume, welche denselben zusammensetzen, dividiert.

Aufgabe 1. Es ist der Kostenwert einer dreijährigen Kieferpflanze unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß der Bodenwert B pro Hektar 362,56 Mark, der Kulturkostenaufwand $c = 24$ Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Steuern rc. $= 3{,}6$ Mark $\left(\text{also } V = \frac{v}{0{,}0p} = \frac{3{,}6}{0{,}03} = 120 \text{ Mark}\right)$ betrage und daß auf einem Hektar 6400 Pflanzen stehen. Der Zinsfuß sei 3%.

Auflösung. Der Kostenwert einer Pflanze ist:

$$= \frac{(362{,}56 + 120)(1{,}03^3 - 1) + 24 \cdot 1{,}03^3}{6400} = \frac{44{,}7333 + 26{,}2248}{6400}$$

$$= \frac{70{,}9581}{6400} = 0{,}011 \text{ Mark,}$$

also etwas mehr als 1 Pfennig.

Aufgabe 2. Es ist der Wert eines 45jährigen Kiefernstammes als Erwartungswert zu bestimmen. B sei wieder $= 362{,}56$ Mark, $v = 3{,}6$ Mark. Der ganze Bestand enthalte 3500 Stämme und liefere bis zu seinem im 70. Jahre erfolgenden Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahre	50	60	70	
Zwischennutzungen	67,2	79,2	—	Mark.
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Auflösung. S. 84 wurde der Erwartungswert des ganzen Bestandes zu 1275,18 Mark berechnet; es ist also der Erwartungswert eines Stammes $= \frac{1275{,}18}{3500} = 0{,}364$ Mark.

2) Den **konkreten** Verbrauchswert eines Baumes erhält man nach dem unter 3) A. b) S. 98 mitgeteilten Verfahren. Der konkrete Kosten- oder Erwartungswert eines Baumes ergiebt sich, wenn man in den bezüglichen Formeln der Bestandswerte für B, C, V, A, D .... diejenigen Größen einführt, welche sich für den einzelnen Baum berechnen. Gebraucht man die Formel der Erwartungswerte, so muß zuvor die wahrscheinliche Lebensdauer des betreffenden Baumes ermittelt werden.

Aufgabe. Es ist der Erwartungswert eines Obstbaumes zu ermitteln, welcher wahrscheinlicherweise noch 20 Jahre ausdauern, innerhalb dieser Zeit alle 5 Jahre eine Obsternte im Werte von je 7,5 Mark und beim Abtrieb eine Holznutzung von 9 Mark gewähren wird. Diese Einnahmen werden jedoch dadurch geschmälert, daß der von dem Baume beschattete Boden weniger Getreide rc. erzeugt; der Ausfall ist auf 0,6 Mark pro Jahr geschätzt worden. Für Pflege des Baumes ist jährlich 0,3 Mark zu verausgaben. Zinsfuß = 3%.

Auflösung. Der Kapitalwert desjenigen Teils des Bodens, welchen der Obstbaum in Anspruch nimmt, ist $\frac{0,6}{0,03}$; V beträgt $\frac{0,3}{0,03}$, also B + V $= \frac{0,6 + 0,3}{0,03} = \frac{0,9}{0,03} = 30$. Hiernach ist:

$$He = \frac{9 + 7,5 + 7,5 \cdot 1,03^5 + 7,5 \cdot 1,03^{10} + 7,5 \cdot 1,03^{15} - 30\,(1,03^{20} - 1)}{1,03^{20}}$$

$$= (46,959 - 24,183)\; 0,5537 = 12,61 \text{ Mark.}$$

Bei Waldbäumen wäre zu begutachten, ob dieselben voraussichtlich bis zum Haubarkeitsalter des Bestandes ausdauern werden oder nicht. Im ersteren Falle und wenn zur Zeit des Abtriebs noch Zu Stämme vorhanden sein werden, ist der Erwartungswert eines m-jährigen Baumes von mittleren Dimensionen

$$He_m = \frac{Au - (B + V)(1,0p^{u-m} - 1)}{1,0p^{u-m} \cdot Zu}$$

und derjenige eines stärkeren oder schwächeren entsprechend größer oder kleiner. In vielen Fällen der Praxis, namentlich bei Schadenersatz-Berechnungen (s. Anhang, I. Kap., II. Abschnitt II) bleibt übrigens das negative Glied dieser Formel außer Ansatz, ist also He_m einfach $= \frac{Au}{1,0p^{u-m} \cdot Zu}$ zu setzen. Fällt der Baum aber voraussichtlich bald einer Zwischennutzung anheim, so wird sein wirtschaftlicher, bezw. Erwartungswert in der Regel nicht größer als der Verbrauchswert, mithin der letztere als maßgebend anzusehen sein.

IV. Wert der Einheit des Raummaßes.

Man findet ihn, wenn man den Wert eines Bestandes oder Baumes durch die Zahl der Raummaße, welche er enthält, dividiert.

Aufgabe. Ein 45jähriger Kiefernbestand liefere bis zu seinem auf das 70. Jahr festgesetzten Abtriebe noch folgende Erträge:

im Jahr . . .	50	60	70	
Zwischennutzung .	67,2	79,2	—	Mark.
Haubarkeitsnutzung	—	—	2970	„

Der Bodenwert B betrage 362,56 Mark, die jährliche Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark. Der Bestand enthalte im 45. Jahre 210 km. Es ist der Erwartungswert eines Kubikmeter 45jährigen Holzes unter Anwendung eines Zinsfußes von 3 % zu bestimmen.

Auflösung. Nach Seite 84 ist der Erwartungswert des ganzen Bestandes = 1275,18 Mark, also der Erwartungswert eines Kubikmeter.

$$= \frac{1275{,}18}{210} = 6{,}07 \text{ Mark.}$$

Wie aus β, Seite 88 und 96, folgt, stimmt im Haubarkeitsalter u der wirkliche Erlös für die Einheit des Raummaßes mit dem Erwartungswert derselben unter allen Umständen und mit dem Kostenwert dann überein, wenn letzterer mit Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes berechnet wurde.

V. Wert eines ein- oder mehrjährigen Zuwachses.

1) Für einen Bodenwert von beliebiger Größe.

a) Um den Erwartungswert des xjährigen Zuwachses zu finden, welchen ein Bestand vom Jahre m bis zum Jahre m + x angelegt hat, zieht man den Erwartungswert des mjährigen Bestandes von dem Erwartungswerte des (m + x)jährigen Bestandes ab und erhält so

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)\,(1{,}0p^{u-(m+x)} - 1)}{1{,}0p^{u-(m+x)}}$$

$$- \frac{A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$= \frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V)\,(1{,}0p^{x} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} \qquad (*$$

als Erwartungswert des xjährigen Zuwachses im Jahre m + x. Für das Jahr m berechnet, ist der Wert dieses Zuwachses

$$= \frac{(A_u + D_n\, 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V)\,(1{,}0p^{x} - 1).}{1{,}0p^{u+x-m}}$$

Aufgabe. Es ist der Wert des Zuwachses, welchen ein mit 70jähriger Umtriebszeit zu behandelnder Bestand vom Anfang des 41. bis zum Ende des 45. Jahres anlegt, für das Ende des 40. Jahres zu berechnen. Die Erträge dieses Bestandes sind aus Tabelle A zu entnehmen; es sei ferner B = 362,56 Mark, V = 120 Mark, p = 3.

Auflösung. Führen wir die entsprechenden Werte in die vorstehende Formel ein, so erhalten wir

$$\frac{(2970 + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{5} - 1)}{1{,}03^{70+5-40}}$$

$$= (2970 + 121{,}3699 + 106{,}4369 + 482{,}56)\; 0{,}1593 \cdot 0{,}3554 = 208{,}36 \text{ Mark.}$$

b) Den Kostenwert des xjährigen Zuwachses findet man, indem man den Kostenwert des mjährigen Bestandes von dem Kostenwerte des (m + x)jährigen Bestandes abzieht. Man erhält dann

$$(B + V)\,1{,}0p^{m+x} - 1) + c\,1{,}0p^{m+x} - D_a\,1{,}0p^{m+x-a}$$

$$- [(B + V)\,(1{,}0p^{m} - 1) + c\,1{,}0p^{m} - D_a\,1{,}0p^{m-a}]$$

$$= 1{,}0p^{m}\left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^{a}}\right)(1{,}0p^{x} - 1) \qquad (^{**}$$

als den Kostenwert des xjährigen Zuwachses im Jahre m + x.

Für das Jahr m berechnet sich der Wert dieses Zuwachses

$$= \frac{1{,}0p^{m}\left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^{a}}\right)(1{,}0p^{x} - 1)}{1{,}0p^{x}}$$

$$= 1{,}0p^{m-x}\left(B + V + c - \frac{D_a}{1{,}0p^{a}}\right)(1{,}0p^{x} - 1).$$

2) **Für den Boden-Erwartungswert.**

Führt man die Formel des Boden-Erwartungswertes in die unter 1) a und b enthaltenen Formeln (* und (** ein, so ergiebt sich nach einigen Reduktionen übereinstimmend:

$$1{,}0p^{m}\left(A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{a}} + \cdots - c\right)\left(\frac{1{,}0p^{x} - 1}{1{,}0p^{u} - 1}\right)$$

als der Wert, welchen ein vom Jahre m bis zum Jahre m + x erfolgender Zuwachs im Jahre m + x hat.

Für das Jahr m berechnet sich der Wert dieses Zuwachses durch die Formel

$$\frac{1{,}0p^{m}\left(A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{a}} + \cdots - c\right)\left(\frac{1{,}0p^{x} - 1}{1{,}0p^{u} - 1}\right)}{1{,}0p^{x}}$$

$$= 1{,}0p^{m-x}\left(A_u + D_n\,1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{a}} + \cdots - c\right)\left(\frac{1{,}0p^{x} - 1}{1{,}0p^{u} - 1}\right).$$

VI. Wert der Bestände einer normalen Altersstufenfolge (Wert des normalen Vorrates).

Der Wert des normalen Vorrates setzt sich aus den Werten der einzelnen Altersstufen zusammen. Das Verfahren zur Ermittelung des Verbrauchswertes bietet keine Schwierigkeiten dar; dagegen bedarf die Bestimmung des Erwartungs- und des Kostenwertes einer besonderen Entwickelung.

1) Zeitpunkt für die Berechnung des normalen Vorrates.

Der jährliche Reinertrag einer normalen Betriebsklasse bildet die Rente des Bodens und des normalen Vorrates. Diese Rente wird, wie der Zinsenabwurf jedes andern Kapitals, im Laufe eines Jahres erzeugt, so daß also der Vorrat am Ende des Jahres nicht blos das Produktionskapital, sondern auch die Rente desselben enthält. Soll nun die Größe des normalen Vorrates allein, d. h. ohne den Rentenzuwachs, festgestellt werden, so ist dieselbe für denjenigen Zeitpunkt zu erheben, in welchem die Erzeugung der Rente noch nicht begonnen hat, also 1 Jahr vor der Nutzung der ältesten Altersstufe. Diese wird alsdann (u — 1) jährig, die zweite (u — 2) jährig . . . ., die letzte 0 jährig sein.

2) Erwartungswert des normalen Vorrates.

A. Ermittelung des Erwartungswertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwertes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse.

Berechnen wir die Erwartungswerte der einzelnen Stufen nach der auf Seite 84 angegebenen He-Formel und mit Zugrundelegung der oben angegebenen Alter, und nehmen wir vorerst an, daß nur die q jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutznng liefere. Mit Beibehaltung der seitherigen Bezeichnungen ergiebt sich, wenn man m nach und nach die Werte 0, 1, 2 . . . . u — 1 beilegt:

$$He_0 \quad = 1{,}0p^0 \left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u} + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right) - (B + V)$$

$$He_1 \quad = 1{,}0p^1 \left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u} + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right) - (B + V)$$

.
.
.
.

$$He_{q-1} = 1{,}0p^{q-1} \left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u} + \frac{D_q}{1{,}0p^q}\right) - (B + V)$$

$$He_q \quad = 1{,}0p^q \left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u}\right) - (B + V)$$

.
.
.
.

$$He_{u-1} = 1{,}0p^{u-1}\left(\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u}\right) - (B + V)$$

Summiert man die vertikalen Kolumnen, so erhält man:

$$\frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u}(1{,}0p^0 + 1{,}0p^1 + \cdots + 1{,}0p^{u-1}) +$$

$$+ \frac{D_q}{1{,}0p^q}(1{,}0p^0 + 1{,}0p^1 + \cdots + 1{,}0p^{q-1}) - u(B + V)$$

$$= \frac{A_u + B + V}{1{,}0p^u} \cdot \frac{1{,}0p^u - 1}{0{,}0p} + \frac{D_q}{1{,}0p^q} \cdot \frac{1{,}0p^q - 1}{0{,}0p} - u(B + V),$$

oder wenn man beide ersten Glieder gleichnamig macht,

$$= \frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p} - u(B + V).$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen D_a, D_b, ... in der a-, b-, ... jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel mit den analogen Ausdrücken einzuführen sein.

Hiernach wäre der Erwartungswert des normalen Vorrates:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}$$
$$- u(B + V). \quad (*$$

b) Wert des normalen Vorrates für die Flächeneinheit.

In der soeben aufgestellten Formel beziehen sich die Ausdrücke A_u, D_a, ... D_q, B und V auf eine Altersstufe und es ist hierbei sowohl die Größe derselben, als auch diejenige der ganzen Betriebsklasse unbestimmt gelassen worden. Nimmt man aber an, daß A_u, D_a, ... D_q, B und V für die Flächeneinheit, z. B. für 1 Hektar, gelten, so stellt die obige Formel den Wert des normalen Vorrates für u Hektar dar, und man erhält den normalen Vorrat für 1 Hektar, wenn man die obige Formel durch u dividiert. Es ist somit:

$$\frac{(A_u + B + V)(1{,}0p^u - 1) + D_a 1{,}0p^{u-a}(1{,}0p^a - 1) + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}(1{,}0p^q - 1)}{u \cdot 1{,}0p^u \cdot 0{,}0p}$$
$$- (B + V)$$

der Erwartungswert des normalen Vorrates für die Flächeneinheit.

Beispiel. Für $B = 720$, $V = 120$, $p = 3$, $u = 70$ und die in der Tabelle A verzeichneten Erträge ist der Erwartungswert des Normalvorrats pro Hektar

$= [(2970{,}0 + 720 + 120)(1{,}03^{70} - 1) + 12{,}0 \cdot 1{,}03^{50}(1{,}03^{20} - 1)$
$+ 42{,}0 \cdot 1{,}03^{40}(1{,}03^{30} - 1) + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30}(1{,}03^{40} - 1) + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20}(1{,}03^{50} - 1)$
$+ 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10}(1{,}03^{60} - 1)] : 70 \cdot 1{,}03^{70} \cdot 0{,}03 - (720 + 120)$

$$= \frac{(26356{,}8180 + 1485{,}5577)\,0{,}1263}{2{,}1} - 840 = 834{,}52 \text{ Mark.}$$

B. Ermittelung des Erwartungswertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes.

Darf in der Formel (*B als Boden-Erwartungswert

$$Be_u = \frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0p - 1} - V$$

angenommen werden[1]), so findet man, wenn man diesen Ausdruck anstatt B in den ersten Teil jener Formel einführt, nach einigen Reduktionen den Wert des normalen Vorrates für die Fläche einer Betriebsklasse =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{0{,}0p} - u\,(Be_u + V)$$

oder, da $V = \frac{v}{0{,}0\,p}$ ist,

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0\,p} - u \cdot Be_u.$$

Für die Flächeneinheit ergiebt sich der Wert des normalen Vorrates =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u \cdot 0{,}0\,p} - Be_u.$$

Beispiel. Für die in Tabelle A verzeichneten Erträge, sowie für $c = 24$, $v = 3{,}6$ Mark, $u = 70$, $p = 3$, berechnet sich ein Boden-Erwartungswert $Be_u = 362{,}56$. Nach vorstehender Formel wäre also der Wert des normalen Vorrates:

---

1) Diese Annahme ist dann gerechtfertigt, wenn Fortführung des seitherigen Betriebs und Gleichbleiben der Erträge, Kosten und des Zinsfußes unterstellt werden dürfen.

$$\frac{2970+12{,}0+42{,}0+57{,}6+67{,}2+79{,}2-(24+70\cdot 3{,}6)}{70\cdot 0{,}03}-362{,}56$$

$= 1043{,}15$ Mark.

3) **Kostenwert des normalen Vorrates.**

A. Ermittelung des Kostenwertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung eines beliebigen Bodenwertes.

a) Für die Fläche einer Betriebsklasse.

Nehmen wir wieder, aus den unter VI, 1 angeführten Gründen, die Alter der einzelnen Stufen zu $(u-1)$, $(u-2)$, ... 2, 1, 0 Jahren an, und unterstellen wir vorerst, der Kürze halber, daß nur die a jährige Altersstufe eine Zwischen- oder Nebennutzung D_a liefere. Führt man nun in die allgemeine Formel des Bestands-Kostenwertes für m nach und nach die Werte 0, 1, 2 $\cdots$ $(u-2)$, $(u-1)$ ein, so erhält man:

$$\begin{aligned}
Hk_0 &= (B+V)(1{,}0\,p^0-1)+c\,1{,}0\,p^0\\
Hk_1 &= (B+V)(1{,}0\,p-1)+c\,1{,}0\,p\\
&\quad\vdots\\
Hk_a &= (B+V)(1{,}0\,p^a-1)+c\,1{,}0\,p^a-D_a\\
Hk_{a+1} &= (B+V)(1{,}0\,p^{a+1}-1)+c\,1{,}0\,p^{a+1}-D_a\,1{,}0\,p\\
&\quad\vdots\\
Hk_{u-1} &= (B+V)(1{,}0p^{u-1}-1)+c\,1{,}0\,p^{u-1}-D_a\,1{,}0\,p^{u-a-1}
\end{aligned}$$

Summiert man die vertikalen Kolumnen, so erhält man

$$(B+V)(1{,}0\,p^0+1{,}0\,p+\cdots+1{,}0\,p^{u-1})-u(B+V)$$

$$+c(1{,}0p^0+1{,}0p+\cdots+1{,}0p^{u-1})-D^a(1+1{,}0p+\cdots+1{,}0p^{u-a-1})$$

$$=\frac{(B+V)(1{,}0p^u-1)}{0{,}0\,p}-u(B+V)+\frac{c(1{,}0p^u-1)}{0{,}0p}-\frac{D_a(1{,}0p^{u-a}-1)}{0{,}0\,p}.$$

Nimmt man an, daß noch weitere Zwischen- oder Nebennutzungen $D_b \cdots D_q$ in der b-, $\cdots$ q jährigen Altersstufe erfolgt seien, so werden dieselben in die vorstehende Formel mit den analogen Ausdrücken einzuführen sein.

Hiernach wäre der Kostenwert des normalen Vorrates:

$$\frac{(B+V+c)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{0{,}0p}$$

$$-u(B+V). \qquad (**$$

b) Wert des normalen Vorrates für die Flächeneinheit.

Derselbe ist nach Inhalt des unter b, Seite 110 Bemerkten:

$$\frac{(B+V+c)(1{,}0p^u-1)-[D_a(1{,}0p^{u-a}-1)+\cdots+D_q(1{,}0p^{u-q}-1)]}{u\cdot 0{,}0p}$$

$$-(B+V),$$

wobei die Werte B, V, c, $D_a, \cdots D_q$ ebenfalls für die Flächeneinheit gelten.

Beispiel. Für B = 720, V = 120, p = 3, u = 70 und die in Tabelle A verzeichneten Erträge ist der Kostenwert des Normalvorrates pro Hektar =

$$[(720+120+24)(1{,}03^{70}-1)-(12{,}0(1{,}03^{50}-1)+42{,}0(1{,}03^{40}-1)$$
$$+57{,}6(1{,}03^{30}-1)+67{,}2(1{,}03^{20}-1)+79{,}2(1{,}03^{10}-1))]:70\cdot 0{,}03$$
$$-(720+120)=\frac{5976{,}9792-299{,}2300}{2{,}1}-840=1863{,}69 \text{ Mark.}$$

B. Ermittelung des Kostenwertes des normalen Vorrates unter Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes.

Führt man in den ersten Teilsatz der Formel (** für B den Boden-Erwartungswert Be_u ein, so findet man den Wert des normalen Vorrates für die Fläche einer Betriebsklasse =

$$\frac{A_u+D_a+\cdots D_q-(c+uv)}{0{,}0p}-u\cdot Be_u$$

und für die Flächeneinheit =

$$\frac{A_u+D_a+\cdots+D_q-(c+uv)}{u\cdot 0{,}0p}-Be_u.$$

4) Rentierungswert des normalen Vorrates.

Man erhält denselben, wenn man von dem Waldrentierungswert einer Betriebsklasse den Bodenwert der letzteren abzieht. Der Waldrentierungswert ergiebt sich durch Kapitalisierung des jährlichen Waldreinertrags $A_u+D_a+\cdots+D_q-(c+uv)$[1]. Hiernach ist der Rentierungswert des normalen Vorrates für die Fläche einer Betriebsklasse =

1) Siehe das folgende (III.) Kapitel, V.

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0\,p} - u \cdot Be_u$$

und für die Flächeneinheit =

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u \cdot 0{,}0\,p} - Be_u.$$

Wie man sieht, stimmen diese Formeln mit den unter 2) B. und 3) B. erhaltenen überein.

Der Bodenwert darf hier folgerichtigerweise nur als Erwartungswert in Ansatz kommen, weil die Formel des Waldrentierungswertes von der nämlichen Voraussetzung ausgeht, wie diejenige des Boden-Erwartungswertes; nämlich von der Annahme unaufhörlicher Wiederkehr gleicher Einnahmen und Ausgaben.

Anhang. Andere Methoden zur Ermittelung des Wertes des normalen Vorrates. Die Oesterreichische Cameraltaxation bestimmt bekanntlich den normalen Vorrat nach der Formel $\frac{uZ}{2}$, in welcher u die Umtriebszeit, Z = uz den Haubarkeitsdurchschnittszuwachs aller Altersstufen oder auch den Holzgehalt der ältesten Stufe (= A_u) bedeutet. Diese Formel setzt voraus, daß die älteste Stufe (u — ½) Jahre zählt. Besitzt sie das Alter u — 1, so muß (vergl. C. Heyers Waldertragsregelung, 3. Aufl., S. 39) die Formel $\frac{uZ}{2} - \frac{Z}{2}$ angewandt werden. Übrigens ist der Unterschied im Ergebnisse der Rechnung nach beiden Formeln nicht sehr groß.

Diese Formeln beziehen sich lediglich auf die Holzmasse und setzen voraus, daß dieselbe in einfacher Proportion zum Bestandsalter stehe, daß also die Vorräte der einzelnen Schläge eines Normalwaldes die Reihe $(0 + 1 + 2 + \cdots + u - 1)\,z$ bezw. die Reihe $(\frac{1}{2} + 1\frac{1}{2} + 2\frac{1}{2} + \cdots + u - \frac{1}{2})\,z$ bilden. Wenn nun jene Voraussetzung auch in Bezug auf die Holzmasse, zwar nicht genau, aber immerhin annähernd zutrifft, so ist dies doch keineswegs der Fall in Bezug auf den Geldwert der Bestände; denn deren Verkaufswert steigt bei zunehmendem Alter nicht allein mit der Holzmenge, sondern auch mit dem ebenfalls zunehmenden Werte der Masseneinheit (vgl. die Geldertragstafeln) und der wirtschaftliche, d. h. Erwartungswert der Holzbestände folgt den Gesetzen der Zinseszinsrechnung, welche für Geldkapitalien gelten. Beide Wertkurven steigen (s. S. 101—103) nicht in gerader, sondern in einer gegen die Abscissenachse mehr oder weniger konvex gebogenen Linie. Wollte man also die Formel $\frac{uZ}{2}$ zur Berechnung des Geldwertes vom normalen Vorrat benutzen, so würde man unter allen Umständen ein unrichtiges und zwar, im Vergleiche zum Erwartungswert, stets ein zu großes Resultat erhalten.

Ein weiterer Fehler würde deshalb begangen werden, weil in $\frac{uZ}{2}$ nur die Haubarkeitserträge berücksichtigt, Zwischennutzungen und Geldausgaben dagegen vernachlässigt sind. Wollte man aber, um diesen Fehler zu vermeiden, anstatt Z den jährlichen Reinertrag R_u der Betriebsklasse ($= A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv$) in die Formel einführen, so läge darin abermals ein logischer Irrtum. Denn es würde z. B. der Wert des q-ten Schlages

$$= \frac{q - \frac{1}{2}}{u} (A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv)$$

gesetzt, also unter Einrechnung längst bezogener Einnahmen (D_a u. s. w.), welche doch unmöglich mehr darin enthalten sein können, bestimmt werden.

Gleichwohl ist von Frey (Die Methode der Tauschwerte, Berlin 1888) die Formel $\frac{uR_u}{2}$ zur Berechnung des Normalvorratswertes empfohlen worden. Dieselbe muß stets und zwar um so mehr ein zu großes Ergebnis liefern, als Frey die Kultur- und Verwaltungskosten, Steuern u. s. w. nicht in Ansatz bringt, also $R_u = A_u + D_u + \cdots + D_q$ annimmt. Wenn Frey ferner den Bodenwert in der Differenz zwischen Gesamtwert und Normalvorratswert der Betriebsklasse findet, also

$$B_u = \frac{R_u}{0{,}0p} - \frac{uR_u}{2} = R_u \left(\frac{100}{p} - \frac{u}{2}\right)$$

setzt, so muß er aus dem nämlichen Grunde den Boden stets zu gering veranschlagen oder, um dies zu vermeiden, einen unverhältnismäßig geringen Zinsfuß annehmen. Mit der Formel $\frac{uR_u}{2}$ fällt endlich auch diejenige, welche Frey für die Berechnung des Wertes unreifer Holzbestände aufgestellt hat.

Nach der entgegengesetzten Richtung weicht das Rechnungsverfahren, welches Baur auf Seite 253 ff. seines Handbuchs der Waldwertberechnung, Berlin 1886, für den Normalvorratswert und den Bodenwert ganzer Betriebsklassen entwickelt, von der Methode der Erwartungs- und Kostenwerte ab. Baur geht ebenfalls davon aus, daß der Gesamtwert (Boden- + Vorratswert) einer normalen Betriebsklasse dem kapitalisierten jährlichen Waldreinertrage, den er $= A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv$ setzt, gleich sei; also

$$W_u = B_u + N_u = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{0{,}0p} = \frac{R_u}{0{,}0p}.$$

Da nun aber der Normalvorrat, wie die Forsteinrichtung lehrt, seiner Quantität nach in $\frac{u}{2}$ Jahren durch die Holznutzungen aufgezehrt wird, so betrachtet Baur den Wert desselben als Vorwert einer Jahresrente vom Betrage R_u, welche zum ersten Mal nach einem Jahre, zum letzten

Mal nach $\frac{u}{2}$ Jahren, im ganzen also $\frac{u}{2}$ mal eingehen wird. Danach ist

$$N_u = \frac{R_u\left(1{,}0p^{\frac{u}{2}} - 1\right)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^{\frac{u}{2}}} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_u - c - uv)\left(1{,}0p^{\frac{u}{2}} - 1\right)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^{\frac{u}{2}}}.$$

Zieht man diesen Wert von dem oben für W_u angesetzten ab, so bleibt

$$B_u = \frac{R_u}{0{,}0p}\left(1 - \frac{1{,}0p^{\frac{u}{2}} - 1}{1{,}0p^{\frac{u}{2}}}\right) = \frac{R_u}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^{\frac{u}{2}}}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^{\frac{u}{2}}}.$$

Baur erblickt einen Hauptvorzug dieser Formeln in dem Umstande, daß die darin vorkommenden Diskontierungszeiträume sich nicht über die halbe Umtriebszeit hinaus erstreckten. Dies kann für die Normalvorratsformel zugegeben werden; für die Formel des Bodenwertes aber nicht. Denn dieser letztere ist nach Baurs Auffassung nichts anderes als der Vorwert aller Waldreinerträge, welche vom Jahr $\left(\frac{u}{2} + 1\right)$ ab bis in die Unendlichkeit eingehen werden, berechnet unter der Voraussetzung, daß die Erträge (A_u, $D_a \cdots$) sowie die Kosten und der Zinsfuß immerfort gleich bleiben. Dies ist aber ganz die nämliche, allerdings gewagte, Voraussetzung, welche bei der Berechnung des Boden-Erwartungswertes gemacht zu werden pflegt und dort von Baur selbst (Seite 186 ff. des Handbuchs) bekämpft wird. Da nun oben unter Nr. 2 B nachgewiesen ist, daß bei dieser Annahme der Erwartungswert des Normalvorrats dem Unterschiede zwischen Waldrentierungswert und Bodenerwartungswert gleichsteht, so kann die Baursche Formel, sofern sie ein hiervon abweichendes Ergebnis liefert, nicht richtig sein.

In der That erhält man mit Hilfe der Baurschen Formeln in der Regel größere Boden-, dagegen geringere Vorratswerte als nach der Methode des Boden- und Bestandserwartungswertes. Es läßt sich aber durchaus kein stichhaltiger Grund dafür vorbringen, daß eine Reihe von Beständen, welche zu einer normalen Betriebsklasse vereinigt wird, eben hierdurch einen Wert annehmen sollte, der geringer ist, als die Summe der einzelnen Bestandswerte. Somit können auch die Baurschen Formeln grundsätzlich nicht empfohlen werden.

Dagegen dürfte es für die Zwecke der Praxis, insbesondere die Vergleichung abnormer und normaler Holzvorräte, zulässig sein, die letzteren als nicht aus u Jahresschlägen, sondern aus einer geringeren Anzahl von Periodenschlägen zusammengesetzt anzusehen; alsdann aber alle älteren, bereits verwertbaren Bestände, namentlich im Kahlschlagbetriebe, einfach mit ihrem Verbrauchswerte und nur die jüngeren nach ihrem wirt-

schaftlichen, d. h. Erwartungswerte in Ansatz zu bringen. Bei letzteren kann der Verbrauchswert, der häufig = 0 oder gar negativ ausfallen würde, selbstverständlich nicht maßgebend sein; vielmehr liegt der wahre wirtschaftliche Wert solcher unreifer Bestände, mögen sie normal oder abnorm beschaffen sein, in ihren künftigen Erträgen, die auf die Gegenwart zu diskontieren sind. Der auf die Bestands-Erziehung thatsächlich verwendete Kostenbetrag wird in den meisten Fällen nicht allein unbekannt, sondern auch gleichgiltig sein; die Bestands-Kostenwert-Formel kann daher für die unreifen Glieder einer normalen Schlagreihe nur aus Zweckmäßigkeitsgründen, d. h. wegen der einfacheren Berechnung und zwar in der Form angewendet werden, in welcher sie ein dem Erwartungswerte gleiches Ergebnis liefert; also unter Einführung des Boden-Erwartungswertes und der durchschnittlichen Kostensätze 2c. Bei den älteren bereits schlagbaren Gliedern einer Betriebsklasse dagegen rechtfertigt sich die Einführung des Verbrauchs- anstatt des Erwartungswertes durch die Erwägung, daß beide, wenigstens beim Kahlschlagbetrieb, nicht sehr erheblich von einander abzuweichen pflegen, daß der letztere immerhin auf weniger sicheren Grundlagen — eingeschätzten Zukunftserträgen, Zinsfuß 2c. — beruht und daß der erstere insofern praktische Bedeutung besitzt, als er die Geldsumme darstellt, welche der Waldbesitzer sofort für den Bestand erhalten könnte.

Der Normalvorrat für 80-jährigen Umtrieb ist (nahezu!) vorhanden, wenn je $\frac{1}{4}$ der Waldfläche mit Holz im Alter von 10, 30, 50 und 70 Jahren normal bestanden ist; ebenso für 100-jährigen Umtrieb, wenn noch ein fünfter 90-jähriger Schlag von gleicher Größe hinzukommt. Handelt es sich nun z. B. um eine Kiefern-Betriebsklasse in einer für den Absatz von Grubenholz günstigen Lage, so werden nur die beiden jüngsten Schläge (im Alter von 10 und 30 Jahren) mit ihren Erwartungs- (resp. Kosten-) Werten, alle übrigen mit ihren, der Ertragstafel entnommenen, Verkaufswerten anzusetzen sein. Da die letzteren bei weitem den größten Teil des Vorratswertes darstellen und auch den Bodenwert häufig um ein vielfaches überragen, so wird bei dieser Art der Berechnung der Einfluß jener unsicheren Grundlagen möglichst weit zurückgedrängt. Dieselbe dürfte sich zugleich wegen ihrer Einfachheit und zwar umsomehr empfehlen, als ja der — in Wirklichkeit nirgends existierende — „Normalvorrat" überhaupt nur als Vergleichsgröße in Betracht kommt, die Werte wirklich vorhandener — abnormer — Holzvorräte aber ebenfalls, in vielen Fällen wenigstens, leicht und sicher, bezw. mit einer für die Praxis genügenden Genauigkeit in analoger Weise veranschlagt werden können.

Beispiel. Nach Tabelle II liefert ein zum 80-jährigen Umtrieb eingerichteter Kiefernwald II. Standortsklasse in der Main-Rhein-Ebene eine jährliche Waldrente

$$\frac{A_u + D_a + \cdots - c - uv}{u} = 43{,}3 \text{ Mark pro ha}$$

Unter den gleichen Voraussetzungen ($c = 60$, $v = 7$) berechnet sich der

Boden-Erwartungswert bei 2,5-prozentiger Verzinsung zu 363 Mark pro ha. Der Rentierungswert des Normalvorrats ist demnach

$$N = \frac{43,3}{0,025} - 363 = 1732 - 363 = 1369 \text{ Mark pro ha.}$$

Denkt man sich diesen Normalvorrat aus nur 4 Schlägen im Alter von 10, 30, 50 und 70 Jahren zusammengesetzt und berechnet man deren Erwartungswerte unter der Voraussetzung, daß die beiden älteren soeben durchforstet seien, so ergiebt sich

$$\begin{aligned} He_{10} &= 258 \\ He_{30} &= 834 \\ He_{50} &= 1615 \\ He_{70} &= 2663 \\ \text{Summe} &= 5370 \end{aligned}$$

hiervon $^1/_4 = 1342,5$ Mark pro ha,

also nahezu der nämliche Betrag.

Führt man dagegen für die beiden älteren Schläge anstatt des Erwartungswertes deren Verbrauchswerte (1614 und 2803 Mark) ein, so erhält man

$$N = 1380 \text{ Mark pro ha,}$$

d. i. etwa 1 % zu viel. — Dafür hat dieser Normalvorratswert aber den Vorzug, daß ihm zum Zwecke der Vergleichung auch einfach die Verbrauchswerte aller in einer abnormen Betriebsklasse vorhandenen älteren Bestände gegenübergestellt werden können, während man sonst deren Erwartungswerte berechnen müßte, was namentlich bei abnormer Bestockung eine mißliche Sache ist.

Die Anwendung der Baurschen Formeln würde folgende Ergebnisse liefern

$$N = 43,3 \, \frac{1,025^{40} - 1}{1,025^{40} \cdot 0,025} = 1087 \text{ Mark pro ha und}$$

$$B = 1732 - 1087 = 645 \quad " \quad " \quad "$$

Danach wäre der ganze Normalvorrat von 4 ha nicht so viel wert als die Summe der beiden älteren Schläge (1614 + 2803); also der Wert der beiden jüngeren weniger als 0. Dies kann unmöglich richtig sein.

Dagegen würde man mittelst der Freyschen Formeln folgende Resultate erhalten:

$$R_u = A_u + D_a + \cdots = 51,1 \text{ Mark pro ha,}$$

$$N_u = \frac{u \cdot R_u}{2} = 40 \times 51,1 = 2044 \text{ Mark pro ha.}$$

Beide jüngeren Schläge wären demnach zusammen nahezu so viel wert als die zwei älteren, was ebensowenig möglich ist. Würde man ferner der Berechnung des Wald-Rentierungwertes (nach Frey) einen Zinsfuß von 2,5% zu Grunde legen, so ergäbe sich $W = \frac{51,1}{0,025} = 2044$, mithin $B = 0$. Um einen positiven Bodenwert zu erzielen, müßte also der Zinsfuß noch unter 2,5% $\left(= \frac{200}{u}\right)$ angenommen werden.

Die beiden letzteren Berechnungsarten (nach Baur und Frey) erweisen sich somit nicht nur als theoretisch unrichtig, sondern auch praktisch als unbrauchbar.

Die Formel $N = \frac{R}{0,0p} - Be'$ giebt uns ein einfaches Mittel an die Hand, um das Verhältnis zwischen Boden- und Vorratswert einer Betriebsklasse annähernd festzustellen. Sieht man nämlich der Einfachheit halber von den Zwischennutzungen einerseits und den Betriebskosten andererseits ab, so bleibt

$$Be = \frac{A_u}{1,0p^u - 1} \text{ und}$$

$$N = \frac{A_u}{u \cdot 0,0p} - Be;$$

folglich $\frac{N}{Be} = \frac{A_u}{Be \cdot u \cdot 0,0p} - 1 = \frac{1,0p^u - 1}{u \cdot 0,0p} - 1$. Setzt man nun $p = 3\%$ und führt man für u verschiedene, in der Praxis gebräuchliche Umtriebszeiten ein, so ergiebt sich beispielsweise

für $u =$	20	60	100	140
$\frac{N}{Be} =$	0,34	1,71	5,07	13,7.

Für größere Zinsfüße berechnet sich auch $\frac{N}{Be}$ höher und umgekehrt. So erhält man z. B. für $p = 4$ und $u = 20 : \frac{N}{Be} = 0,5$ u. s. w.

Diejenige Umtriebszeit, für welche $N = Be$ wird, läßt sich aus der Gleichung

$$1,0p^u - 1 - 2\,u \cdot 0,0p = 0$$

durch Probieren finden. Dieselbe wird um so größer, je kleiner p, und berechnet sich z. B.

für p = 4 zu ca. 33 Jahren,
„ p = 3 „ „ 43 „
„ p = 2 „ „ 65 „

Bei Einrechnung der Zwischennutzungen und Betriebskosten ändern sich diese Zahlen nur wenig[1]).

III. Kapitel.

Ermittelung des Waldwertes.

I. Methoden der Wertsermittelung.

Der Waldwert (Wert von Boden + Bestand) kann bestimmt werden:

1) nach dem Erwartungswerte,
2) nach dem Kostenwerte,
3) nach dem Verkaufswerte,
4) nach dem Rentierungswerte — nach letzterem jedoch nur bei solchen Waldungen, welche zum jährlichen Betriebe eingerichtet sind.

II. Wald-Erwartungswert insbesondere.

1) Berechnung des Waldwertes unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes die Waldwirtschaft mit Beibehaltung der vorhandenen Holz- und Betriebsart weiter geführt werden soll.

A. Wald-Erwartungswert von Wäldern mit **normalem** Holzbestand.

a) Man kann den Wald-Erwartungswert aus dem Bodenwerte und dem Bestands-Erwartungswerte zusammensetzen.

Hieraus folgt zugleich (siehe Seite 85 unter α), daß der größte Wald-Erwartungswert sich für diejenige Umtriebszeit berechnet, welcher der größte Boden-Erwartungswert Be_u entspricht.

---

1) Lehr, Forstpolitik, Loreys Handbuch der Forstwissenschaft, 1887, Bd. II, S. 429.

Das Alter des Holzbestandes sei m Jahre, so ist der Wald-Erwartungswert $We_m =$

$$\frac{A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - (Be_u + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}} + Be_u.$$

$$= \frac{A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1) + Be_u}{1{,}0p^{u-m}} \ldots *$$

Führt man hier für Be_u die Seite 61 entwickelte Formel ein, so findet man nach einigen Reduktionen $We_m =$

$$\frac{1{,}0p^m \left(A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0p^u - 1} - V \ldots **$$

Liegt m vor a, so wäre zu setzen statt der Formel *

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - V(1{,}0p^{u-m} - 1) + Be_u}{1{,}0p^{u-m}}$$

und statt der Formel **

$$\frac{1{,}0p^m (A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Für m = 0 und unter der Voraussetzung, daß die Kultur noch nicht stattgefunden hat, ist $We_0 =$

$$\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u - V(1{,}0p^u - 1) + Be}{1{,}0p^u}$$

$$= \frac{Be_u (1{,}0p^u - 1) + Be_u}{1{,}0p^u}$$

$$= Be_u,$$

d. h. der Wald-Erwartungswert geht dann in den Boden-Erwartungswert über.

b) Man kann jedoch auch den Wald-Erwartungswert aus den in Aussicht stehenden Einnahmen und Ausgaben direkt herleiten und erhält dann:

$$We_m = \frac{A_u}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{A_u}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots + \frac{D_n}{1{,}0p^{n-m}} + \frac{D_n}{1{,}0p^{u+n-m}}$$

$$+ \frac{D_n}{1{,}0p^{2u+n-m}} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^{u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0p^{2u-(m-a)}} + \frac{D_a}{1{,}0p^{3u-(m-a)}}$$

$$+ \cdots - \left(\frac{c}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{c}{1{,}0p^{2u-m}} + \frac{c}{1{,}0p^{3u-m}} + \cdots\right) - V$$

$$= \frac{A_u 1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} + \frac{D_n 1{,}0p^{u+m-n}}{1{,}0p^u - 1} + \cdots + \frac{D_a 1{,}0p^{m-a}}{1{,}0p^u - 1} + \cdots - \frac{c\,1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} - V$$

$$= \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0p^u - 1} - V,$$

wie unter 1) A. a).

Man kann auch alle Einnahmen und Ausgaben auf das Alter der Umtriebszeit reduzieren und für den Unterschied derselben den Wiederholungswert berechnen. Da die Verwaltungs- ꝛc. Kosten jährlich in gleicher Größe wiederkehren, so kann man diese für sich behandeln, also deren Kapitalwert aufsuchen und ihn von jenem Wiederholungswerte abziehen.

Sämtliche innerhalb der nächsten u Jahre zu erwartenden Einnahmen und Ausgaben, ausschließlich der Verwaltungskosten, erscheinen in dem Ausdruck:

$$A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c$$

auf das Jahr u reduziert. Die Summe geht zum ersten Male nach u — m Jahren, von da an aber alle u Jahre ein. Ihr Jetztwert berechnet sich nach Formel IX folgendermaßen:

$$\frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0p^u - 1}.$$

Hiervon wäre noch V abzuziehen. Es ist also der Wald-Erwartungswert:

$$We_m = \frac{1{,}0p^m\left(A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0p^u - 1} - V.$$

Aufgabe. Es ist der Erwartungswert eines 40jährigen Waldes, welcher die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, unter der Voraussetzung zu bestimmen, daß u = 70, c = 24, V = 120. p = 3 ist.

Auflösung.

$$We_m = \frac{1{,}03^{40}\left(2970{,}0 + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + \frac{12}{1{,}03^{20}} + \frac{42}{1{,}03^{30}} + \frac{57{,}6}{1{,}03^{40}} - 24\right)}{1{,}03^{70} - 1}$$

$$- 120$$

$$= 3{,}262\,(2970{,}0 + 269{,}4119 - 24)\,0{,}1446 - 120$$

= 1396,66 Mark.

B. Wald-Erwartungswert von Wäldern mit **abnormem** Holzbestand.

Bei solchen Wäldern hat man nicht blos die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes, sondern auch diejenige Abtriebszeit zu ermitteln, für welche der abnorme Bestand den größten Erwartungswert besitzt. Als Bodenwert ist das erreichbare Maximum des Boden-Erwartungswertes zu unterstellen. In der Regel wird man annehmen können, daß nach dem Abtriebe des abnormen Bestandes normale Erträge erfolgen. Bezeichnet man die abnormen Erträge der ersten Abtriebszeit mit $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_n$, so ist

$$\mathfrak{We}_m = \frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n\, 1{,}0\,p^{u-n} - V\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1) + Be_u}{1{,}0\,p^{u-m}}.$$

Beispiel. Ein 50jähriger Bestand auf einem Standorte, welcher unter normalen Verhältnissen die in Tabelle A verzeichneten Erträge zu liefern verspricht, ist durch Sturmwind so gelichtet worden, daß seine gegenwärtige Masse nur einen Wert von 630 Mark besitzt. Voraussichtlich sind von diesem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark
70	1485 „

zu erwarten. Es sei c = 24, v = 3,6 Mark, p = 3, so berechnet sich bei normalen Erträgen das Maximum des Boden-Erwartungswertes mit 362,56 Mark für das 70. Jahr.

Nach Seite 87 empfiehlt es sich, den abnormen Bestand im 60. Altersjahre abzutreiben. Hiernach ist das Maximum des Wald-Erwartungswertes =

$$\frac{1031 - 120\,(1{,}03^{10} - 1) + 362{,}56}{1{,}03^{10}} = 1006{,}24 \text{ Mark.}$$

2) **Berechnung des Wald-Erwartungswertes unter der Voraussetzung, daß nach der Ernte des Holzbestandes eine andere Holzart oder eine andere Boden-Benutzungsart (z. B. die landwirtschaftliche) eingeführt werden soll.**

Man ermittelt die Abtriebszeit u, für welche sich unter Zugrundelegung des Bodenwertes B der neu einzuführenden Holzart oder Boden-Benutzungsart der größte Bestands-Erwartungswert ergiebt, und berechnet den Wald-Erwartungswert nach der Formel

$$\frac{A_u + D_n\, 1{,}0\,p^{u-n} + \cdots - V\,(1{,}0\,p^{u-m} - 1) + B}{1{,}0\,p^{u-m}},$$

in welcher für den Fall, daß der Bestand abnorm ist, $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{D}$ an die Stelle von A und D treten.

III. Wald-Kostenwert insbesondere.

1) **Man kann den Wald-Kostenwert aus dem Bodenwerte und dem Bestandswerte zusammensetzen** und erhält dann:

a) für einen beliebigen Bodenwert:

$$W k_m = B + (B + V)(1{,}0\,p^m - 1) + c\,1{,}0\,p^m - D_a\,1{,}0\,p^{m-a}$$
$$= (B + V + c)\,1{,}0\,p^m - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots + V).$$

b) Bei Unterstellung des Boden-Erwartungswertes und für normale Bestände ist ${}^uWk_m$

$$= \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\,1{,}0\,p^{u-q} - c\,1{,}0p^u}{1{,}0\,p^u - 1} - V + V + c\right) 1{,}0\,p^m$$
$$- (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots + V)$$
$$= \frac{1{,}0\,p^m \left(A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0\,p^u - 1} - V.$$

2) **Man kann den Wald-Kostenwert auch aus den stattgehabten Aufwänden direkt herleiten.** Das Verfahren ist ein analoges, wie bei der Bestimmung des Bestands-Kostenwertes, nur daß B selbst, und nicht blos die Verzinsung desselben, unter den Aufwänden erscheint.

Man hat also $W k_m$

$$= B\,1{,}0p^m + V(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0\,p^m - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots)$$
$$= (B + V + c)\,1{,}0\,p^m - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots + V),$$

wie oben. Es läßt sich ferner leicht nachweisen, daß die vorstehende Formel bei normalen Beständen und wenn für B der Boden-Erwartungswert gesetzt werden darf, in folgende übergeht:

$$W k_m = \frac{1{,}0p^m \left(A_u + D_n\,1{,}0\,p^{u-n} + \cdots + \frac{D_a}{1{,}0\,p^a} + \cdots - c\right)}{1{,}0\,p^u - 1} - V.$$

Aus dem Vorhergehenden folgt weiter, daß der Wald-Erwartungswert und der Wald-Kostenwert bei normalen Beständen in dem Falle übereinstimmen, wenn B den Boden-Erwartungswert vorstellt.

IV. Wald-Verkaufswert insbesondere.

Man versteht unter demselben denjenigen Wert, welchen ein Wald nach Maßgabe anderer bekannter Waldverkäufe besitzt.

Der Verkaufswert zeigt nur an, was etwa für einen Wald erlöst werden kann, wenn die Bedingungen, unter welchen der Kauf stattfand, für den zu verkaufenden Wald die nämlichen bleiben. Letzteres wird namentlich bei größeren Wäldern selten der Fall sein.

Man wird daher leichter zum Ziele gelangen, wenn man die Verkaufswerte der einzelnen Holzbestände nach Kap. II, II, 3 ermittelt und hierzu den Bodenwert (I. Kap. IV) addiert, ein Verfahren, welches indessen nur bei haubarem oder angehend haubarem Holze und in den, im I. Kap. IV, 2, B angeführten Fällen gerechtfertigt erscheint.

Daß unter Umständen, insbesondere bei wechselnder Bestockung, mehrere Methoden der Waldwerts-Bestimmung kombiniert werden können, versteht sich von selbst.

V. Wald-Rentierungswert insbesondere.

Stellt R eine jährlich am Jahresschlusse immerfort wiederkehrende Rente vor, so ist nach Formel VII der Kapitalwert dieser Rente $= \frac{R}{0{,}0\,p}$.

Berechnet man den Kapitalwert eines Waldes nach dieser Formel, so setzt man voraus, daß der Wald zum jährlichen Betriebe eingerichtet ist, denn nur Wälder von dieser Beschaffenheit gewähren *jährlich* nachhaltig einen gleich großen Ertrag, und daß Naturalerträge, Preise und Kosten sowie der Zinsfuß sich nicht ändern werden. Da der Holzbestand eines solchen Waldes nichts anderes als der normale Vorrat ist, so stellt die Formel $\frac{R}{0{,}0\,p}$ den Erwartungs-Wert des Bodens + dem Werte des normalen Vorrates dar, wie schon oben unter VI, 2 und 3 des II. Kap. nachgewiesen worden ist.

1) Wald-Rentierungswert für die Fläche einer Betriebsklasse.

Bei jedem zum jährlichen Betriebe eingerichteten Walde ist der jährliche *Rauhertrag* = dem Haubarkeitsertrage A_u der ältesten Stufe + den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \ldots D_q$, welche sich in den übrigen Altersklassen ergeben. Die *Produktionskosten* bestehen in den Kulturkosten c, welche jährlich für nur *eine* Altersstufe aufzuwenden sind, und in den Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern ꝛc., welche jährlich für *alle* Altersstufen bezahlt werden müssen. Nennt man den Betrag dieser Kosten für eine Altersstufe v,

so ist er für alle Stufen $= uv$. Somit ergiebt sich der jährliche Wald-Reinertrag einer Betriebsklasse in dem Ausdruck:

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)$$

und der Rentierungswert W_r dieses Waldes wäre nach obiger Formel:

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{0{,}0p}$$

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{0{,}0p} - uV,$$

wenn man nämlich, wie früher, $\frac{v}{0{,}0p} = V$ nennt.

2) Wald-Rentierungswert für die Flächeneinheit.

Bedeutet A_u den Haubarkeitsertrag der Flächeneinheit z. B. eines Hektar, $D_a, \ldots D_q$ diejenigen Zwischen- und Nebennutzungen, welche ein Hektar im Laufe der Umtriebszeit liefert, stellt ferner c den Kulturkostenbetrag vor, welcher für die Aufforstung eines Hektar zu Anfang der Umtriebszeit aufzuwenden ist, und bezeichnet V das Kapital, aus dessen Interessen jährlich die Kosten für Verwaltung, Schutz, Steuern rc. pro Hektar zu bestreiten sind, so bezieht sich derjenige Wald-Rentierungswert, welcher durch Einführung dieser Größen in die obige Formel erlangt wird, auf einen Wald von u Hektar Flächengröße. Um den Wald-Rentierungswert von 1 Hektar zu finden, hat man also die fr. Formel durch u zu dividieren und erhält dann in dem Ausdruck

$$W_r = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u \cdot 0{,}0p} - V$$

den Wald-Rentierungswert, d. h. den Wert des Bodens und des Normalvorrates für die Flächeneinheit.

Die Formel des Wald-Rentierungswertes geht von der nämlichen, allerdings gewagten, Voraussetzung — unaufhörlichen Gleichbleibens aller Erträge, Kosten und des Zinsfußes — aus wie diejenige des Boden- und des Vorrats-Erwartungswertes. Es liegt daher, wie auch im vorigen Kapitel schon nachgewiesen wurde, ein innerer Widerspruch darin, wenn jene Formel mit irgend einer auf anderem Wege berechneten Wertsumme für Boden- oder Holzvorrat in Verbindung gebracht wird.

IV. Kapitel.

Ermittelung der jährlichen Rente.

I. Verwandlung einzelner Einnahmen oder Ausgaben in eine jährliche Rente.

Dieser Gegenstand ist bereits im Vorbereitenden Teil, III. Kapitel, S. 28 behandelt worden; auch findet sich dort schon die Auflösung derjenigen Aufgaben, welche in der Praxis am häufigsten vorkommen. Wir wiederholen hier nur Folgendes: Entweder ist eine nach m oder n Jahren nur einmal erfolgende Einnahme oder Ausgabe R in eine n malige jährliche Rente r, oder eine alle n Jahre sich wiederholende (also immerwährende) Einnahme oder Ausgabe R in eine immerwährende jährliche Rente r zu verwandeln. Das Verfahren, um r zu bestimmen, ist in beiden Fällen das nämliche: man sucht den Kapitalwert der immerwährenden oder als immerwährend gedachten Einnahme oder Ausgabe R auf und multipliziert denselben mit 0,0 p. So ist z. B. die jährliche Rente r, welche einem Zwischen- oder Nebennutzungsertrag D_a entspricht, welcher zum erstenmale nach a Jahren, dann aber alle u Jahre eingeht,

$$= \frac{D_a\, 1{,}0\,p^{u-a}}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p; \text{ die Kulturkostenrente } = \frac{c\, 1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p \text{ u. s. w.}$$

II. Bodenrente.

Unter dieser versteht man den Boden-Reinertrag. Letzterer ergiebt sich in dem Unterschiede zwischen den als jährlichen Renten berechneten Einnahmen und Ausgaben, welche nach erfolgter Bestockung des Bodens zu erwarten bezw. aufzuwenden sind, er ist also =

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q} - c\, 1{,}0\,p^u}{0{,}0\,p^u - 1} - \frac{v}{0{,}0\,p}\right) 0{,}0\,p$$

$$= \frac{A_u}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p + \frac{D_a\, 1{,}0\,p^{u-a}}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p + \cdots + \frac{D_q\, 1{,}0\,p^{u-q}}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p$$

$$- \left(\frac{c\, 1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u - 1}\, 0{,}0\,p + v\right).$$

Wie sich aus Seite 61 entnehmen läßt, stellt der vorstehende Ausdruck die Rente des Boden-Erwartungswertes, also

$$Be_u \cdot 0{,}0p$$

vor.

III. Bestandsrente.

Man leitet dieselbe nach dem unter I. angegebenen Verfahren aus dem Bestandswerte ab.

Für den jährlichen Betrieb ergiebt sich die Bestandsrente, wenn man den Wert des normalen Vorrates mit 0,0 p multipliziert. Berechnet man den Waldwert als Rentierungswert, unterstellt man also den Boden-Erwartungswert, so findet man die Rente des Vorrates, indem man von dem jährlichen Reinertrage der Betriebsklasse die Rente des Boden-Erwartungswertes in Abzug bringt. (Siehe IV.)

IV. Waldrente.

Diese ist gleich dem Reinertrag, welchen der Wald (Boden + Holzbestand) abwirft. Beim jährlichen Betriebe und bei stets gleichbleibenden Holzpreisen, Kosten 2c. ist die Waldrente =

$$A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv).$$

Gelten A_u, $D_a \ldots D_q$, c, v für die Flächeneinheit, so ist für eben dieses Maß der jährliche Reinertrag eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes:

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c}{u} - v.$$

Anhang.

I. Kapitel.

Einige besondere Fälle der Waldwertrechnung.

I. Abschnitt.

Regeln für die Berechnung des Wertes solcher Wälder, welche zur Veräußerung bestimmt sind.

---

1) Wertsberechnung bei freiwilligen Verkäufen.

Sowohl für den Käufer wie für den Verkäufer ist es begreiflicherweise von Wichtigkeit, das wahrscheinliche (nicht blos mögliche) Maximum des Wertes zu kennen, welches dem zu schätzenden Objekte beigelegt werden kann. Es sind daher bei der Wertsrechnung alle diejenigen Umstände zu beachten, von welchen jenes Maximum abhängt. Neben den bereits früher, S. 65—69 und S. 84—89, angeführten Momenten (Zinsfuß, Umtriebszeit, Größe der Erträge und Produktionskosten, Zeit des Eingangs der Vornutzungen und der Verausgabung der Produktionskosten) kommt insbesondere noch die Boden-Benutzungsart in Betracht.

Unterliegt die Wahl derselben keiner Beschränkung, so ist stets die vorteilhafteste Benutzungsart zu unterstellen. Eignet sich z. B. der Boden mehr zur Landwirtschaft, d. h. ergiebt sich für diese ein höherer Bodenwert[1]), so ist die Rechnung unter Zugrundelegung des letzteren zu führen. Der Zeitpunkt, von welchem an die landwirtschaftliche Benutzungsweise des Bodens an die Stelle der forstwirt-

---

1) Bei der Ermittelung desselben sind die Urbarmachungskosten nicht außer Auge zu lassen. In der Regel wird für das landwirtschaftliche Gelände auch eine höhere Steuer entrichtet.

schaftlichen zu treten hätte, resultiert eben aus der Bedingung, daß der Wert des ganzen Objektes, also des Bodens mit dem Holzbestande, ein Maximum sein soll[1]); er trifft mithin dasjenige Bestandsalter, für welches der unter Zugrundelegung des landwirtschaftlichen Bodenwertes berechnete Bestands-Erwartungswert seinen größten Betrag erreicht. — Erweist sich dagegen die Forstwirtschaft als die vorteilhafteste Boden-Benutzungsart, oder muß dieselbe, z. B. zufolge forstpolizeilicher Bestimmungen, beibehalten werden, so ist der forstliche Bodenwert, und zwar das Maximum des Erwartungswertes, welches sich für die rentabelste Holz- und Betriebsart kalkuliert, als Basis der Wertsberechnung anzunehmen. Der größte Gesamtwert ergiebt sich auch hier bei Unterstellung derjenigen Abtriebszeiten, für welche die größten Bestands-Erwartungswerte sich berechnen.

Würde behufs Realisierung der nach Vorstehendem ermittelten Maximalwerte ein größeres als das seither genutzte Holzquantum zum Hiebe bestimmt werden müssen oder das Verhältnis der zum Ausgebote gelangenden Sortimente sich ändern, und wäre hiernach eine Änderung der Holzpreise vorauszusehen, so darf dieser Umstand bei der Ermittelung der vorteilhaftesten Abtriebszeiten nicht unbeachtet bleiben. Im allgemeinen gilt hier die Regel, nur solche Abtriebszeiten zu unterstellen, bei welchen sich das sämtliche Holz der zur Nutzung vorgesehenen Bestände auch verwerten läßt, wobei es jedoch für die Verwertung kein absolutes Hindernis ist, wenn die Holzpreise infolge des Angebotes einer größeren Masse von schwächeren Sortimenten etwas sinken. Man hat in diesem Falle die vorteilhaftesten Abtriebszeiten durch Bestimmung der größten Bestands-Erwartungswerte ausfindig zu machen, also von zwei Abtriebszeiten, welche die Verwertung der ganzen Holzquantität, wenn auch zu sinkenden Preisen, gestatten, diejenige zu wählen, für welche sich der größte Bestands-Erwartungswert berechnet.

Ferner sind die Gefahren (z. B. Windwurf, Bodenaushagerung, Verdämmung) in Betracht zu ziehen, welche sich für andere Bestände ergeben können, wenn die Abnutzung nur mit Rücksicht auf die vorteilhaftesten Abtriebszeiten der Einzelbestände erfolgt. Überhaupt läßt sich bei größeren Wäldern ein richtiger Wertsanschlag ohne einen die Abtriebsfolge ordnenden Nutzungsplan[2]) nicht aufstellen. Eine periodisch oder jährlich gleichmäßige Verteilung der Nutzungen ist nur

---

1) König (Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, S. 586) nennt diese Wertsumme den Waldzerschlagungswert.

2) Siehe hierüber Burckhardt: Der Waldwerth, 1860, S. 29.

dann zu projektieren, wenn sich von derselben eine Steigerung des Waldwertes erwarten läßt.

Kommt dem Verkaufsobjekte — sei es für den Käufer oder den Verkäufer — ein besonderer Wert (s. S. 3) zu, so ist derselbe in Rechnung zu nehmen. Ein derartiger Wert ergiebt sich namentlich dann, wenn der zu veräußernde bezw. zu erwerbende Wald in Zusammenhang mit einem anderen Walde steht oder gebracht werden kann. Die Vorteile, welche aus der Vereinigung eines Waldstücks mit einem an dasselbe angrenzenden Waldkomplexe für den Käufer erwachsen können, sind S. 4 angeführt worden. Einige von diesen verwandeln sich für den Verkäufer in Verluste, wozu unter Umständen noch andere Nachteile kommen, z. B. daß für den nach dem Verkaufe bleibenden Rest des Waldes ein neuer Betriebsplan aufgestellt werden muß. Diese Verluste und Nachteile hat der Verkäufer neben dem Ertragswerte des Waldes in Anschlag zu bringen, um die Summe zu erfahren, für welche er den Wald ohne Schaden abgeben kann.

Von verschiedenen Seiten ist der Versuch gemacht worden, den besonderen Wert einer Blöße, welche zu einem im jährlichen Nachhaltbetriebe befindlichen Walde hinzukommt oder von demselben losgetrennt wird, aus der Betrachtung abzuleiten, daß der durchschnittlich jährliche Waldreinertrag alsbald nach dem Verhältnis des Flächeninhalts jener Blöße zu demjenigen des ganzen Waldes vergrößert oder verkleinert werden könne. Man ging dabei von der Ansicht aus, daß der Durchschnittszuwachs der Blöße sofort und zwar im ältesten Holze der Betriebsklasse genutzt werden könne. Am eingehendsten hat Roth (Monatsschrift für das Forst- und Jagdwesen 1874, Seite 355) die Frage behandelt; er übersieht zwar die Störung nicht, welche der „Normalzustand" des Waldes durch Zutritt (oder Lostrennung) einer Blöße erleidet, begeht aber immerhin den Fehler, der letzteren Erträge zuzuschreiben, welche nicht von ihr selbst, sondern anderswoher stammen. Die Konsequenz dieser Auffassung würde sein, daß man auch den Wert einer bestandenen Fläche nach der Vergrößerung (oder Verminderung) zu berechnen hätte, welche durch deren Hinzutreten (oder Abtrennung) sich an den jährlichen Durchschnittserträgen eines Nachhaltswaldes ergeben würde. Bei dieser Art der Berechnung könnte aber der Wert eines Holzbestandes unter Umständen weit unterschätzt werden.

In ähnliche Fehler verfällt die amtliche „Anleitung zur Waldwertberechnung", verfaßt vom Königl. Preuß. Ministerial-Forstbureau 1866, Neudruck 1888, in welcher außerdem die Begriffe „Bodenwert" und „Bestandswert" nicht streng und folgerichtig auseinandergehalten sind.

Da einesteils die Bestimmung des Zeitpunktes, in welchem das sämtliche Holz eines Bestandes sich verwerten läßt, anderenteils die Ermittelung des Betrages, bis zu welchem die Holzpreise bei größerem Angebot an schwächeren Sortimenten möglicherweise sinken werden,

von dem Ermessen des Schätzenden abhängt, so wird die Berechnung des Wertes größerer Wälder stets eine mehr oder weniger unsichere sein. Demungeachtet kann die Rechnung nicht entbehrt werden, weil sie sowohl dem Käufer wie dem Verkäufer näher liegende Anhaltspunkte für die Bemessung des Kaufpreises bietet, als die bloße Angabe der Erträge und Kosten. Letztere genügt zu dem fraglichen Zwecke nur bei solchen Wäldern, welche sich bereits im jährlichen Betriebe befinden, aber nicht in dem Falle, daß die Waldbeträge jährlich oder periodisch verschieden sind. Die nicht seltenen Beispiele von Waldverkäufen, bei welchen der Wald weit unter seinem wahren Wert veräußert wurde, erklären sich zwar mitunter dadurch, daß die Konkurrenz von seiten zahlungsfähiger Kaufliebhaber eine unzureichende war, in vielen Fällen aber auch durch den Umstand, daß keine exakte Wertsberechnung vorlag, d. h. daß sowohl der Verkäufer wie der Käufer die Größe des Kapitals nicht kannte, dessen Interessen das nämliche Einkommen gewähren, welches der Wald durch seine Erträge liefert.

2) Wertsberechnung aus Veranlassung einer Expropriation.

Daß in dem Falle, wenn die Waldabtretung infolge gesetzlichen Zwanges „zu Zwecken des öffentlichen Wohls" (zu „öffentlichen, notwendigen, gemeinnützigen Zwecken"), also mittels Expropriation stattfindet, der Wert des abzutretenden Objektes unter Umständen als Verkaufswert zu bestimmen ist, wurde bereits S. 79 angegeben. Liegt eine hinreichend große Zahl von Verkäufen nicht vor, so muß der wirtschaftliche Wert ermittelt werden. Einige Schriftsteller haben die Ansicht ausgesprochen, daß bei letzterem Verfahren nicht die wahrscheinlichen, sondern die unter den günstigsten Verhältnissen möglichen Erträge der Waldwertrechnung zu Grunde zu legen seien; sie wollen also z. B. bei jungen Beständen und anzubauenden Blößen die Ansätze, welche die Ertragstafeln für vollkommene Bestände enthalten, unverkürzt anwenden[1]) (vergl. S. 35). Da indessen die Expropriationsgesetze nur die Vergütung einer Summe vorschreiben, welche hinreicht, um ein anderes entsprechendes Grundstück zu

---

1) Pfeil: Werthsberechnung ꝛc. bei der durch das Gesetz erzwungenen unfreiwilligen Außerbesitzsetzung. Krit. Blätter, XVI, 2 (1841), S. 62. — König (Forstmathematik, 3. Aufl. [1846], § 492) schlägt in Anbetracht dessen, daß der Eigentümer durch die erzwungene Abtretuug in seinem Wirtschaftsverbande manchen Nebenverlust erleidet, vor, die Bodenrente zwar mit einem mittleren, den Bestands-Erwartungswert aber mit einem niedrigeren und den Bestands-Kostenwert mit einem höheren Zinsfuß zn berechnen.

erwerben[1]), so wird die Wertsberechnung bei der zwangsweisen Abtretung von Wald nach denselben Regeln auszuführen sein, nach welchen bei freiwilligen Verkäufen das Maximum des Wertes ermittelt wird (siehe 1). Daß hierbei die Rechnung, welche sich selbstverständlich innerhalb der Grenzen eines durchführbaren Betriebes halten muß, in Zweifelsfällen zu Gunsten des Expropriaten zu führen ist, erscheint als ein Gebot der Billigkeit, das auch von der amtlichen „Anleitung zur Waldwerthberechnung" des Königl. Preuß. Ministerial-Forst-Bureaus (§ 29) anerkannt wird.

Der Waldbesitzer ist übrigens auch noch für alle sonstigen Verluste und Ausgaben zu entschädigen, welche ihm aus der Expropriation erwachsen. Dahin gehören u. a. die Vergütung für den Abtrieb noch nicht hiebsreifer Bestände, falls nur der nackte Boden abgetreten wird, ferner die Vergütung für neue Begrenzung und Betriebsregulierung, für Anlage von Wegen, welche etwa notwendig werden, um die durch die Abtretung gestörte Zugänglichkeit des dem Expropriaten verbleibenden Waldrestes wieder herzustellen, für Bodenaushagerung und Sturmschäden, welche durch Bestandsaufhiebe veranlaßt werden, 2c.[2]). Im letzteren Falle wäre zu veranschlagen, auf welche Fläche der Schaden sich erstrecken kann; der für denselben zu leistende Ersatz würde dann in maximo — wenn alsbaldiger völliger Zusammenbruch des Bestandes zu befürchten wäre — der Entschädigung für Abtrieb unreifen Holzes (Abschnitt II), bei geringerer Gefahr einem entsprechenden Teile dieser Entschädigung gleichzusetzen sein. Sehr oft wird endlich der Expropriat für den ihm verbleibenden Wald die nämlichen jährlichen Verwaltungs- 2c. Kosten aufzuwenden haben wie vorher; der auf das abgetretene Stück entfallende Teil des Kapitalwertes der letzteren ist dann besonders zu vergüten, weil der Bodenwert des Restes sich um den gleichen Betrag vermindert; mit anderen Worten: bei Berechnung des Bodenwertes kommt V nicht oder wenigstens nicht voll in Abzug, sondern höchstens im Betrage der Grundsteuer. Selbstverständlich hat sich die Wertberechnung stets an die bestehenden gesetzlichen Bestimmungen zu halten.

---

1) Siehe das bayerische Gesetz „über die Zwangsabtretung von Grundeigenthum für öffentliche Zwecke", vom 17. Nov. 1837, Art. 5; ferner das preußische Gesetz „über die Enteignung des Grundeigenthums", vom 11. Juli 1874, § 10.

2) Baur: Ueber die Berechnung der zu leistenden Entschädigungen für die Abtretung von Wald zu öffentlichen Zwecken, 1869.

II. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für den Abtrieb von Beständen oder einzelnen Bäumen[1]).

I. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb ganzer Bestände.

1) Das gefällte Holz gehe in den Besitz desjenigen über, welcher den Abtrieb des Bestandes bewirkt hat.

Offenbar kann der Waldeigentümer den Ersatz des Jetztwertes aller Reinerträge beanspruchen, welche er von dem Bestande zu erwarten gehabt hätte, wenn dieser nicht abgetrieben worden wäre. Hiernach drückt sich die Vergütung durch den Bestands-Erwartungswert aus. Da dem Waldeigentümer volle Entschädigung gebührt, so kann er verlangen, daß das Maximum jenes Wertes gerechnet werde. Eine weitere Vergütung ist ihm dann zu leisten, wenn an der Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann.

A. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begründet werden kann.

a) Als Benutzungsart des Bodens sei die forstwirtschaftliche zu unterstellen.

Da nach dem Abtriebe des Bestandes ein neuer, normaler Bestand angezogen werden kann, so ist für den Fall, daß die Wahl der Umtriebszeit keiner Beschränkung unterliegt[2]), zur Berechnung des Bestandswertes das Maximum des Boden-Erwartungswertes anzuwenden.

α) Hat der Bestand die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes bereits erreicht oder überschritten,

---

1) Da der Abtrieb eines Bestandes oder Baumes auch als Waldbeschädigung aufzufassen ist, so hätten wir den II. und III. Abschnitt vereinigen können. Durch Unterordnung der bez. Regeln unter einen gemeinschaftlichen Gesichtspunkt würde sich jedoch die Darstellung dieser Lehre etwas kompliziert gestalten; wir haben daher die vorbezeichneten Probleme in getrennten Abschnitten abgehandelt.

2) Da der entgegengesetzte Fall nur selten vorkommen wird, so sehen wir davon ab, die für denselben geltenden (übrigens sehr einfachen) Regeln der Bestandswertberechnung mitzuteilen.

so stellt nach S. 102 der augenblickliche Bestands-Verbrauchswert zugleich den größten Bestands-Erwartungswert dar.

β) Hat der Bestand die Umtriebszeit u des größten Boden-Erwartungswertes noch nicht erreicht und ist derselbe normal, so berechnet sich nach S. 85 der größte Bestands-Erwartungswert unter Zugrundelegung eben jener Umtriebszeit.

Die bez. Formel lautet:

$$\frac{A_u + D_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (Be_u + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Zu demselben Resultate führt die Formel des Bestands-Kostenwertes:

$$(Be_u + V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots).$$

Ist dagegen der Bestand abnorm, so hat man den Bestandswert ausschließlich als Erwartungswert zu bestimmen und zu diesem Behufe diejenige Abtriebszeit u zu ermitteln, für welche der größte Bestands-Erwartungswert sich ergiebt. Bezeichnet man mit $\mathfrak{A}_u$, $\mathfrak{D}_n$ die Erträge des abnormen Bestandes, so berechnet sich die Vergütung mittels der Formel

$$\frac{\mathfrak{A}_u + \mathfrak{D}_n 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (Be_u + V)(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Als Benutzungsart des Bodens sei nicht die forstwirtschaftliche, sondern eine andere, vorteilhaftere zu unterstellen.

Hat der Bestand das Alter der Umtriebszeit des größten forstwirtschaftlichen Boden-Erwartungswertes erreicht oder überschritten, so ist sein Wert ohne weiteres als Verbrauchswert zu veranschlagen. Andernfalls hat man den Bestandswert als Erwartungswert, und zwar unter Zugrundelegung desjenigen Bodenwertes, welcher der höheren Benutzungsart entspricht, zu berechnen, die Abtriebszeit aber in gleicher Weise wie bei abnormen Beständen festzustellen.

B. Berechnung der Vergütung für den Fall, daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes nicht sofort ein neuer Bestand begründet werden kann[1].

In diesem Falle büßt der Waldeigentümer r Jahre lang die Bodenrente ein; auch erhält er für die jährlich aufzuwendenden Kosten

---

1) z. B. weil die Fläche nicht eher kultiviert werden kann, bis der angrenzende verdämmende Bestand abgetrieben worden ist.

(für Verwaltung, Schutz und Steuern ꝛc.) keinen Ersatz. Es muß daher der nach a) berechneten Vergütung noch

$$\frac{(B+V)(1{,}0p^r-1)}{1{,}0p^r}$$

zugefügt werden. Man erhält also z. B.

a) für die als Erwartungswert berechnete Vergütung:

$$\frac{A_u+D_n 1{,}0p^{u-n}+\cdots-(B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}+\frac{(B+V)(1{,}0p^r-1)}{1{,}0p^r},$$

beziehungsweise

$$\frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_n 1{,}0p^{u-n}+\cdots-(B+V)(1{,}0p^{u-m}-1)}{1{,}0p^{u-m}}+\frac{(B+V)(1{,}0p^r-1)}{1{,}0p^r}.$$

Wäre $r=u-m$, bezw. $=u-m$, so betrüge die Vergütung:

$$\frac{A_u+D_n 1{,}0p^{u-n}+\cdots}{1{,}0p^{u-m}} \text{ bezw. } \frac{\mathfrak{A}_u+\mathfrak{D}_n 1{,}0p^{u-n}+\cdots}{1{,}0p^{u-m}}.$$

b) Für die als Kostenwert berechnete Vergütung:

$$(B+V)(1{,}0p^m-1)+c\,1{,}0p^m-(D_a 1{,}0p^{m-a}+\cdots)+\frac{(B+V)(1{,}0p^r-1)}{1{,}0p^r}$$

$$=\frac{(B+V)(1{,}0p^{m+r}-1)}{1{,}0p^r}+c\,1{,}0p^m-(D_a\,1{,}0p^{m-a}+\cdots).$$

Wäre $r=u-m$, so betrüge die Vergütung:

$$\frac{(B+V)(1{,}0p^u-1)}{1{,}0p^{u-m}}+c\,1{,}0p^m-(D_a\,1{,}0p^{m-a}+\cdots).$$

2) Das gefällte Holz verbleibe dem Waldeigentümer.

In diesem Falle ist von der nach 1) berechneten Vergütung der augenblickliche Verbrauchswert des Holzes in Abzug zu bringen. Für Holz, welches die Hiebsreife bereits erlangt hat, wäre also die Vergütung gleich Null.

Beispiel. Ein 46 jähriger, normaler Bestand ist widerrechtlicherweise gefällt worden. Das Holz, welches einen Verbrauchswert von 1027 Mark besitzt, hat der Waldeigentümer erhalten. Welche Vergütung hat der Frevler zu leisten unter der Voraussetzung,

1) daß an der Stelle des abgetriebenen Bestandes sofort ein neuer Bestand begründet werden kann;

2) daß die vorteilhafteste Benutzungsart des Bodens die forstwirtschaftliche ist;

3) daß der Bestand die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde, und daß der Aufwand für Kultur zu Anfang jeder Umtriebszeit 24 Mark, die jährliche Ausgabe für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark beträgt.

Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Man hat zunächst das Maximum des Boden-Erwartungswertes zu ermitteln und findet, daß dasselbe für die 70jährige Umtriebszeit eintritt und 362,56 Mark beträgt. Der Erwartungswert des 46jährigen Bestandes ist

$$\left[2970 + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} - \left(362{,}56 + \frac{3{,}6}{0{,}03}\right)(1{,}03^{24} - 1)\right] : 1{,}03^{24}$$

= 1328 Mark. Die zu leistende Vergütung stellt sich sonach auf

$$1328 - 1027 = 301 \text{ Mark.}$$

Da der Bestand als normal angenommen wurde, so führt die Berechnung der Vergütung nach dem Kostenwerte zu dem nämlichen Resultat.

II. Berechnung der Vergütung für den Abtrieb einzelner Bäume.

Diese Frage ist praktisch von größter Bedeutung, weil sie bei der Bestimmung des Werts- und Schadenersatzes in Frevelfällen und insbesondere bei der Aufstellung der amtlichen Ersatztarife[1]) Anwendung findet. Man wird dabei zwei Hauptfälle zu unterscheiden haben, je nachdem die weggenommenen Bestandesglieder durch Rekrutierung wieder ersetzt werden können oder nicht.

1) Ist Nachpflanzung möglich, so wird die Vergütung so zu bemessen sein, daß sie für Beschaffung und Einsetzen einer Pflanze ausreicht, welche der weggenommenen an Alter, Stärke und Wert gleichkommt. Der durchschnittliche Kostenaufwand einer größeren Anpflanzung wird demnach hier nicht maßgebend, vielmehr wird zu berücksichtigen sein, daß eine einzelne Pflanze verhältnismäßig viel teuerer zu stehen kommt und daß dieser Mehraufwand mit dem Alter derselben und der Höhe des umgebenden Bestandes noch erheblich wächst.

Ist aber eine größere Fläche inmitten eines Bestandes entblößt und können Pflanzen gleicher Stärke nicht beschafft werden, müssen also geringere Setzlinge oder Samen zur Rekrutierung dienen, so gebührt dem Waldbesitzer außer den Kosten der letzteren noch eine weitere Vergütung, welche dem Unterschiede der Erwartungswerte des

1) In denselben wird öfters dem „Werte", d. h. Verbrauchswerte des Frevelobjekts noch ein besonderer „Schaden" gegenübergestellt und hierunter die Differenz zwischen Erwartungs- und Verbrauchswert verstanden.

zerstörten und des neu begründeten Bestandesteiles gleichkommt; wobei insbesondere zu beachten ist, daß der letztere das normale Haubarkeitsalter wahrscheinlich nicht erreichen, sondern mit der Umgebung, also vorzeitig abgetrieben werden wird. Daß jene Bestands-Erwartungswerte auch — und zwar unter Einführung des Boden-Erwartungswertes — nach der Kostenwertformel berechnet werden können, versteht sich von selbst.

Beispiel. In einem 25jährigen Kiefernbestande (Tabelle A) ist eine Fläche von 1000 qm durch Feuer zerstört. Die Auspflanzung derselben mit 5jährigen Ballenpflanzen kostet 12 Mark. Welche Vergütung kann der Waldbesitzer beanspruchen, wenn wie seither $p = 3$, $v = 3{,}6$, und $c = 24$ gesetzt werden?

Auflösung. Das Maximum des Erwartungswertes eines 25jährigen Kiefernbestandes berechnet sich für 70jährigen Umtrieb zu 577,80 Mark pro ha. Dagegen der Erwartungswert eines 5jährigen Bestandes, der schon mit 50 Jahren abgetrieben werden wird, zu 28,37 Mark pro ha. Der Unterschied beträgt 549,43 Mark pro ha oder 54,94 Mark für 1000 qm; demnach die Gesamtvergütung, einschließlich der auf 12 Mark veranschlagten Rekrutierungskosten, 66,94 Mark. — Bei der Berechnung der Bestands-Erwartungswerte hätte übrigens $(B + V)$ beiderseits außer Acht gelassen werden können.

2) In den allermeisten Fällen, namentlich bei Freveln, wird die Rekrutierung ausgeschlossen sein. Dann ist die dem Waldbesitzer zu zahlende Vergütung dem Erwartungswerte des weggenommenen Baumes oder, falls dieser selbst zurückgegeben worden ist, dem Unterschiede zwischen Erwartungs- und Verbrauchswert desselben gleich zu setzen. Der letztere wird auf Grund direkter Messung oder nach der Analogie anderer gleich starker Stämme des nämlichen Bestandes unschwer zu ermitteln sein. Der Erwartungswert eines Baumes aber ist wesentlich bedingt durch dessen Stellung im Bestande.

a) Bei unterdrückten Stämmen, welche voraussichtlich der nächsten Durchforstung anheimfallen, sind Erwartungs- und Verbrauchswert einander gleich. Dasselbe wird aber auch von allen geringeren, bereits bedrängten oder beherrschten Stämmen des Hauptbestandes angenommen werden dürfen. Denn ein Unterschied jener beiden Werte könnte hier nur dadurch bewirkt werden, daß das Zuwachsprozent des Baumes noch erheblich über dem Rechnungszinsfuß stände. Bedenkt man aber, wie gering der Zuwachs solcher Stammklassen erfahrungsmäßig ist, so leuchtet ein, daß diese Annahme selbst bei solchen Bäumen, welche allenfalls noch einige Durchforstungsperioden hindurch erhalten werden könnten, nicht statthaft ist.

b) Gehört der weggenommene Baum dagegen dem „Haubarkeitsbestande", d. h. derjenigen Stammzahl an, welche voraussichtlich bis zum Abtriebsalter (u) ausdauern wird, und hat er die mittleren Dimensionen dieser Stammzahl, welche mit Z_u bezeichnet werden soll; so ist, wenn m das gegenwärtige Bestandsalter bedeutet, der Erwartungswert

$$He_m = \frac{A_u}{Z_u \cdot 1{,}0p^{u-m}}.$$

Diesem wäre ein Verbrauchswert gegenüber zu stellen, welcher in Ermangelung direkter Aufnahme dem durchschnittlichen Werte der Z_u stärksten Stämme des m-jährigen Bestandes gleichgesetzt werden könnte. Daß bei der Berechnung des Erwartungswertes Bodenrente und jährliche Kosten nicht in Abzug kommen, ist eine Konsequenz der gemachten Voraussetzung, wonach kein Ersatz durch Rekrutierung stattfindet. Es wäre zwar denkbar, daß der Schaden durch gesteigerten Zuwachs der Nachbarstämme ersetzt würde; doch wird diese Annahme nur unter besonderen Umständen und bei Freveln, also in der Mehrzahl der vorkommenden Fälle, jedenfalls nicht zu machen sein, weil es hier geboten erscheint, die für den Beschädigten günstigsten Voraussetzungen zu unterstellen.

Beispiel. Für einen 40-jährigen Mittelstamm des Haubarkeitsbestandes in Kiefern (Tab. A) berechnet sich, wenn u = 70, Z_u = 1000 und p = 3,

$$He_{40} = \frac{2970}{1000 \cdot 1{,}03^{30}} = 1{,}22 \text{ Mark.}$$

Sind im 40. Jahre 2500 Stämme vorhanden, so werden die 1000 stärksten derselben etwa 60 % der Gesamtmasse [1]), folglich einen Verkaufswert von ca. 400 Mark repräsentieren. Der zu leistende Schadenersatz wäre demnach = 1,22 — 0,40 = 0,82 Mark.

c) Für einen gefällten Baum, welcher einer stärkeren oder geringeren als der Mittelklasse des Haubarkeitsbestandes angehört, ist der unter b) berechnete Erwartungswert mit dem Verhältnis zwischen der Holzmasse, die er bis zum Haubarkeitsalter voraussichtlich erreicht haben würde, und derjenigen des Mittelstammes; außerdem aber auch mit dem Verhältnis der entsprechenden Sortimentspreise zu multiplizieren. Anstatt der Verhältniszahlen der Holzmasse könnten dabei allenfalls nach Baurs Vorschlag (Handbuch S. 262) diejenigen der Grundfläche eingeführt werden.

---

1) Vgl. Wimmenauer, Mittelstamm, Baum- und Bestandsformzahl, Tharander Jahrbuch 1890, S. 151, Tab. F.

Zum Zwecke der Aufstellung von Schadenersatz-Tarifen dürfte übrigens die Ausscheidung von etwa drei Stärkeklassen des Haubarkeitsbestandes genügen. Würde man einer jeden derselben ein Drittel der Stammzahl zuteilen, so wäre die Holzmasse eines Stammes der stärksten Klasse etwa = 1,5, diejenige eines der geringsten = 0,6 der Masse des Mittelstammes zu veranschlagen. Unter Berücksichtigung der Sortiments- und Wertverhälnisse würden sich demnach diese Ziffern bis auf ungefähr 2,0 und 0,5 erhöhen bezw. erniedrigen.

Im obigen Beispiele wären demnach für die drei Klassen Erwartungswerte von etwa 2,40, 1,22 und 0,60 Mark in Ansatz zu bringen.

d) Es kann endlich, namentlich in jüngeren Beständen, zweifelhaft sein, ob ein weggenommener Baum dem „Haubarkeitsbestande" zuzurechnen war oder nicht. In diesem Falle wird aus Billigkeitsgründen die für den Waldbesitzer günstigere Annahme zu machen sein, da diesem als dem geschädigten Teile zweifellos die größere Rücksichtnahme gebührt. Man wird also bei jedem grünen Stamme, der weder unterdrückt, noch auch beherrscht oder seitlich stark bedrängt war, die Rechnung so führen müssen, als ob von demselben das mögliche Maximum der Zuwachsleistung, d. h. das Aushalten bis zum Haubarkeitsalter zu erwarten gewesen wäre; ihn aber im Zweifelsfalle der dritten Klasse des letzteren zuzählen, während andererseits nur besonders starke und gut gewachsene Exemplare der ersten, alle übrigen der Mittelklasse zugeteilt würden.

Im Jahrgang 1856 der Allg. Forst- und Jagdzeitung, S. 161, hatte der Verfasser dieser Schrift zur Berechnung des Wertes einzelner nicht rekrutierbarer Pflanzen eine Methode entwickelt, welche auf die Wahrscheinlichkeit einer längeren oder kürzeren Lebensdauer aufgebaut war, später aber von ihrem Begründer selbst als mathematisch anfechtbar erkannt wurde. Derselbe führte daher bereits in der ersten Auflage seiner „Waldwertrechnung" (1865) die oben Seite 136 angegebenen Formeln ein, welche mit der Stammzahl des m-jährigen Bestandes (Z_m) dividiert den durchschnittlichen Erwartungs- resp. Kostenwert eines m-jährigen Baumes darstellen. Der erstere wäre demnach, da hier in der Regel r = u — m zu setzen ist,

$$Be_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots}{Z_m \cdot 1{,}0p^{u-m}}.$$

Ist aber das gefällte Holz dem Waldeigentümer verblieben, so erhält der letztere als Vergütung nur den Unterschied zwischen diesem Erwartungs- und dem Verbrauchswerte des Baumes; wobei letzterer ebenfalls nach dem Durchschnittsbetrag — Verkaufswert des m-jährigen Bestandes geteilt durch Z_m — zu berechnen ist. Hiermit übereinstimmende Formeln entwickelte Eduard Heyer in den Forstlichen Blättern 1877, S. 297; zugleich unter

Anstellung eingehender Betrachtungen über die Größe der in die Rechnung einzuführenden Werte, namentlich u und p.

Gegen diese Durchschnittswerte läßt sich einwenden, daß es widersinnig ist, zur Berechnung des Wertes eines einzelnen Baumes die Abtriebs- und Durchforstungserträge des Bestandes neben einander heranzuziehen; während jener doch offenbar nur entweder der einen oder der anderen Nutzung anheimfallen kann; und ferner, daß der Waldbesitzer hierbei stets eine ungenügende Entschädigung erhält, wenn der gefällte Baum dem „Haubarkeitsbestande" angehört hatte. Hierauf bezugnehmend hat Schnittspahn im Forstw. Centralblatt 1886, Seite 90, Regeln für die „Berechnung des Schadenersatzes bei Freveln an grünen prädominierenden Stämmen" aufgestellt, welche im wesentlichen mit den oben unter a bis d ausgeführten übereinstimmen. Ein Unterschied besteht nur insofern, als Schnittspahn dem von ihm berechneten durchschnittlichen Erwartungswerte $\frac{A_u}{Z_u \cdot 1{,}0p^{u-m}}$ einen Verbrauchswert gegenüberstellt, welcher sich durch Division mit der Stammzahl des m-jährigen Bestandes in dessen tafelmäßigem Gesamtwert ergiebt; während es grundsätzlich richtiger sein dürfte, den Verbrauchswert direkt zu bestimmen oder allenfalls aus dem Werte der entsprechenden Anzahl stärkster Stämme des m-jährigen Bestandes abzuleiten und andererseits die Erwartungswerte nach Stärkeklassen abzustufen.

Der letzteren Forderung gehen die amtlichen Ersatztarife öfters dadurch aus dem Wege, daß sie anstatt des Holzalters die Stamm- oder Stockstärke zu Grunde legen. Sie betrachten also jeden gefrevelten Stamm so, als ob er von demjenigen Alter wäre, in welchem der Bestandsmittelstamm gerade die vorliegende Stärke aufweist. Ein Baum von mehr als Mittelstärke wird demgemäß als entsprechend älter, ein schwächerer als jünger angesehen. Dies Verfahren erleichtert die Tarifierung ungemein, indem es zugleich die Schwierigkeit der speziellen Altersbestimmung ganz umgeht. Gleichwohl kann es grundsätzlich nicht empfohlen werden, weil es namentlich bei Nutzhölzern zu ganz unrichtigen Ergebnissen führen muß. Ist z. B. für Fichten ein 100-jähriger Umtrieb angenommen, so wird für einen 70-jährigen Stamm, der bereits die Mittelstärke des 100-jährigen Bestandes erreicht hat, kein Schadenersatz berechnet, weil derselbe als haubar gilt; während er aller Wahrscheinlichkeit nach, wenn er noch 30 Jahre lang fortgewachsen wäre, wertvolles Schnittholz, also weit mehr als den Durchschnittsertrag geliefert haben würde und demgemäß in Wirklichkeit einen erheblich höheren Erwartungswert besitzt. Auf der anderen Seite wird für eine 100-jährige Fichte, welche den mittleren Durchmesser des 70-jährigen Bestandes noch nicht überschritten hat, Schadenersatz, d. h. eine Differenz zwischen Erwartungs- und Verbrauchswert in Ansatz gebracht, während eine solche in Wirklichkeit nicht besteht.

In früheren Zeiten, als bei zahlreich vorkommenden Freveln eine

gegenseitige Ausgleichung solcher Unrichtigkeiten vielleicht erwartet werden durfte, mag jenes, auf Durchschnittswerte begründete, summarische Verfahren gerechtfertigt gewesen sein. Unter den heutigen geänderten Verhältnissen dagegen erscheint die Forderung unabweislich, daß Wert- und Schadenersatz mehr spezialisiert und insbesondere auf Grund des konkreten Holzalters abgeschätzt werden; zumal das letztere ja in den meisten geordneten größeren Wirtschaften aktenmäßig feststeht, also unschwer zu konstatieren ist.

III. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für Waldbeschädigungen[1]).

Die Rechnung läßt sich nach folgender allgemeinen Regel führen: man ziehe den Erwartungswert des beschädigten Waldes von dem Erwartungswert des unbeschädigten Waldes ab. Selbstverständlich sind diese Werte nach dem höchsten Betrage, den sie unter den gegebenen Verhältnissen erreichen können, zu bestimmen. Für den Fall, daß die Beschädigung nur den Bestand oder einzelne Bäume, nicht den Boden getroffen hat, genügt es, die Bestands- bezw. Baum-Erwartungswerte von einander abzuziehen.

Aufgabe 1. In der Nähe eines Waldes, dessen seitherige Bonität der Ertragstafel A entsprach, ist zur Verbesserung von landwirtschaftlich benutzten Grundstücken eine Entwässerung ausgeführt worden. Infolge dieser hat sich der Feuchtigkeitsgehalt des Waldbodens so vermindert, daß von dem 60 jährigen, bisher normal beschaffenen, Holzbestand, mit welchem die Fläche bestockt ist, bei einer Abtriebszeit von 70 Jahren nur ein Haubarkeitsertrag von 2700 Mark, bei einer Abtriebszeit von 80 Jahren ein Durchforstungsertrag von 80 Mark im 70. Jahr und ein Haubarkeitsertrag von 3100 Mark zu erwarten, für die folgenden Umtriebszeiten aber überhaupt nur auf die Erträge der nächstgeringeren Standortsgütestufe zu rechnen ist. Dieser entspricht folgende Ertragstafel:

---

1) Der Schaden, für welchen die Vergütung zu leisten ist, zerfällt in einen unmittelbaren und einen mittelbaren. Jener besteht in dem Ertragsverlust an dem beschädigten Boden oder Bestande, dieser in den Nachteilen, welchen benachbarte Waldteile z. B. durch Bodenaushagerung, Windwurf 2c. ausgesetzt sind. Der mittelbare Schaden wird kalkulatorisch nach den nämlichen Grundsätzen festgestellt wie der unmittelbare.

Jahr	Zwischennutzungen Mark	Abtriebsertrag Mark
20	8	75
30	29	212
40	40	466
50	47	887
60	55	1466
70	63	2060
80	62	2582
90	60	2832
100	—	3110

Wie hoch stellt sich der Betrag der Beschädigung, welche der fr. Wald erlitten hat, unter der Voraussetzung, daß $c = 24$, $v = 3{,}6$ und $p = 3$ angenommen werden kann?

Auflösung. Das Maximum des Boden-Erwartungswertes für die Ertragsfähigkeit, welche der Wald vor der Entwässerung besaß, ergiebt sich nach Tabelle B zu 362,56 Mark, der Wald-Erwartungswert nach Formel * auf Seite 121 zu

$$\frac{2970 - \frac{3{,}6}{0{,}03}(1{,}03^{10} - 1) + 362{,}56}{1{,}02^{10}} = 2449 \text{ Mark.}$$

Das Maximum des Boden-Erwartungswertes, welches der Ertragsfähigkeit des Waldes nach Vornahme der Entwässerung entspricht, berechnet sich mit 206,16 Mark für eine Umtriebszeit von 70 Jahren. Wird der vorhandene Bestand im 70. Jahre abgetrieben, so ist der Erwartungswert des durch die Entwässerung deteriorierten Waldes =

$$\frac{2700 - \frac{3{,}6}{0{,}04}(1{,}03^{10} - 1) + 206{,}16}{1{,}03^{10}} = 2132 \text{ Mark.}$$

Wird der Bestand im 80. Jahre abgetrieben, so ist der Wald-Erwartungswert =

$$\frac{3100 + 80 \cdot 1{,}03^{10} - \frac{3{,}6}{0{,}03}(1{,}03^{20} - 1) + 206{,}16}{1{,}03^{20}} = 1837 \text{ Mark.}$$

Der größte Wald-Erwartungswert ergiebt sich demnach auch hier für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und der Schaden berechnet sich zu 2449 — 2132 = 317 Mark.

Aufgabe 2. Ein 8jähriger Bestand ist 5 Jahre hindurch von Waidvieh so verbissen worden, daß man seinen Zuwachs während dieser Zeit gleich Null rechnen kann. Der Waldbesitzer erhebt gegen den Eigentümer des Viehes Klage auf Entschädigung; der Prozeß wird aber erst nach 2 Jahren, also im 10. Bestandsjahre, und zwar zu Gunsten des Wald-

besitzers entschieden. Welche Vergütung ist dem letzteren unter der Voraussetzung zu leisten, daß sämtliche Erträge des Bestandes infolge der Beschädigung 5 Jahre später erfolgen? Die Berechnung soll geführt werden mit Zugrundelegung der Ertragstafel A, sowie für $c = 24$ Mark, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$.

Auflösung. Da die Beschädigung sich nur auf den Bestand, nicht auf den Boden bezieht, so besteht die Vergütung in dem Unterschied zwischen dem Maximum des Erwartungswertes des normalen und dem Maximum des Erwartungswertes des abnormen Bestandes.

Zuerst ist das Maximum des Boden-Erwartungswertes unter Voraussetzung normaler Bestandsverhältnisse zu berechnen. Man findet, daß dasselbe (siehe Tabelle B) für eine 70jährige Umtriebszeit mit 362,56 Mark sich ergiebt.

Das Maximum des Erwartungswertes des normalen Bestandes berechnet sich nach Satz $\beta\beta$) auf Seite 86 für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und beträgt für den 10jährigen Bestand

$$[2970 + 12 \cdot 1{,}03^{50} + 42 \cdot 1{,}03^{40} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - (362{,}56 + 120)(1{,}03^{60} - 1)] : 1{,}03^{60} = 198 \text{ Mark.}$$

Der beschädigte Bestand liefert alle Erträge 5 Jahre später als der normale Bestand, mithin

im Alter	Zwischennutzungen Mark	Abtriebsertrag Mark
25	12,0	108,0
35	42,0	302,4
45	57,6	666,0
55	67,2	1267,2
65	79,2	2062,8
75	90,0	2970,0
85	88,8	3608,4
95	86,4	4214,4
105	—	4500,0

Behält man die 10jährigen Altersabstufungen bei (interpoliert man also die Ertragstafel nicht etwa auf kürzere Altersabstufungen), so ist der Erwartungswert des 10jährigen beschädigten Bestandes bei einer Abtriebszeit von 65 Jahren:

$$[2062{,}8 + 12 \cdot 1{,}03^{40} + 42 \cdot 1{,}03^{30} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{20} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{55} - 1)] : 1{,}03^{55} = 84{,}30 \text{ Mark;}$$

bei einer Abtriebszeit von 75 Jahren:

$$[2970 + 12 \cdot 1{,}03^{50} + 42 \cdot 1{,}03^{40} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{65} - 1)] : 1{,}03^{65} = 104{,}52 \text{ Mark;}$$

bei einer Abtriebszeit von 85 Jahren:

$$[3608{,}4 + 12 \cdot 1{,}03^{60} + 42 \cdot 1{,}03^{50} + 57{,}6 \cdot 1{,}03^{40} + 67{,}2 \cdot 1{,}03^{30} + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{20} + 90 \cdot 1{,}03^{10} - 482{,}56\,(1{,}03^{75} - 1)] : 1{,}03^{75} = 57{,}87 \text{ Mark.}$$

Der größte Bestands-Erwartungswert ergiebt sich also mit 104,52 Mark für eine Abtriebszeit von 75 Jahren, und es beträgt hiernach die zu leistende Vergütung 198,00 — 104,52 = 93,48 Mark.

Aufgabe 3. In einem normal beschaffenen 50 jährigen Bestande ist unberechtigterweise eine größere Zahl von Stämmen, welche in Summa einen Verkaufswert von 570 Mark besitzen, gefällt worden. Dieses Holz hat jedoch der Waldeigentümer erhalten. Voraussichtlich sind von jenem Bestande für die Folge gar keine Zwischennutzungen und

im Jahre	an Haubarkeitsnutzung nur
60	1031 Mark
70	1485 „

zu erwarten. Welche Vergütung ist dem Waldeigentümer unter der Voraussetzung zu leisten, daß der unbeschädigte Bestand die in Tabelle A verzeichneten Erträge geliefert haben würde und daß c zu 24 Mark, v zu 3,6 Mark, p = 3 anzunehmen ist.

Auflösung. Hätte der Frevler das gefällte Holz behalten, so würde die zu leistende Vergütung in dem Unterschied Δ zwischen dem Maximum des Erwartungswertes des normalen und dem Maximum des Erwartungswertes des abnormen Bestandes bestehen. Da aber das gefällte Holz im Besitze des Waldeigentümers geblieben ist, so beträgt die Vergütung nur Δ — 570 Mark.

Nach Tabelle B berechnet sich das Maximum des Boden-Erwartungswertes mit 362,56 Mark für eine Umtriebszeit von 70 Jahren.

Das Maximum des Erwartungswertes des unbeschädigten Bestandes ergiebt sich nach Satz $\beta\beta$) auf Seite 86 für eine Abtriebszeit von 70 Jahren und beträgt

$$\frac{2970 + 79{,}2 \cdot 1{,}03^{10} - (362{,}56 + 120)\,(1{,}03^{20} - 1)}{1{,}03^{20}} = 1488 \text{ Mark.}$$

Das Maximum des Erwartungswertes des beschädigten Bestandes berechnet sich nach dem Beispiel auf Seite 87 für eine Abtriebszeit von 60 Jahren und beträgt 644 Mark.

Hiernach sind als Vergütung 1488—644—570 = 274 Mark zu zahlen.

IV. Abschnitt.

Berechnung der Vergütung für Benutzung des Bodens zur Gewinnung von Fossilien[1]).

Ein Waldeigentümer, welcher — sei es freiwillig, oder infolge gesetzlichen Zwanges — einem Andern Waldboden zur Gewinnung von Fossilien zeitweise überläßt, kann als Vergütung beanspruchen:

I. Den **Bodenpacht** oder die **Bodenrente**, welche ihm jährlich so lange entrichtet werden muß, als die anderweitige Benutzung des Bodens dauert. Bei der Berechnung dieser Rente ist als Bodenwert das Maximum des Boden-Erwartungswertes anzunehmen. Die jährlichen Kosten, welche der Waldeigentümer meist nach wie vor fortentrichten muß, kommen dabei aus eben diesem Grunde nicht in Abzug.

II. Den **Bestandswert**, wenn nämlich die abzutretende Fläche bestockt ist und der Pächter des Bodens auch den Holzbestand übernimmt. Bezüglich der Berechnung des Bestandswertes verweisen wir auf Seite 134. Fällt der Holzbestand dem Waldeigentümer zu, so ist demselben bei solchen Beständen, welche noch nicht hiebsreif sind, der Unterschied zwischen dem Verbrauchswerte und dem Erwartungs- bzw. Kostenwerte zu vergüten.

III. Den Ersatz des **Minderwertes**, welchen der **Boden** nach Beendigung der Fossiliengewinnung besitzt. Um dem Eigentümer des Bodens die schließliche Vergütung dieses Minderwertes zu sichern, müßte der Bergbauunternehmer eine Kaution hinterlegen, deren Betrag in maximo dem vollen Boden-Bruttowerte (B + V) gleich wäre[2]).

Aufgabe. Ein Bergwerksunternehmer pachtet von einem Waldbesitzer einen Hektar Waldboden, welcher mit einem 50jährigen normalen, eben durchforsteten Holzbestand bestockt ist. Das Holz des abzutreibenden Bestandes, dessen Verbrauchswert 1200 Mark beträgt, behält der Waldbesitzer. Es ist zu ermitteln:

---

1) Das Verfahren, welches wir hier mitteilen, ist im Wesentlichen von Faustmann (v. Wedekind's Jahrbücher, 1853, 2. Folge, III., 4, S. 345) aufgestellt und wissenschaftlich begründet worden.

2) z. B. wenn der auf dem Boden abzulagernde Schutt Kupferkies oder Arsenikkies enthalten sollte. In der Regel wird jedoch bei der Berechnung der Kaution nur ein mittlerer Grad von Bodenverschlechterung zu Grunde gelegt werden dürfen.

1) die Größe des jährlich zu zahlenden Bodenpachtes,

2) „ „ der von dem Pächter zu hinterlegenden Kaution,

3) „ „ der Vergütung, welche der Pächter dem Waldbesitzer dafür zu zahlen hat, daß der letztere gezwungen ist, den Bestand vor dem Eintritt der wirtschaftlichen Reife zu nutzen.

Auflösung. Zunächst wäre die Bonität und die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes zu ermitteln. Ergäbe die Bonitierung z. B., daß der Boden die in Tabelle A verzeichneten Erträge liefern könne, so würde für $c = 24$, $v = 3{,}6$ und $p = 3$, das Maximum des Boden-Erwartungswertes für $u = 70$ sich herausstellen und auf 362,56 Mark sich belaufen (vergl. Tabelle B). Hiernach würde

1) der Bodenpacht einschließlich der jährlichen Kosten

$$482{,}56 \times 0{,}03 = 14{,}48 \text{ Mark};$$

2) die zu hinterlegende Kaution in maximo = 482,56 Mark,

3) der Unterschied zwischen dem Bestands-Kosten- oder Erwartungswert und dem Bestands-Verbrauchswert 1488,56 — 1200 = 288,56 Mark sein.

V. Abschnitt.

Ablösung von Forstberechtigungen.

Eine Forstberechtigung kann entweder durch eine, ihrem Durchschnittsertrage gleichwertige, Natural- oder Geldrente, oder durch ein Geldkapital, oder durch ein Grundstück abgelöst werden. Die Anwendung des einen oder des anderen Ablösungsmittels hängt entweder von der freien Vereinbarung der Interessenten ab, oder sie ist durch das Gesetz festgestellt[1]).

Welches Verfahren aber auch gewählt werden mag, so wird es sich jedenfalls zunächst um die Beantwortung der Frage handeln, welches Einkommen die Berechtigung ihrem Inhaber seither gewährt hat und in Zukunft zu gewähren verspricht. Hierfür muß ihm durch

---

1) Die Angabe der Gründe, welche in einem gegebenen Falle für die eine oder die andere Art der Ablösung sprechen, gehört nicht in ein Lehrbuch der Waldwertrechnung, sondern ist in den Werken über Forstpolitik (Staatsforstwirtschaftslehre) sowie in den Monographien über die Ablösung der Forstberechtigungen nachzusehen. Der vorliegende Gegenstand wurde sehr eingehend auf den Versammlungen der deutschen Forstmänner zu Bamberg (1877) und Dresden (1878), insbesondere aber von Danckelmann in der Schrift: Die Ablösung und Regelung der Waldgrundgerechtigkeiten 1880 und 1888 behandelt.

die Ablösung Ersatz geboten werden; eventuell unter Abzug der von dem Berechtigten zu zahlenden Ernte- oder Transportkosten.

Bei gemessenen Servituten, d. h. solchen, welche zum Bezug einer bestimmten Menge von Holz oder sonstigen Walderzeugnissen berechtigen, ist deren Einheitswert zu Grunde zu legen und unter Umständen noch zu begutachten, ob derselbe in Zukunft voraussichtlich steigen oder fallen wird; weil hiervon der Zinsfuß abhängig ist, der bei Ermittelung des Kapitalwertes der Berechtigung in Anwendung kommt.

Schwieriger wird die Sache bei ungemessenen Servituten, welche z. B. auf den gesamten Bedarf des herrschenden oder auf den ganzen Ertrag des dienenden Gutes an einer gewissen Nutzung lauten und vielleicht nur zeitlich — auf bestimmte Tage — oder räumlich — auf einzelne Teile des Waldes — beschränkt sein können u. s. w. Hier wird zunächst zu ermitteln resp. abzuschätzen sein, in welchem Umfange die Berechtigung seither ausgeübt worden ist und fernerhin — unbeschadet der Substanz des Waldes — ausgeübt werden kann; also z. B. wie viel Bauholz zur Reparatur oder Erneuerung der Wohn- oder Wirtschaftsgebäude des Berechtigten durchschnittlich jährlich erforderlich war; von wie viel Personen, an wie vielen Tagen im Jahre und mit welchem Ergebnis von einer Leseholz- oder Streuberechtigung Gebrauch gemacht worden ist; wie viel Stücke Vieh zur Weidenutzung eingetrieben worden sind und ob dieselben hierbei volle oder nur teilweise Sättigung gefunden haben; welche Mengen von Streulaub, Moos, Gras ꝛc. der belastete Wald bei regelrechter Bewirtschaftung nachhaltig zu liefern vermag u. s. w. Bezüglich der Veranschlagung solcher Naturalerträge und ihrer Geldwerte kann auf Kapitel IV des vorbereitenden Teiles verwiesen werden. Handelt es sich aber um Nutzungen oder Sortimente, für welche sich ein bestimmter Marktpreis nicht gebildet hat, so wird noch untersucht oder begutachtet werden müssen, welcher Menge eines anderen marktgängigen Produktes — Holz, Kohle, Stroh, Heu ꝛc. — der Ertrag der Berechtigung an Heizkraft, Dünger- oder Mastwert ꝛc. gleichkommt. Endlich darf nicht versäumt werden, auch die Unkosten oder Verluste, welche für den Berechtigten mit der Ausübung seines Rechtes verbunden sind, in Anschlag zu bringen[1]).

Ist es auf diese Art gelungen, den jährlichen Reinertrag der Berechtigung festzustellen, so könnte an deren Stelle nunmehr für die

---

1) Vgl. Baur, Handbuch der Waldwerthrechnung, S. 304 ff., wo die einschlägigen Fragen sehr ausführlich besprochen sind.

Zukunft eine gleichwertige Naturalrente, z. B. die Abgabe einer nach Sortiment und Zahl der Verkaufsmaße bestimmten Holzmenge gesetzt werden. Damit würde aber der eigentliche Zweck der Ablösung, die wirtschaftliche Unabhängigkeit beider Teile, nicht erreicht werden; denn beide wären genötigt, ihren Betrieb eben auf fortgesetzte Lieferung resp. Bezug jener Naturalrente einzurichten.

Größere wirtschaftliche Freiheit würde die Vereinbarung einer jährlichen (oder periodischen) gleichbleibenden Geldrente von der Höhe des ermittelten Berechtigungs-Reinertrags gewähren. Dieses Verfahren bietet aber den Nachteil, daß eine der beiden beteiligten Seiten geschädigt wird, sobald die der Rechnung zu Grunde gelegten Naturalerträge oder Einheitswerte steigen oder sinken. Dies kann und wird in vielen Fällen sehr leicht eintreten: für Nutzhölzer z. B. sind gewiß noch an vielen Orten höhere Preise zu erwarten, während der Wert der Waldweide häufiger als sinkend angenommen werden darf und derjenige einer weitgetriebenen Streunutzung ebenfalls naturgemäß abnehmen muß. Um diese Schwankungen auszugleichen, könnte eine je nach dem Preisstande von Holz, Heu, Stroh &c. veränderliche Geldrente festgesetzt werden. Damit aber wäre wieder der Nachteil verbunden, daß beide Parteien fortwährend von neuem mit einander zu verhandeln hätten, wodurch leicht Streitigkeiten und Prozesse entstehen könnten.

Eine völlige wirtschaftliche Trennung beider Teile wird mithin nur durch Herausgabe eines Geldkapitals oder eines Teiles vom belasteten Walde selber bewirkt. Da diese beiden Ablösungsmittel überdies besondere, ins Gebiet der Waldwertrechnung fallende Erwägungen erfordern, so sollen dieselben im Folgenden eingehender besprochen werden.

I. Ablösung mittelst eines Geldkapitals.

Das Geldkapital muß so bemessen werden, daß der Berechtigte beim Ausleihen desselben zu einem der Sicherheit seines seitherigen Rentenbezugs entsprechenden Zinsfuße durch die Zinsen und Zinseszinsen dieses Kapitals nachhaltig dieselben Einnahmen erhält, welche ihm die fortdauernde Berechtigung geliefert haben würde.

Es fragt sich nun, welcher Zinsfuß zur Kapitalisierung des Rentenwertes einer Berechtigung anzuwenden ist.

Geht man von dem Grundsatze aus, daß dem Berechtigten volle Entschädigung gewährt werden muß, daß er aber keinen Anspruch auf die Vergütung von Vorteilen hat, welche ihm das Objekt der Berechtigung selbst nicht bietet, so findet man, daß sich gegen die An-

wendung des forstlichen Zinsfußes zur Berechnung eines Ablösungs-Geldkapitals in manchen Fällen Bedenken erheben. Wie früher (S. 11) auseinandergesetzt wurde, bedingen hauptsächlich folgende Momente den verhältnismäßig niedrigen Stand des forstlichen Zinsfußes.

1) Die Sicherheit des Bezuges der Einnahmen,

2) das wahrscheinliche Steigen der Forstproduktenpreise,

3) die sonstigen mit dem Waldbesitz verbundenen Annehmlichkeiten und Vorteile.

Untersuchen wir nun, ob und in wie weit diese Momente bei den Berechtigungen zur Wirkung kommen.

Ad 1. Wenn, wie dies zumeist der Fall ist, das Objekt der Berechtigung einen Teil des Waldertrags bildet, so wird man bei demselben die Sicherheit des Bezuges in der Regel ebenso wie bei den übrigen Walderträgen unterstellen dürfen. Es kommen indessen auch Ausnahmen vor; so kann z. B. die Ergiebigkeit der Leseholznutzung durch Einführung der Pflanzkultur anstatt der Saatkultur oder der natürlichen Verjüngung sich vermindern.

Ad 2. Wenn man annimmt, daß der forstliche Zinsfuß wegen des Steigens der Forstproduktenpreise niedriger sein muß, als der landesübliche Zinsfuß, so läßt man sich hierbei hauptsächlich durch den Umstand leiten, daß die Einnahmen aus der Waldwirtschaft vorzugsweise in Holz bestehen, dessen Preis seither fortwährend gestiegen ist. Bezieht sich aber eine Forstberechtigung auf andere Nutzungen (z. B. auf Weide), von welchen etwa angenommen werden kann, daß ihr Wert im Laufe der Zeit sinken wird, so dürfte der zur Kapitalisierung anzuwendende Zinsfuß nicht so niedrig gestellt werden, als der forstliche Zinsfuß.

Wollte man bei der Bestimmung des Kapitalisierungs-Zinsfußes von dem landesüblichen Zinsfuß ausgehen und diesen nur wegen der größeren oder geringeren Sicherheit des Bezuges der aus der Berechtigung fließenden Einnahme, nicht aber wegen des Steigens oder Fallens des Geldwertes der Naturalrente ändern, so würde das Ablösungs-Kapital durch Diskontierung der künftigen — steigenden oder fallenden — Renten zu berechnen sein.

Ad 3. An den hier erwähnten Annehmlichkeiten und Vorteilen nimmt der Berechtigte nicht teil; es kommt daher der Betrag der Zinsfußermäßigung, welcher auf dieselben trifft, bei der Festsetzung des Ablösungs-Zinsfußes nicht in Rechnung.

Dürfte angenommen werden, daß im Falle des Fortbestehens der Berechtignng die Sicherheit des Bezugs derselben zweifellos, dagegen ein Steigen ihres Geldwertes ausgeschlossen wäre und daß der Berechtigte im anderen Falle das Ablösungskapital nicht zur An-

schaffung von Grundstücken, sondern durch Ausleihen, etwa gegen hypothekarische Sicherheit, nutzbar machen würde; so hätte der für solche Leihkapitalien gebräuchliche sog. „landesübliche" Zinsfuß in Anwendung zu kommen, welcher hauptsächlich aus dem Seite 11 unter a entwickelten Grunde etwas höher zu stehen pflegt, als derjenige der Bodenwirtschaften.

Der zur Kapitalisierung des Rentenwertes einer Berechtigung anzuwendende Zinsfuß müßte in jedem Einzelfalle durch Sachverständige bestimmt werden. Da jedoch die Herleitung dieses Zinsfußes aus dem landesüblichen oder auch aus dem rein forstlichen manchen Schwierigkeiten unterliegt, so hat man vorgeschlagen, die zwangsweise Ablösung auf die Leistung einer nach den jedesmaligen Preisen zu bestimmenden, also veränderlichen, Geldrente zu beschränken, die Ablösung mittelst eines Geldkapitals aber der freien Entschließung der Beteiligten zu überlassen, wobei diese über den der Ablösung zu Grunde zu legenden Zinsfuß sich zu vereinbaren hätten. Bei diesem Verfahren ist also sowohl der Pflichtige wie der Berechtigte davor geschützt, ein Ablösungskapital geben bezw. hinnehmen zu müssen, welches der eine oder andere nicht für das richtige hält; dagegen kommt hierbei, wenn die Beteiligten sich nicht einigen, die vollständige Befreiung des Grundeigentums von den auf demselben ruhenden Lasten wieder nicht zu stande. Um dies zu verhüten, verlangen andere, daß unter die Ablösungsmittel auch das Geldkapital aufgenommen werde, zumal die jedesmalige Feststellung der Geldrente mit unangenehmen Weitläufigkeiten verbunden und häufig ohne richterlichen Entscheid nicht durchzuführen sei; sie verlangen ferner, daß die Bestimmung des Zinsfußes nicht dem Urteil weniger Experten, sondern der Landesgesetzgebung überlassen werde, welche denselben nach „Maßgabe einer sicheren Geldeinnahme" feststellen solle. Je nachdem dieser Zinsfuß von demjenigen abweicht, welcher sich bei Berücksichtigung der unter 1 bis 3 aufgeführten Momente ergeben würde, erleidet entweder der Pflichtige oder der Berechtigte eine Schädigung.

Beispiel. X hat aus dem Walde des Y jährlich eine Quantität Holz zu beziehen, dessen erntekostenfreier Wert 1 beträgt.

A. Welcher Zinsfuß wäre bei der Rechnung mit den jetzigen Preisen zur Kapitalisierung anzuwenden, wenn

a) die Holzpreise jährlich um 1% steigen,

b) dieselben „ „ 2% steigen.

B. Welches Ablösungskapital hätte Y dem X unter der Voraussetzung, daß zur Kapitalisierung der Berechtigungsrente der Geldzinsfuß unverkürzt angewendet wird, zu entrichten, wenn

a) die Holzpreise nicht steigen,

b) dieselben um 1% jährlich steigen,

c) „ „ 2% „ „ .

C. Wie lange kann X mittelst eines Ablösungskapitals, welches unter Anwendung des Geldzinsfußes berechnet wird, die bisher bezogene Holzquantität sich beschaffen unter der Voraussetzung:

a) daß die Holzpreise nicht steigen,

b) daß dieselben um 1% jährlich steigen,

c) „ „ „ 2% „ „ .

Der Geldzinsfuß sei $4\frac{1}{2}$%.

Auflösung der Aufgabe A.

Bringen wir die Sicherheit des Bezuges der aus der Berechtigung fließenden Einnahme nicht in Anschlag, rechnen wir also keine Prämie für den Verlust an Zinsen beim Ausleihen eines Geldkapitals, so finden wir

a) wenn die Holzpreise jährlich um 1% steigen, das Kapitalisierungs-Prozent mittels der Gleichung

$$\frac{1{,}01}{1{,}045} + \frac{1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1}{1{,}0x} + \frac{1}{1{,}0x^2} + \cdots,$$

aus welcher

$$x = \frac{3{,}5}{1{,}01} = 3{,}456 \text{ folgt.}$$

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so findet man auf demselben Wege wie unter a)

$$x = \frac{2{,}5}{1{,}02} = 2{,}451.$$

Auflösung der Aufgabe B.

a) Unter der Voraussetzung, daß die Holzpreise nicht steigen und bei Anwendung eines Zinsfußes von $4\frac{1}{2}$% findet man das Ablösungskapital =

$$\frac{1}{1{,}045} + \frac{1}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1}{0{,}045} = 22{,}22 \ldots$$

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 1%, so ist das Ablösungskapital =

$$\frac{1 \cdot 1{,}01}{1{,}045} + \frac{1 \cdot 1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1{,}01}{0{,}035} = 28{,}86.$$

c) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so ist das Ablösungskapital =

$$\frac{1 \cdot 1{,}02}{1{,}045} + \frac{1 \cdot 1{,}02^2}{1{,}045^2} + \cdots = \frac{1{,}02}{0{,}025} = 40{,}8.$$

Auflösung der Aufgabe C.

a) Bleiben die Holzpreise unverändert, so betragen die Zinsen des Ablösungskapitals jährlich $\frac{1}{0{,}045} \cdot 0{,}045 = 1$. Der Berechtigte X kann

also unter der angenommenen Voraussetzung mittelst des Ablösungskapitals $\frac{1}{0{,}045}$ sich die bisher bezogene Holzquantität fortdauernd beschaffen.

b) Steigen die Holzpreise jährlich um 1%, so findet man das Jahr n, bis zu welchem X die bisher bezogene Holzquantität sich mittelst des Ablösungskapitals $\frac{1}{0{,}045}$ jährlich beschaffen kann, durch die Gleichung

$$\frac{1}{0{,}045} = \frac{1 \cdot 1{,}01}{1{,}045} + \frac{1 \cdot 1{,}01^2}{1{,}045^2} + \cdots + \frac{1 \cdot 1{,}01^n}{1{,}045^n},$$

aus welcher

$$n = \frac{\log \frac{0{,}045 \cdot 1{,}01}{1{,}045 \cdot 0{,}01}}{\log \frac{1{,}045}{1{,}01}} = 43 \text{ Jahre}$$

sich ergiebt.

c) Steigen die Holzpreise jährlich um 2%, so findet man in gleicher Weise den Zeitraum n, bis zu welchem X die bisher bezogene Holzquantität sich mittelst des Ablösungskapitals $\frac{1}{0{,}045}$ jährlich beschaffen kann, durch die Formel

$$n = \frac{\log \frac{0{,}045 \cdot 1{,}02}{1{,}045 \cdot 0{,}02}}{\log \frac{1{,}045}{1{,}02}} = 32 \text{ Jahre.}$$

Aus Vorstehendem folgt, daß bei einer zwangsweisen, d. h. einer auf Antrag des Pflichtigen oder des Berechtigten zu vollziehenden, Ablösung Benachteiligungen des einen oder des anderen Interessenten vorkommen können, sei es, daß die veränderliche oder gleichbleibende Rente oder der Kapitalisierungs-Zinsfuß nicht richtig bestimmt wird, oder daß die Gesetzgebung die Anwendung des Geldzinsfußes vorschreibt, die Veranschlagung der Renten mit steigenden oder fallenden Forstproduktenpreisen aber nicht gestattet. Wenn demungeachtet die Gesetzgebung die zwangsweise Ablösung von Forstberechtigungen vorsieht und für dieselbe auch solche Regeln aufstellt, welche unter gewissen Verhältnissen das Interesse des Einzelnen schädigen, so kann sie bei diesen Maßnahmen nur durch „Gründe des öffentlichen Wohls" geleitet sein. Die Angabe bezw. Erörterung jener Gründe gehört jedoch nicht in das Gebiet der Waldwertrechnungslehre.

Nimmt der Geldwert einer Berechtigung infolge einer Bedarfs-Vermehrung [1]) oder Verminderung [2]) zu oder ab und darf diese Änderung bei

1) z. B. bei einer Bauholzberechtigung, wenn eine Erweiterung der Wirtschaftsgebäude zu erwarten ist.

2) z. B. bei einer Mastberechtigung, wenn anzunehmen ist, daß der Wert der Mast durch Einführung der Stallfütterung sinken wird.

der Feststellung des Ablösungskapitals in Rechnung gezogen werden[1]), so kann dies in dreifacher Weise geschehen. Entweder man bestimmt die voraussichtliche Größe der zu beziehenden Renten und diskontiert dieselben auf die Gegenwart, oder man stellt einen durchschnittlichen Rentenbetrag fest, den man nach Formel VII S. 27 kapitalisiert, oder man unterstellt die bisherige Rente, modifiziert aber den Zinsfuß nach Maßgabe der Änderungen, welche die Rente im Laufe der Zeit erfahren würde. Dieser Zinsfuß wäre jedoch nicht direkt einzuschätzen (s. S. 38), sondern aus dem Gange der (steigenden oder fallenden) Rente herzuleiten.

II. Ablösung einer Berechtigung durch Abtretung von Wald.

Bei der Berechnung der Größe des abzutretenden Waldteils sind folgende zwei Fälle zu unterscheiden.

1) Es wird nur die Bedingung gestellt, daß der Waldwert des abzutretenden Grundstückes dem Kapitalwert der Berechtigungsrente gleich sei, d. h. daß der Berechtigte durch sofortigen Verkauf des ihm überwiesenen Waldes eine Geldsumme erlösen könne, deren Betrag dem Ablösungskapital gleichkommt.

a) Der Boden sei unbestockt.

Bezeichnet man den Kapitalwert der Berechtigungsrente mit K, den Bodenwert eines Hektar der abzutretenden Fläche mit B, so würden $\frac{K}{B}$ Hektar an den Berechtigten zu überlassen sein[2]).

Aufgabe. X ist berechtigt, aus dem Walde des Y jährlich 510 Kubikmeter Holz zu beziehen, dessen durchschnittlicher Wert ausschließlich der Werbungskosten 2952 Mark beträgt. Diese Berechtigung soll durch Abtretung einer holzleeren Fläche, welche nach stattgehabter Kultur die in Tabelle A verzeichneten Erträge pro Hektar liefern kann, abgelöst werden. Wie groß muß die abzutretende Fläche unter der Voraussetzung sein, daß der Kulturkostenaufwand c zu Anfang jeder Umtriebszeit = 24 Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Schutz und Steuern = 3,6 Mark angenommen werden kann und daß der zur Kapitalisierung der Berechtigungsrente anzuwendende Zinsfuß zu 4, der forstliche Zinsfuß zu 3% bestimmt ist.

Auflösung. Der Kapitalwert der Berechtigung ist $\frac{2592}{0,04} = 64800$ Mark.

Da nach Tabelle B das Maximum des Boden-Erwartungswertes 362,56 Mark beträgt, so berechnet sich die Abtretungsfläche zu 178,7 Hektar.

---

1) Hierüber hat die Natur des Rechtes bezw. die Gesetzgebung zu entscheiden.

2) Besteht die abzutretende Fläche aus Teilen mit verschiedener Bonität, so dient die obige Formel nur zur Berechnung der Größe des letzten Stückes.

b) Der Boden sei mit Holz bestanden.

Behält man die unter a) gewählten Bezeichnungen bei und nimmt man an, daß der Waldwert des abzutretenden Waldstückes pro Hektar W Mark betrage, so ist die Fläche desselben $= \frac{K}{W}$ Hektar [1]).

Beispiel. Wäre der ganze Wald mit 30jährigem Holze normal bestanden und soeben durchforstet, so würde unter den Voraussetzungen des vorigen Beispiels

$We_{30} = Wk_{30}$ (s. S. 124, III, 1, a) $= (362{,}56 + 120 + 24)\, 1{,}03^{30}$
$- (12 \cdot 1{,}03^{10} + 42 + 120) = 1051$ Mark

betragen und das abzutretende Waldstück $\frac{64800}{1051} = 61{,}65$ Hektar enthalten müssen.

2) Das abzutretende Waldstück soll dem Berechtigten die Möglichkeit gewähren, die Einnahme, auf welche derselbe Anspruch zu machen hat, demnächst aus dem Walde selbst jährlich nachhaltig zu beziehen.

a) Die Flächengröße des zur Abfindung zu bestimmenden Waldteiles findet man, indem man den reinen, d. h. den von den Werbungskosten befreiten Wert der Berechtigung durch den Wald-Reinertrag, welchen die Flächeneinheit, z. B. der Hektar, beim jährlichen Betriebe zu gewähren vermag, dividiert.

b) Holzvorrat auf dem Stocke. Um die vorerwähnte Rente jährlich nachhaltig liefern zu können, müßte der Wald, welchen der Berechtigte empfängt, neben dem normalen Zuwachse auch die normale Altersstufenfolge enthalten. Dieser Bedingung wird selten Genüge geleistet werden können. Der Berechtigte wird sich daher in der Regel begnügen müssen, wenn nur der summarische Wert der Bestände, mit welchen die Ablösungsfläche bestockt ist, den Wert des normalen Vorrats (s. S. 108) erreicht. (Doch müßte der Berechtigte dann immer noch den Schaden hinnehmen, welcher bei der Überführung eines abnorm beschaffenen Waldes in den Normalzustand daraus entspringt, daß die normale Umtriebszeit nicht bei allen Beständen eingehalten werden kann. Soll der Berechtigte durchaus keine Verluste erleiden, so müßte ihm der Pflichtige den auf Grund eines Betriebsplanes ermittelten Unterschied zwischen der normalen und wirklichen Nutzung bis zur Herstellung des Normalzustandes ersetzen.) Wäre der wirkliche Vorrat kleiner, als der normale, so müßte der Pflichtige dem Berechtigten die Differenz vergüten, während im entgegengesetzten Falle der Berechtigte eine Herauszahlung zu leisten hätte.

---

1) Siehe die Note 2) auf der vorhergehenden Seite.

c) Umtriebszeit. Legt man der Berechnung des normalen Etats die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags (s. Tabelle D) zu Grunde, so wird das Maß der abzutretenden Bodenfläche auf ein Minimum zurückgeführt, während die Unterstellung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes den geringsten Gesamtverlust für den Pflichtigen ergiebt.

d) Die Ermittelung des Bestandswertes ist nach den im II. Abschnitt (Seite 134) aufgestellten Regeln auszuführen.

Das preußische Gesetz vom 2. März 1850, betr. die Ergänzung und Abänderung der Gemeinheitsteilungs-Ordnung vom 7. Juni 1821, bestimmt in Art. 10, daß die Berechtigungen nur dann durch Landabtretung abzufinden seien, wenn das Abfindungsgelände nach sachverständigem Gutachten bei landwirtschaftlicher Benutzung dauernd größere Erträge abwerfen wird als bei forstlichem Betriebe. Es ist nun ein litterarischer Streit darüber entstanden, ob bei dieser Vergleichung die „Waldrente" des Nachhaltbetriebs oder die forstliche „Bodenrente" in Ansatz zu briugen sei. Für die erstere erklären sich Schlieckmann[1]) und Urich[2]), für letztere Kette[5]), Borgmann[3]) und Danckelmann[4]). Das Kgl. Oberlandes-Kulturgericht hat sich in einem Beschlusse vom 19. Oktober 1888[5]) — gegen die Ansicht der Bromberger Generalkommission — für die „Waldrente" entschieden und die Regierungen zur Nachachtung bei ihren Anträgen angewiesen, sodaß also vorerst noch weitere Entscheidungen in diesem Sinne zu erwarten sind. Nach den Grundsätzen der wissenschaftlichen Waldwertrechnung kann es dagegen nicht zweifelhaft sein, daß nur die forstliche „Bodenrente", d. i. die Waldrente, vermindert um die Interessen des Vorratskapitals, mit dem Reinertrage des landwirtschaftlichen Betriebs vergleichbar ist. Vgl. auch Anhang, II. Kapitel, II. Abschnitt, II. Titel.

Aufgabe. Die in der Aufgabe unter II, 1, a angenommene Berechtigung soll durch Abtretung eines Teiles des dienenden Waldes abgelöst werden. Wie groß muß die abzutretende Bodenfläche und der zur Einhaltung des jährlichen Betriebes erforderliche Normalvorrat sein? Welche Vergütung hat Y dem X zu leisten, wenn der Holzbestand auf der Abtretungsfläche durchaus normal und 30 jährig ist? Der Kulturkostenaufwand c zu Anfang jeder Umtriebszeit betrage pro Hektar 24 Mark, der jährliche Aufwand v für Verwaltung, Schutz und Steuern 3,6 Mark. Zinsfuß = 3 %.

Auflösung. Das Maximum des Boden-Erwartungswertes beträgt

---

1) Forstliche Blätter 1889, Heft 3; Allg. Forst- und Jagdzeitung, Nov. 1890; Zeitschr. f. F.- u. J.-Wesen, Januar 1890.

2) Forstw. Centralblatt 1889, Heft 6.

3) Allg. Forst- und Jagdzeitung, Juni 1890 und Februar 1891.

4) Zeitschrift für Forst- und Jagdwesen, September 1889.

5) Vgl. Forstl. Blätter 1889, Heft 3.

nach Tabelle B 362,5595 Mark und berechnet sich für die 70 jährige Umtriebszeit. Legt man letztere zu Grunde, so würde die abzutretende Fläche $\frac{2952}{42,171} = 70$ Hektar enthalten müssen (weil nach Tabelle D der Waldreinertrag bei 70 jährigem Umtriebe 42,171 Mark beträgt). Der Wert des normalen Vorrates stellt sich, wenn man denselben nach Seite 113 als Rentierungswert berechnet, auf 73021 Mark. Der Kostenwert der 70 Hektar 30 jährigen Bestandes berechnet sich zu 48222 Mark; mithin müßte Y dem X noch weiterhin 73021 — 48222 = 24799 Mark zahlen. Da der Kostenwert eines 40 jährigen Bestandes pro Hektar 1034,12, mithin pro 70 Hektar 72388 Mark beträgt, so müßte die ganze Abtretungsfläche mit 40 jährigem Holze bestockt sein, wenn der normale Vorrat annähernd vorhanden sein sollte.

Wollte man die mit dem 90. Jahre eintretende Umtriebszeit des größten Waldreinertrags der Ablösung zu Grunde legen, so würde das Waldflächenstück, auf welches X Anspruch zu erheben hat, $\frac{2952}{47,813} = 61,741$ Hektar enthalten müssen (weil nach Tabelle D der jährliche Waldreinertrag bei 90 jährigem Umtriebe 47,813 Mark beträgt). Der Boden-Erwartungswert stellt sich, mit 3 % berechnet, für die 90 jährige Umtriebszeit auf 267,9426 Mark; der Wert des normalen Vorrats, wenn man denselben mit Zugrundelegung des eben genannten Bodenwertes und als Rentierungswert veranschlagt, auf 81859 Mark. In dem vorliegenden Falle betrüge also der Mehraufwand für den Normalwert 81859 — 73021 = 8838 Mark. Dagegen würde Y 70 — 61,741 = 8,259 Hektar Waldboden weniger abzutreten haben. Berechnet sich Y den Wert dieser Fläche mit Zugrundelegung des Boden-Erwartungswertes der 70 jährigen Umtriebszeit, so würde er, gegenüber dem vorhergehenden Falle 8,259 . 362,5595 = 2994 Mark gewinnen, sein Gesamtverlust aber auf 8838 — 2994 = 5844 Mark sich belaufen. Der Kostenwert des 30 jährigen Bestands wäre, wenn man (wie dies X thun muß) den Boden-Erwartungswert der 90 jährigen Umtriebszeit zu Grunde legt, = 34195 Mark; Y hätte also noch weiter 81859 — 34195 = 47664 Mark an Bestandswert zu zahlen.

VI. Abschnitt.

Teilung und Zusammenlegung von Wäldern.

I. Teilung gemeinschaftlicher Wälder.

Nach Carl Heyer[1]) lassen sich folgende Teilungsverfahren aufstellen.

1) Akademische Vorträge.

1) Teilung jedes einzelnen, durch Standorts- oder Bestandsgüte unterschiedenen, **Forstorts.** Dieses Teilungsverfahren, welches in mathematischem Sinne die größte Genauigkeit liefert, empfiehlt sich jedoch deshalb nicht, weil bei demselben der für den Forstwirtschaftsbetrieb so vorteilhafte Zusammenhang der Flächenanteile jedes Interessenten verloren gehen würde.

2) Teilung des gesamten **Waldes** in der Art, daß man jedem Interessenten so lange Wald, d. h. also Boden in Verbindung mit dem auf demselben stockenden Holzbestand, in passender Lage und thunlichst in Zusammenhang zuweist, bis sein Guthaben erfüllt ist. Bei diesem Verfahren erhält mithin jeder Teilhaber zwar gleichviel Waldwert, aber nicht gleichviel Bodenwert. Deswegen sagt dasselbe den Interessenten gewöhnlich nicht zu, weil dieselben, wie Carl Heyer sehr richtig bemerkt, in der Regel eine möglichst große produktive Bodenfläche zu erhalten wünschen und dieser Rücksicht das wechselnde Bestockungsverhältnis gerne unterzuordnen pflegen.

3) **Gesonderte Teilung des Bodens und des Holzbestandes.** Man verteilt zuerst den Boden und gleicht dann die hierbei gewöhnlich vorkommenden Unterschiede in der Holzvorratszuteilung dadurch aus, daß diejenigen, welche auf ihren Flächenanteilen eine größere, als die ihnen zustehende Vorratsmasse erhalten, den Überschuß in Geld oder in Holz an die andern zu vergüten haben.

a) Berechnung des Bodenwertes. Strenge genommen müßte man behufs der Bodenwertsberechnung für jeden Forstort diejenige Holzart unterstellen, welche nach Maßgabe der Standortsgüte als die einträglichste erscheint. Da es indessen immerhin zweifelhaft bleibt, ob die projektierte Holzart auf dem betr. Boden auch gedeihen wird, so empfiehlt Eduard Heyer (Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, 1859, S. 176), die Bonitierung nach der bereits vorherrschenden Holzart auszuführen, und er, sowie Carl Heyer, raten sogar an, in der Regel nur nach einer Holzart zu bonitieren. Als Umtriebszeit soll man nach Eduard Heyer diejenige annehmen, für welche der größte Bodenwert sich berechnet.

b) Für die Berechnung der Bestandswerte sind die im II. Abschnitt (Seite 134) aufgestellten Regeln maßgebend.

II. **Zusammenlegung von Teilforsten.** Die Bestimmung des Boden- und Bestandswertes von Wäldern, welche behufs einheitlicher Bewirtschaftung vereinigt werden sollen, hat ganz nach den für die Wälderteilung unter I. angegebenen Regeln zu erfolgen.

Für die Verteilung der Erträge des zusammengelegten Waldes wird alsdann der Gesamtwert (Boden- und Bestandswert) der von den einzelnen Besitzern beigetragenen Stücke maßgebend sein.

VII. Abschnitt.

Besteuerung der Wälder.

I. Gewöhnlich ermittelt man die Waldsteuerkapitalien in der Weise, daß man von der Summe aller während einer Umtriebszeit u eingehenden Erträge $A_u + D_a + \cdots + D_q$ die zu Anfang der Umtriebszeit zu verausgabenden Kulturkosten c und die während des Laufes der Umtriebszeit aufzuwendenden jährlichen Auslagen uv für Verwaltung und Schutz abzieht, den Rest $= A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv$ durch die Umtriebszeit dividiert und den Quotienten $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u}$ durch Division mit $0{,}0p$ kapitalisiert. Wie wir nun bereits Seite 126 gesehen haben, stellt der Ausdruck $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u \cdot 0{,}0p}$ den Wert eines im Normalzustande für den jährlichen Nachhaltbetrieb befindlichen Waldes, also den Wert des Bodens **und** des normalen Vorrates dar. Bei der eben angegebenen Art, die Waldsteuerkapitalien festzustellen, wird also nicht blos der Wert des Bodens, sondern auch derjenige des normalen Vorrates besteuert.

Beispiel. Nehmen wir an, ein Hektar Waldboden liefere die in Tabelle A verzeichneten Erträge; setzen wir ferner $u = 70$, $c = 24$ Mark, $v = 3{,}6$ Mark, $p = 3$, so ist

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u \cdot 0{,}0p}$$

$$= \frac{2970{,}0 + 12{,}0 + 42{,}0 + 57{,}6 + 67{,}2 + 79{,}2 - 24 - 252}{70 \cdot 0{,}03}$$

$= 1405{,}71$. Dies ist der Waldwert; der Bodenwert beträgt nach Tabelle B 362,56 Mark, mithin kommen auf den normalen Vorrat $1495{,}71 - 362{,}56 = 1043{,}15$ Mark. Die Gesamtsteuer trifft also etwa zu $^3/_4$ den Vorrat und zu $^1/_4$ den Boden.

II. Soll sich die Besteuerung blos auf den Bodenkapitalwert erstrecken, so muß der letztere für sich allein ermittelt werden, was am zuverlässigsten nach der Formel des Erwartungswertes

$$\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

bewirkt wird. Wäre nun als jährlich zu entrichtende Steuer $\frac{1}{x}$ von den Zinsen des Bodenkapitalwertes angesetzt, so würde sie

$$= \left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) 0{,}0p \cdot \frac{1}{x}$$

sein.

Der Bodenkapitalwert beträgt unter den im vorigen Beispiel angegebenen Verhältnissen 362,56 Mark pro ha; das Kapital, auf welches sich hier die Besteuerung gründet, ist also um 1043,15 Mark kleiner, als unter I.

Zu demselben Resultate gelangt man, wenn man annimmt, daß alle während des Laufes einer Umtriebszeit erfolgenden reinen Einnahmen zur Zeit ihres Eingangs besteuert werden sollen. Die Produktionskosten kann man entweder auf die einzelnen Einnahmen (etwa nach der relativen Größe der letzteren) verteilen, oder man kann sie nur einer Einnahme, z. B. der Haubarkeitsnutzung A_u, zur Last setzen. In letzterem Falle würde also die Steuer von der Haubarkeitsnutzung $= \frac{A_u - c\, 1{,}0p^u - V\,(1{,}0p^u - 1)}{x}$ sein, während die Steuer von den Zwischen- und Nebennutzungen $D_a, \cdots D_q$ sich auf den Betrag $\frac{D_a}{x} + \cdots + \frac{D_q}{x}$ stellen würde. Prolongiert man alle diese Steuerbeträge auf das Ende der Umtriebszeit, so erhält man

$$\frac{A_u - c\, 1{,}0p^u - V(1{,}0p^u - 1)}{x} + \frac{D_a\, 1{,}0p^{u-a}}{x} + \cdots + \frac{D_q\, 1{,}0p^{u-q}}{x}$$

$$= \frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u - V\,(1{,}0p^u - 1)}{x}$$

und verwandelt man diesen Nachwert nach bekannten Regeln in eine jährliche Rente, so erhält man

$$\left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0p^{u-q} - c\, 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) 0{,}0p \cdot \frac{1}{x},$$

wie vorhin.

III. Ermittelt man die Waldsteuerkapitalien durchgängig nach dem unter I. enthaltenen Verfahren, ohne Rücksicht darauf zu nehmen, ob der Boden bereits bestockt ist und welches Alter das Holz besitzt, so werden Waldungen im aussetzenden Betriebe ungleichmäßig und

zwar im jugendlichen Bestandsalter zu hoch, gegen das Ende des Umtriebs hin zu gering besteuert. Um dies zu vermeiden, müßte man die Steuerkapitalien jährlich oder periodisch, dem wachsenden Bestandswerte folgend, neu veranschlagen. Wenn dies nicht geschieht, so sind Zweckmäßigkeitsgründe — Vereinfachung des Anlageverfahrens —, insbesondere aber die Erwägung maßgebend, daß thatsächlich die meisten und namentlich alle größeren Waldungen im nachhaltigen Betriebe bewirtschaftet werden.

IV. Die Steuer von Agrikulturgelände ist der nach I. ermittelten Waldsteuer keineswegs äquivalent. Denn indem man von dem jährlichen Rauhertrage eines Feldes die jährlichen baren Auslagen für Beackerung, Saatfrucht, Düngung, Erntelohn &c. abzieht und den Rest kapitalisiert, erhält man den Kapitalwert des Bodens, während, wie wir gesehen haben, das unter I. dargestellte Verfahren nicht blos den Kapitalwert des Bodens, sondern auch denjenigen des normalen Vorrates ergiebt. Wo aber, wie neuerdings in manchen deutschen Staaten, nicht nur die Erträge des Grund und Bodens, sondern alles „fundierte“ Einkommen überhaupt einer höheren Besteuerung unterliegt, als dasjenige aus Arbeitsverdienst; da erscheint es gerechtfertigt, daß auch das Holzvorratskapital, ebenso wie das in Wertpapieren, Gebäuden, Gewerbebetrieben &c. angelegte, zur Steuer herangezogen werde.

II. Kapitel.

Zur forstlichen Statik.

Unter der forstlichen Statik verstehen wir die Rentabilitätsberechnung forstlicher Wirtschaftsverfahren. Da die Rentabilität eines Unternehmens sich durch das Verhältnis des Ertrages zu dem Produktionsaufwande ausdrückt, so hat hiernach die forstliche Statik zu untersuchen, ob und in wie weit ein Wirtschaftsverfahren durch seinen Ertrag die aufgewendeten Kosten lohnt.

Häufig bieten sich zur wirtschaftlichen Benutzung eines Grundstücks verschiedene Verfahren dar: land- oder forstwirtschaftlicher Betrieb, Anbau der einen oder anderen Holzart, Anwendung dieser oder jener Kultur- und Betriebsart, Umtriebszeit u. s. w. Die Statik leitet alsdann zur Auswahl des rentabelsten Verfahrens an, indem sie dasjenige ausfindig macht, welches das günstigste Verhältnis zwischen Ertrag und Produktionsaufwand gewährt. Je nachdem man dieses Verhältnis als ein arithmetisches oder geometrisches auffaßt, ergeben sich die beiden nachfolgend entwickelten Rechnungsmethoden.

I. Abschnitt.

Die Methoden der forstlichen Rentabilitätsrechnung im allgemeinen.

1. Titel.

Entwickelung der Methoden zur Vergleichung des Ertrages mit dem Produktionsaufwande.

Die beiden Methoden der Rentabilitätsrechnuug, welche wir unter diesem Titel entwickeln und zur Vergleichung des Ertrages mit dem Produktionsaufwande fortan neben einander anwenden werden, sind den

Ökonomen schon lange bekannt (vergl. Rau, Volkswirthschaftslehre, 8. Ausgabe, 1868, §. 237 u. 238). Die Gewerbtreibenden pflegen von ihnen regelmäßig Gebrauch zu machen. Um die Einträglichkeit eines Unternehmens zu ermitteln, untersuchen sie nämlich entweder die Größe des Überschusses, welcher verbleibt, wenn man von dem rauhen Ertrage die Produktionskosten abzieht, oder sie stellen das Prozent fest, zu welchem der Produktionsaufwand sich verzinst.

Zur Vergleichung des Ertrages mit dem Produktionsaufwande können folgende Methoden angewendet werden:

I. Bestimmung des Unternehmergewinns.

Der Unternehmergewinn besteht in dem Unterschiede zwischen dem Rauhertrage und dem gesamten Produktionsaufwande.

Die Einkünfte, welche sich aus dem Betriebe eines Gewerbes ergeben können, lassen sich nach Rau (a. a. O. §. 139) unterscheiden in:

α) Arbeitslohn,
β) Grundrente,
γ) Kapitalrente,
δ) Unternehmungsgewinn oder Gewerbsverdienst. Letzteren definiert Rau (a. O. §. 237) etwa folgendermaßen. „Was der Unternehmer nach Abzug aller Ausgaben (Gewerbskosten) als Belohnung für die Beschwerden, Mühen und Gefahren seiner Unternehmung übrig behält, ist der Gewerbsverdienst, profit de l'entrepreneur, nicht ganz angemessen Gewerbs- oder Unternehmergewinn genannt[1]). Bei diesem Einkommen kann kein vertragsmäßiges Ausbedingen vorkommen, wie bei den drei anderen Zweigen der Einkünfte, weil es unmittelbar von dem Erfolge der Unternehmungen und dem Betrage der aufgewendeten Gewerbskosten bestimmt wird. Deshalb ist auch die Größe dieses Einkommens der Gewerbsleute andern Personen am wenigsten bekannt und kann nur aus verschiedenen Kennzeichen annähernd vermutet werden."

Roscher (Die Grundlagen der Nationalökonomie, 17. Aufl. 1883, §. 195) betrachtet den Unternehmergewinn nur als einen Teil des Arbeitslohnes, giebt aber zu, daß er sich insofern von allen Zweigen des Einkommens unterscheide, als er niemals ausbedungen werden könne. Dieser Unterschied scheint uns jedoch wichtig genug zu sein, um mit Rau den Unternehmergewinn als eine besondere Gattung des Einkommens gelten zu lassen.

---

1) Andere Ökonomen geben dem Ausdruck „Unternehmergewinn" den Vorzug. Vgl. v. Mangoldt: Die Lehre vom Unternehmergewinn, 1855, S. 32.

In dem Rohertrag einer Wirtschaft können alle vier Arten von Einkünften enthalten sein, welche oben aufgeführt wurden; und zwar fallen die drei erstgenannten dem Unternehmer dann zu, wenn derselbe zugleich Eigentümer des Bodens, sowie der in der Wirtschaft thätigen Kapitalien ist und die vorkommende Arbeit selbst verrichtet. Trifft die eine oder die andere dieser Unterstellungen nicht zu, so muß der Unternehmer den entsprechenden Teil des Rohertrags demjenigen abgeben, welcher den Boden oder die Kapitalien herleiht oder die Arbeit verrichtet.

Ist der Unternehmergewinn gleich Null, so deckt der Rauhertrag nur die Grundrente, Vorratsrente, den Arbeitslohn und die bloßen Auslagen (wie z. B. Steuern); ist er negativ, so deutet dies an, daß ein Teil jener Einkünfte durch das Mißlingen der Unternehmung absorbiert wird. Der Unternehmergewinn läßt also ganz genau den Grad des wirtschaftlichen Vorteils erkennen, mit welchem ein Gewerbe betrieben wird.

1) Veranschlagung der Erträge und der Produktionskosten.

Da bei den meisten gewerblichen Unternehmungen Einnahme und Ausgabe sich innerhalb Jahresfrist in gleichem oder ähnlichem Maße wiederholen, so wird auch der Unternehmergewinn in der Regel nach seinem jährlichen Betrage beziffert. Selbstverständlich läßt er sich aber auch im Kapitalwert darstellen; und diese Form verdient für das forstliche Gewerbe, wenigstens beim aussetzenden Betriebe, sogar den Vorzug, weil hier sowohl Erträge als Kosten von Jahr zu Jahr sehr verschieden sind und zu weit von einander abweichenden Zeiten erfolgen, also zum Zwecke der Vergleichung auf einen und denselben Zeitpunkt reduziert werden müssen.

A. Aussetzender Betrieb. Bei diesem Betriebe werden Einnahme und Ausgabe jedesmal mit Ablauf der Umtriebszeit abgeschlossen, um dann von neuem zu beginnen. Um also

a) den Kapitalwert des Unternehmergewinns zu berechnen, muß man den Berechnungszeitraum mit diesem Zeitpunkte beginnen lassen und wird hierzu in der Regel den Anfang des laufenden Umtriebs wählen. Die weiter rückwärts liegende Periode bleibt als abgeschlossen außer Ansatz; vorwärts dagegen kann sich die Rechnung entweder auf einen Umtrieb oder auf mehrere solche oder auf die Unendlichkeit erstrecken. Wir wählen das letztere Verfahren als das allgemeinste und umfassendste.

Zur Vergleichung zweier Wirtschaftsverfahren von gleichem Umtrieb würde die Veranschlagung der Erträge und Kosten für einen solchen aus-

reichen; handelt es sich um zwei Umtriebe u und u_1, so wäre der Rechnungszeitraum $u \times u_1$ genügend; dehnt man denselben aber auf die Unendlichkeit aus, so paßt das Verfahren für alle Fälle und führt überdies zu einem hinlänglich einfachen Ausdruck.

Haben wir einen mit m jährigem Holze (normal oder abnorm) bestandenen Wald, für welchen das vorteilhafteste Wirtschaftsverfahren gefunden werden soll, vor uns, so prolongieren wir zunächst alle seit Anfang des laufenden Umtriebs (x) eingegangenen Vorerträge auf das Jahr m und erhalten die Summe

$$\mathfrak{D}_a \cdot 1{,}0p^{m-a} + \mathfrak{D}_b \cdot 1{,}0p^{m-b} + \cdots .$$

Hierzu kommen die im laufenden Umtrieb noch zu erwartenden Erträge, welche auf die Gegenwart diskontiert werden:

$$\frac{\mathfrak{D}_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + \mathfrak{D}_q \cdot 1{,}0p^{x-q} + \mathfrak{A}_x}{1{,}0p^{x-m}}.$$

Weiter sind alle vom zweiten Umtriebe (u) ab erfolgenden Erträge, die wir als normal betrachten, im Vorwerte hinzuzuzählen, nämlich

$$\frac{D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q} + A_u}{1{,}0p^{x-m}\,(1{,}0p^u - 1)}.$$

In gleicher Weise sind alle, seit Anfang des laufenden Umtriebs erfolgten resp. noch zu bestreitenden Produktionskosten auf die Gegenwart zu reduzieren; nämlich außer dem Kostenwerte des Waldbodens (B) dessen seither aufgelaufene Zinsen $= B\,(1{,}0p^m - 1)$, die seitherigen sowie die künftigen jährlichen Kosten des ersten Umtriebs, $\mathfrak{V}\,(1{,}0p^m - 1) + \frac{\mathfrak{V}\,(1{,}0p^{x-m} - 1)}{1{,}0p^{x-m}}$, diejenigen der folgenden Umtriebe $= \frac{V}{1{,}0p^{x-m}}$; der Nachwert der im Bestande steckenden Kulturkosten $= c \cdot 1{,}0p^m$ und endlich der Vorwert aller künftigen Kulturkosten $= \frac{c \cdot 1{,}0p^u}{(1{,}0p^u - 1)\,1{,}0p^{x-m}}$.

Handelt es sich um eine Blöße und sind Erträge sowie Kosten des ersten Umtriebs als normal zu betrachten, ist also $m = 0$, $x = u$, $\mathfrak{A}_x = A_u$ u. s. w.; so reduziert sich der Vorwert der Erträge auf

$$\frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$

und derjenige der Kosten auf $B + V + C_u$.

b) In Gestalt einer gleichbleibenden jährlichen Rente lassen sich sowohl die Erträge als die Produktionskosten zum Ausdruck bringen, indem man die unter a) angesetzten Kapitalwerte derselben mit $0{,}0p$ multipliziert; wogegen durch Multiplikation der für die Blöße geltenden Ansätze mit $(1{,}0p^m - 1)$ sich der Nachwert ergeben würde, auf welchen jene Renten bis zum Jahre m angelaufen sind.

B. Jährlicher Betrieb. Bei diesem Betriebe und bei vorhandenem Normalzustande kehren die Erträge und die Produktionskosten jährlich in gleicher Größe wieder. Die Erträge setzen sich zusammen aus

$$A_u + D_a + \cdots + D_q;$$

die Produktionskosten bestehen aus den Interessen des Bodenwertes + den Interessen des normalen Vorrates + den jährlichen Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern + den Kulturkosten. Gelten $A_u + D_a + \cdots + D_q$ sowie B, V, c und N (mit welch' letzterem Buchstaben wir den Wert des normalen Vorrates bezeichnen wollen) für eine Altersstufe, so ist der jährliche Produktionsaufwand des vorgenannten Betriebs

$$(uB + uN + uV)\, 0{,}0p + c.$$

2) **Verhältnis zwischen Ertrag und Produktionsaufwand bei einem einzelnen Wirtschaftsverfahren**[1]).

A. Aussetzender Betrieb.

Der Kapitalwert des Unternehmergewinns (U-G.) wird gefunden, indem man die unter 1 A_a veranschlagten Kosten von den Erträgen abzieht. Dies kann in folgender Form geschehen:

$$\text{U-G.} = \frac{\mathfrak{D}_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots \mathfrak{D}_q \cdot 1{,}0p^{x-q} + \mathfrak{A}_x - \mathfrak{V}(1{,}0p^{x-m} - 1)}{1{,}0p^{x-m}} \quad \text{(I)}$$

$$+ \frac{1}{1{,}0p^{x-m}}\left(\frac{D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q} + A_u - c \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p_u - 1} - V\right) \text{(II)}$$

$$- [(B + \mathfrak{V})(1{,}0p^m - 1) + c \cdot 1{,}0p^m$$
$$- \mathfrak{D}_a \cdot 1{,}0p^{m-a} - \mathfrak{D}_b \cdot 1{,}0p^{m-b} - \cdots] - B \quad \text{(III)}$$

Hierin aber ist das mit (II) bezeichnete Glied nichts anderes als der Boden=Erwartungswert für ujährigen Umtrieb, geteilt durch

1) Strenge genommen vergleicht man auch in dem Falle, wenn man die Rentabilität eines einzelnen Wirtschaftsverfahrens untersucht, stets zwei Verfahren, wobei man als das zweite dasjenige ansieht, welches den Produktionsaufwand gerade zu p% verzinst.

$1{,}0p^{x-m}$; und der Inhalt der Klammer in (III) nichts anderes als der Kostenwert des $m$jährigen Bestandes; folglich

$$\text{U-G.} = \frac{\mathfrak{A}_x + \mathfrak{D}_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + \mathfrak{D}_q \cdot 1{,}0p^{x-q} + Be_u - \mathfrak{V}(1{,}0p^{x-m} - 1)}{1{,}0p^{x-m}} - (B + Hk_m)$$

In diesem Ausdrucke ist das positive Glied nach Seite 121 gleich dem Wald-Erwartungswerte, das negative gleich dem Waldkostenwerte, also schließlich

$$\text{U-G.} = We_m - Wk_m.$$

Ist U-G. = 0, d. h. werden die Kosten durch die Erträge gerade gedeckt, so findet *wirtschaftliches Gleichgewicht* statt; *Gewinn* oder *Verlust* ergeben sich, je nachdem $We_m \gtrless Wk_m$. Um den durchschnittlich *jährlichen Unternehmergewinn* zu berechnen, wäre die Differenz $(We_m - Wk_m)$ mit $0{,}0p$ zu multiplizieren.

B. *Jährlicher Betrieb.*

Hier ist nach 1 B der Kapitalwert des Unternehmergewinns

$$\text{U-G.} = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{0{,}0p} - (uB + uV + uN) - \frac{c}{0{,}0p},$$

welcher Ausdruck auch in folgender Form angeschrieben werden kann:

$$\text{U-G.} = \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{0{,}0p} - (uB + uN).$$

Da unter B und N grundsätzlich die *Kostenwerte* des Bodens und des Normalvorrats zu verstehen sind, so folgt hieraus, daß auch beim jährlichen Betriebe der Unternehmergewinn gleich dem Unterschiede zwischen Wald-Erwartungs- und Kostenwert ist.

3) Wahl des einträglichsten Wirtschaftsverfahrens.

Steht die Auswahl unter verschiedenen Wirtschaftsverfahren offen, so hat man zunächst jedes einzelne nach der unter Ziffer 2 gegebenen Anleitung auf seine Rentabilität zu prüfen, damit diejenigen Verfahren ausgeschieden werden können, welche überhaupt nicht rentabel sind. Für die Wahl unter den übrigen, thatsächlich rentierenden Wirtschaftsverfahren gilt die Regel:

Von zweien Wirtschaftsverfahren ist dasjenige das einträglichere, welches den größeren Unternehmergewinn liefert. . . . . . (A)

In dem Vorhergehenden haben wir bei der Berechnung des Unternehmergewinns *sämtliche* Einnahmen und Ausgaben in Rech-

nung gebracht. Unter gewissen Verhältnissen kann aber für den vorliegenden Zweck auch schon ein einfacherer Ausdruck genügen, weil solche Einnahmen und Ausgaben, welche in den Formeln des Unternehmergewinns der beiden Wirtschaftsverfahren mit den nämlichen Werten erscheinen, gleich von vornherein außer Rechnung bleiben dürfen. So z. B. kann man den Waldkostenwert dann vernachlässigen, wenn die Wirtschaftsverfahren, welche bezüglich ihrer Einträglichkeit geprüft werden sollen, für den nämlichen Wald in Frage kommen. In diesem Falle bleibt als vergleichender Maßstab für die Rentabilität jedes Verfahrens der Walderwartungswert übrig. Hat man dagegen die Wahl zwischen mehreren Wäldern mit verschiedenen Ankaufspreisen, so wird man die Einträglichkeitsfrage nur dann korrekt lösen, wenn man die volle Formel des U.-G. anwendet. Indessen können auch hierbei einzelne Posten unter Umständen vernachlässigt werden; so z. B. die jährlichen Ausgaben oder das Kulturkostenkapital, wenn diese überall die nämlichen sind.

Der Unterschied des Unternehmergewinns zweier Wirtschaftsverfahren giebt unmittelbar den Überschuß an, welchen das eine Verfahren gegenüber dem andern gewährt. Will man außerdem die Größe des Ertrages wissen, welcher durch eine etwaige Vermehrung des Produktionsaufwandes erzielt wird, so bildet man einerseits den Unterschied $\varDelta_1$ der Erträge, anderseits den Unterschied $\varDelta_2$ der Produktionsaufwände[1]). Ist $\varDelta_1 = \varDelta_2$, so findet weder Gewinn noch Verlust statt[2]); ist $\varDelta_1$ größer als $\varDelta_2$, so bringt die Vermehrung $\varDelta_2$ des Produktionsaufwandes den Unternehmergewinn $\varDelta_1 - \varDelta_2$ zu Wege; ist $\varDelta_1$ kleiner als $\varDelta_2$, so arbeitet die Wirtschaft mit Verlust. . . . . (B)

Beispiel: Zwei Waldungen von verschiedener Größe sind zu 10 000 und 20 000 Mark zum Kauf angeboten. Bei einem Rechnungs-Zinsfuß von p % sind deren Erwartungswerte auf 13 000 und 24 000 Mark veranschlagt. Demnach betragen die Unternehmergewinne 3000 resp. 4000 Mark, der Ankauf des zweiten Waldes ist also vorteilhafter — vorausgesetzt, daß der Käufer das hierzu erforderliche Kapital von 20 000 Mark ohne Schwierigkeit, zu p % verzinslich, aufnehmen kann oder selbst besitzt und keine vorteilhaftere Verwendung dafür kennt. Allerdings bringt ihm der Mehr-

---

1) Für den aussetzenden Betrieb müssen beide auf gleiche Zeitpunkte reduziert werden.

2) Nur in dem Falle, wenn dem Unternehmer überschüssige Kapitalien oder Arbeitskräfte zur Verfügung stehen, kann ihm die Gelegenheit zur Vermehrung des Produktionsaufwandes erwünscht sein, auch wenn hierdurch kein Unternehmergewinn erzielt wird.

Aufwand von 10 000 Mark (gegenüber dem Ankauf des ersten Waldes) nur einen Unternehmergewinn von 1000 Mark ein. Böte sich also für dieses Kapital ein drittes Unternehmen dar, welches mehr als 1000 Mark Gewinn verspräche, so würde die Erwerbung des ersten Waldes vorzuziehen sein.

II. Bestimmung der Verzinsung des Produktionsaufwandes.

Die Verzinsung des Produktionsaufwandes giebt das prozentische Verhältnis an, in welchem der rauhe Jahresertrag zu dem gesamten Produktionskapital steht.

Analog der Unterscheidung zwischen laufend-jährlichem und durchschnittlich-jährlichem Holzzuwachs läßt sich auch die Verzinsung des Produktionsaufwandes als laufend-jährliche und durchschnittlich-jährliche auffassen.

1) Herleitung der Verzinsungs-Formeln.

A. Laufend-jährliche Verzinsung.

a) Aussetzender Betrieb. Dividiert man die Größe, um welche der Wert eines Bestandes im Laufe irgend eines Jahres zunimmt, durch die Summe, zu welcher der Produktionsfonds bis zu dem Anfange desselben Jahres aufgewachsen ist, so stellt der Quotient die laufend-jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes vor. Das Prozent erhält man, indem man diesen Quotienten mit 100 multipliziert.

Bedeuten A_m, A_{m+1} die Verbrauchswerte (siehe Seite 3 und 98) eines Bestandes in den Jahren m, m + 1, so ist $A_{m+1} - A_m$ die vom Jahre m bis zum Jahre m + 1 erfolgende Wertsmehrung desselben.

Um den Betrag des Produktionsaufwandes zu Ende des Jahres m oder zu Anfang des Jahres m + 1 zu ermitteln, prolongiert man den im Jahre o vorhandenen Produktionsfonds B + V + c bis zum Jahre m und zieht von diesem Nachwerte die gleichfalls auf das Jahr m prolongierten Werte der mittlerweile eingegangenen Vornutzungserträge D_a, D_b ... ab. Man erhält so den entlasteten Produktionsaufwand

$$(B + V + c)\, 1{,}0p^{m} - (D_a\, 1{,}0p^{m-a} + D_b\, 1{,}0p^{m-b} + \cdots)$$

Es drückt sich somit das Verzinsungsprozent w des Produktionsaufwandes zu Ende des Jahres m durch die Formel

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + D_b\,1{,}0p^{m-b} + \cdots)}$$

aus.

Da aber

$$(B+V+c)\,1{,}0p^m - (D_a \cdot 1{,}0\,p^{m-a} + D_b \cdot 1{,}0\,p^{m-b} + \cdots) - (B+V)$$

= dem Bestands-Kostenwerte Hk_m ist, so läßt sich die Formel auch so anschreiben:

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + Hk_m}.$$

Führt man hierin endlich an Stelle des in der Regel unbekannten Bestands-Kostenwertes Hk_m dessen Verkaufswert A_m ein, so wird

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + A_m}.$$

Vgl. die Note „Zur Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung" im II. Abschnitt, 1. Titel, I, 1.

Diese Formel läßt sich übrigens auch aus derjenigen des Unternehmergewinns ableiten, indem man p als Unbekannte betrachtet und denjenigen Prozentsatz aufsucht, welcher wirtschaftliches Gleichgewicht herstellt, also den U.-G. auf den Wert 0 bringt. Zu diesem Zwecke setzen wir nach I, 2 A:

$$0 = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{x-q} + Be_u + V}{1{,}0\,p^{x-m}} - (B+V+Hk_m).$$

Wird nun, um die laufende einjährige Verzinsung zu finden, $x - m = 1$ gesetzt, so fallen die Zwischennutzungen $D_n \ldots D_q$ fort und es bleibt

$$1{,}0\,p = \frac{A_{m+1} + Be_u + V}{B + V + Hk_m}$$

oder

$$p = \frac{(A_{m+1} + Be_u - B - Hk_m)\,100}{B + V + Hk_m}.$$

Führt man endlich A_m an Stelle von Hk_m ein und unterstellt Gleichheit der beiden Bodenwerte, so wird

$$p = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + A_m}.$$

b) Jährlicher Betrieb. Die laufend-jährliche Verzinsung dieses Betriebes stimmt mit der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überein. Letztere wird unter B, b behandelt werden.

B. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung.

a) Aussetzender Betrieb. Unter A, a haben wir gesehen, wie der nach seinem Kostenaufwande veranschlagte Produktionsfonds durch den laufend-jährlichen Wertszuwachs eines Bestandes von Jahr zu Jahr sich verzinst. Diese Verzinsung ist, wie sich aus dem Folgenden (s. 2. Titel, I, 1) ergeben wird, eine ungleichmäßige. Will man die gleichmäßige jährliche Verzinsung wissen, so verwandelt man die innerhalb einer Umtriebszeit erfolgenden Rauherträge in eine jährliche (gleichgroße) Rente und dividiert dieselbe durch das Kapital der Produktionskosten. Multipliziert man den gewonnenen Quotienten mit 100, so erhält man das Verzinsungsprozent, welches wir in der Folge mit $\mathfrak{p}$ bezeichnen wollen.

Nach Formel XI und XII, Seite 28, ist die jährliche Rauhertragsrente des aussetzenden Betriebes

$$= \left(\frac{A_u + D_a\, 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q}}{1{,}0\,p^u - 1}\right) 0{,}0\,p.$$

Das Produktionskapital ist

$$B + V + C_u.$$

Die Kulturkosten müssen hier im Produktionsaufwande als Kapital

$$C_u = \frac{c \cdot 1{,}0\,p^u}{1{,}0\,p^u - 1}$$

erscheinen, weil nur diesem, nicht den einmaligen, in den Bestand übergehenden, Kulturkosten c eine jährliche Rente entspricht.

Das Prozent $\mathfrak{p}$ der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Produktionskapitales beim aussetzenden Betriebe ist sonach

$$= \frac{(A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0\,p^{u-q})\, p}{(B + V + C_u)(1{,}0\,p^u - 1)}.$$

Derjenige Prozentsatz, welcher gleichzeitig für p und $\mathfrak{p}$ eingesetzt diese Gleichung erfüllt, ergiebt sich — allerdings nicht direkt, sondern nur auf dem Wege des Probierens — aus

$$\frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots + D_q\, 1{,}0\,p^{u-q}}{1{,}0\,p^u - 1} - (B + V + C_u) = 0,$$

d. h. wieder aus der Bedingung wirtschaftlichen Gleichgewichts (U-G. = 0) bei einer Blöße.

b) Jährlicher Betrieb. Bei diesem ist der jährliche Rauhertrag =

$$A_u + D_a + \cdots D_q;$$

das Produktionskapital =

$$uB + uN + uV + \frac{c}{0{,}0p'}$$

somit das Verzinsungsprozent

$$\mathfrak{p} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,100}{uB + uN + uV + \frac{c}{0{,}0p}}$$

oder, wenn man den Wert des normalen Vorrates als Kostenwert (siehe S. 112) annimmt und die erforderlichen Reduktionen ausführt,

$$\mathfrak{p} = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)\,p}{(B + V + C_u)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots + D_q(1{,}0p^{u-q} - 1)]}.$$

Im Falle wirtschaftlichen Gleichgewichtes (U-G. = 0) wird auch hier $\mathfrak{p} = p$.

2) Verhältnis zwischen Ertrag und Produktionsaufwand bei einem einzelnen Wirtschaftsverfahren.

Das Verzinsungsprozent giebt die Quantität des jährlichen Rauhertrages an, welche dem Produktionskapital 100 zukommt.

Nennt man nun p dasjenige Prozent, zu welchem einesteils die Produktionskapitalien beschafft, anderenteils die Erträge, welche man dem Walde entnimmt, verzinslich angelegt werden können, so zeigt der Unterschied zwischen dem Prozente der Verzinsung des Produktionsaufwandes und dem Prozente p die Größe des jährlichen Unternehmergewinnes an, welcher sich für die Kapitalmenge 100 berechnet. Er kann positiv, negativ oder Null sein. Im letzten Falle findet, wie vorstehend bereis im Einzelnen nachgewiesen wurde, wirtschaftliches Gleichgewicht (mithin weder Verlust noch Gewinn) statt[1]), während ein negativer Unternehmergewinn gleichbedeutend mit Verlust ist.

Bezeichnet man das Verzinsungsprozent (w oder $\mathfrak{p}$) allgemein mit π, den (wirklichen oder fingierten) jährlichen Rauhertrag mit R und das gesamte Produktionskapital mit K, so bestehen die beiden Proportionen

$$\pi : 100 = R : K$$

und

$$p : 100 = (R - U\text{-}G.) : K.$$

Aus der Kombination derselben folgt die dritte:

$$(\pi - p) : 100 = U\text{-}G. : K.$$

1) Siehe übrigens auch die Note 2) auf Seite 168.

Die Untersuchung des Prozentes der Verzinsung des Produktionsaufwandes bietet also ebenfalls ein Mittel zur Bestimmung des Unternehmergewinnes dar.

Dasselbe unterscheidet sich jedoch von dem unter I. vorgetragenen in Folgendem:

a) das Prozent der Verzinsung des Produktionsaufwandes lehrt ausschließlich den jährlichen Unternehmergewinn kennen;

b) es giebt denselben nicht direkt, sondern erst nach Abzug von p Prozenteinheiten an, welche die auf jenes Prozent entfallenden jährlichen Produktionskosten beziffern;

c) es wirft den Unternehmergewinn nicht im Ganzen, sondern für das Produktionskapital 100 aus.

3) Wahl des einträglichsten Wirtschaftsverfahrens.

Bieten sich zur Erfüllung des Wirtschaftszweckes mehrere Verfahren dar, so hat man zunächst jedes einzelne nach der unter Ziffer 2) enthaltenen Anleitung auf seine Rentabilität zu prüfen, damit diejenigen Verfahren ausgeschieden werden können, welche überhaupt nicht rentabel sind. Für die Wahl unter den übrig bleibenden, thatsächlich rentierenden Wirtschaftsverfahren gelten folgende Regeln:

A. Von zweien Wirtschaftsverfahren, welche gleiches Produktionskapital erfordern, ist dasjenige das einträglichere, welches das größere Verzinsungsprozent liefert.

B. Von zweien Wirtschaftsverfahren, welche verschiedene Produktionskapitalien erfordern,

a) ist dasjenige mit dem größeren Produktionskapital dann das einträglichere, wenn es das größere Verzinsungsprozent liefert;

b) ist dasjenige mit dem kleineren Produktionskapital dann das einträglichere, wenn es gleich viel oder mehr Interessen liefert als das größere Kapital. Liefert es weniger Interessen, aber das größere Verzinsungsprozent, so kann es nicht unbedingt als das einträglichere angenommen werden, weil der Gesamtgewinn nicht blos von der Höhe des Prozentes, sondern auch von der Größe des produktiven Kapitals abhängig ist. Zur Ermittelung des einträglicheren Wirtschaftsverfahrens lassen sich folgende Wege einschlagen:

α) man macht die Kapitalien künstlich gleich,

αα) indem man den überschüssigen Teil des einen Kapitals oder auch entsprechende Teile von beiden Kapitalien aus dem Nenner nimmt, von denselben (durch Multiplikation mit 0,0p) die Rente berechnet und diese von der Rauhertragsrente im Zähler in Abzug bringt;

ββ) oder indem man den Unterschied der beiden Kapitalien dem kleineren Kapital zusetzt, dafür aber auch die Rente dieses Unterschiedes der Rauhertragsrente im Zähler zufügt.

β) Man dividiert den Unterschied Δ_3 der Rauhertragsrenten durch den Unterschied Δ_4 der Produktionskapitalien und multipliziert den Quotienten mit 100, wodurch man das Prozent erfährt, zu welchem sich Δ_4 verzinst. Ist dieses Prozent gleich dem der Rechnung unterlegten Wirtschaftsprozent p, so halten sich Ertrag und Kosten das Gleichgewicht; ist ersteres größer, so findet Gewinn statt und es stellt sich dann dasjenige Wirtschaftsverfahren, welches das größere Produktionskapital erfordert, als das einträglichere dar; ist dagegen das Prozent, zu welchem sich Δ_4 verzinst, kleiner als p, so findet Verlust statt, und es erscheint in diesem Falle das Wirtschaftsverfahren mit dem kleineren Produktionskapital als das einträglichere.

Beispiel. Setzen wir in dem Beispiele zu I, 3 Seite 168 $p = 3$, d. h. unterstellen wir, daß Käufer oder Darleiher mit einer 3-prozentigen Verzinsung des Ankaufs-Kapitals zufrieden sind, so berechnet sich die (wirkliche oder fingierte) jährliche Waldrente

bei Ankauf des ersten Waldes zu $13000 \,.\, 0{,}03 = 390$ Mark,
„ „ „ zweiten „ „ $24000 \,.\, 0{,}03 = 720$ „

folglich das Verzinsungsprozent π (inkl. Unternehmergewinn) zu 3,9 resp. 3,6; mithin im ersten Falle höher. Daß trotzdem der Ankauf des zweiten Waldes vorteilhafter ist, ergiebt sich, indem wir

ad α) beide Kapitalien künstlich gleichmachen, d. h.

$$\text{im ersten Falle } \pi = \frac{(390 + 300)\,100}{10000 + 10000} = 3{,}45\,\%,$$

$$\text{„ zweiten „ } \pi = \frac{720 \cdot 100}{20000} = 3{,}6\,\%$$

setzen (wobei angenommen wird, daß im ersten Falle die überschießenden 1000 Mark eben nur 3 % einbringen) oder

ad β) den Unterschied beider Waldrenten (= 330 Mark) durch den Unterschied beider Kaufsummen (= 10000 Mark) dividieren und den Quotienten mit 100 multiplizieren; d. h. für den überschießenden Betrag von 10000 Mark eine Verzinsung von 3,3 %, d. i. mehr als die verlangten 3 % berechnen.

Anmerkung. Die vorstehenden Regeln gelten nicht blos für die durchschnittlich-jährliche, sondern auch für die laufend-jährliche Verzinsung. Bei letzterer wird man aber in vielen Fällen das gesuchte Verzinsungsprozent aus dem Wertszuwachs einer Reihe von Jahren herzuleiten haben, indem man aus der allgemeinen Bedingungsgleichung des wirtschaftlichen Gleichgewichts

$$\frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{x-q} + Be_u + V}{1{,}0p^{x-m}} = B + V + Hk_m$$

denjenigen Wert für p ableitet, welcher die Gleichung erfüllt. Die letztere ist direkt nicht lösbar; wohl aber, wenn nur im Nenner anstatt p ein unbekanntes w eingeführt, also unter p derjenige Prozentsatz verstanden wird, welcher zur Berechnung des Be_u und Hk dient und zu dem die Vorerträge D_n ... verzinslich angelegt werden könnten. Dann wird

$$1{,}0\,w^{x-m} = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0\,p^{x-n} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0\,p^{x-q} + Be_u + V}{B + V + Hk_m}.$$

2. Titel.

Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns und über die Verzinsung des Produktionsaufwandes.

Soll ein Wirtschaftsverfahren auf seine Einträglichkeit geprüft oder sollen mehrere Wirtschaftsverfahren mit einander verglichen werden, so hat man für jedes Verfahren diejenigen Verhältnisse zu unterstellen, unter welchen dasselbe an und für sich den größten Vorteil bietet.

Es sind daher zunächst die Umstände zu untersuchen, welche auf die Größe des Unternehmergewinns und die Verzinsung des Produktionsaufwandes einen Einfluß ausüben.

Diese Untersuchung soll in dem Folgenden unter I und II vorgenommen werden.

I. Untersuchungen über die Größe des Unternehmergewinns.

1) Aussetzender Betrieb.

Wie wir auf Seite 167 gesehen haben, ist der Vor- oder Kapitalwert des Unternehmergewinns ganz allgemein gleich dem Unterschiede zwischen Walderwartungs- und -Kostenwert. Da der letztere in der Regel unbekannt ist, so wird man für denselben in vielen Fällen der Praxis denjenigen Betrag substituieren, welchen der Waldbesitzer bei sofortigem Verkaufe des Bodens und des Holzbestandes erzielen könnte. Als „Unternehmergewinn" gilt dann der Mehrertrag, welchen die Fortführung der Wirtschaft in der einen oder anderen Gestalt gegenüber diesem Verkaufswerte zu liefern verspricht.

Hieraus ergeben sich folgende Sätze, welche keines Beweises mehr bedürfen.

A. Ein Unternehmergewinn ergiebt sich nur dann, wenn der Wirtschafter den Betrag des Walderwartungswertes, sei es durch Vermehrung der Einnahmen oder durch

Verminderung der Ausgaben, über denjenigen des Kostenwertes, bezw. des Verkaufswertes, zu steigern versteht.

Mittel zur Erhöhung der Einnahmen oder der Jetztwerte derselben bieten u. a. die Einlage landwirtschaftlicher Zwischennutzungen und die zeitigere Vornahme der Durchforstungen dar. Die Produktionskosten lassen sich vermindern durch die Wahl billigerer und dabei doch erfolgreicher Kulturverfahren, Verbesserung in der Einrichtung des Forstdienstes u. s. w.

B. Ist der Walderwartungswert dem Kostenwerte, resp. dem Verkaufswert, gleich, so liefert die Wirtschaft keinen Unternehmergewinn, sondern verzinst nur den Produktionsaufwand und zwar zu dem der Rechnung unterlegten Prozente p.

C. Bei einem und demselben Walde liefert diejenige Betriebsart, Umtriebszeit ꝛc. den größten Unternehmergewinn, für welche der Walderwartungswert kulminiert.

Handelt es sich um Waldungen mit normalem Holzbestande, so ist

$$We_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q} + Be_u - V(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}},$$

$$Wk_m = (B + c)\,1{,}0p^m + V\,(1{,}0p^m - 1) - D_a \cdot 1{,}0p^{m-a} - \cdots$$

Zieht man die zweite Gleichung von der ersten ab, so verbleibt nach einigen Reduktionen

$$\text{U-G.} = We_m - Wk_m = 1{,}0p^m\,(Be_u - B).$$

Hieraus folgt für nackten Waldboden ($m = o$)

$$\text{U-G.} = Be_u - B.$$

Demnach gelten die obigen unter A bis C verzeichneten Sätze bei normalem Holzbestande und bei Blößen auch dann, wenn man darin an Stelle des Waldwertes den Bodenwert (Erwartungs- und Kosten- resp. Verkaufswert) einführt.

2) Jährlicher Betrieb.

Alle die Sätze, welche unter I für den Unternehmergewinn des aussetzenden Betriebs entwickelt wurden, gelten auch für den jährlichen Betrieb. Der Beweis für die Richtigkeit dieser Behauptung folgt aus dem Axiom, daß das Ganze gleich der Summe seiner einzelnen Teile ist. Ein zum jährlichen Betriebe eingerichteter Wald kann

offenbar als ein Komplex von Beständen angesehen werden, von welchen jeder einzelne im aussetzenden Betriebe bewirtschaftet wird; hiernach erhält man ebenso den Unternehmergewinn eines ganzen Waldes, wenn man den Unternehmergewinn für jede Altersstufe berechnet und die Summe dieser Gewinne bildet, als wenn man sogleich den Unternehmergewinn für den ganzen Bestandskomplex in einem Ansatze auswirft.

Letzteres könnte, wenn alle Bedingungen des Normalzustandes gegeben wären, nach der auf Seite 167 entwickelten Formel geschehen. Da aber Normalwaldungen in diesem Sinne nirgends existieren, so ist auch beim jährlichen Betriebe das Maximum der Wald-Erwartungswerte aller einzelnen Teile für die Bestimmung der vorteilhaftesten Bewirtschaftungsweise maßgebend. Selbstverständlich werden im Großbetriebe, der bekanntlich meist jährliche Erträge liefert, die in die Rechnung einzuführenden Zahlenwerte, insbesondere bezüglich der Ausgaben, häufig andere sein als bei kleinem Waldbesitz und aussetzendem Betriebe. Insbesondere aber wird die Frage zu beachten sein, ob für alle einzelnen Teile die gleiche (normale) Umtriebszeit eingehalten werden kann, oder ob — im Interesse der Ausgleichung der Jahreserträge und der Annäherung an den Normalzustand — Abweichungen von derselben geboten erscheinen. Im letzteren Falle läßt sich der Wald-Erwartungswert nur auf Grund eines speziellen Betriebsplanes berechnen und wird dessen Höhe auch von dem gewählten Forsteinrichtungsverfahren abhängig sein. Vgl. unten II. Abschnitt, 1. Titel, I, 1 C.

Geschichtliches.

Hundeshagen war der Erste, welcher zu statischen Zwecken thatsächlich den Unternehmergewinn berechnete, indem er sämtliche Produktionskosten von den Rauherträgen in Abzug brachte. Er nannte diese Differenz den eigentlichen oder wahren Reinertrag [1]), obgleich ihm der Ausdruck „Unternehmen" im Sinne der Ökonomen nicht ungeläufig war [2]). Mit voller Klarheit unterschied Hundeshagen die Arten des Einkommens, welche die Waldwirtschaft gewähren kann, und namentlich die Fälle, in welchen der Unternehmer das ganze Einkommen oder nur gewisse Teile desselben bezieht, je nachdem er Eigentümer der bei der Waldwirtschaft thätigen Kapitalien ist, oder die Kapitalien borgen und die Arbeit andern überlassen muß [3]). Weiter wies Hundeshagen nach, daß und warum die Interessen

1) Encyklopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., (1828) II, S. 297.

2) Forstliche Berichte und Miscellen, II, S. 189.

3) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 696.

von den Kapitalwerten des Bodens[1]) und des Holzvorrates[2]) unter dem Produktionsaufwande zu verrechnen seien[3]), und daß man einen Fehler begehe, wenn man die Differenz zwischen dem Rohertrage und den bloßen baren Produktionskosten als Waldbodenrente bezeichne, während sie doch die Interessen für das Boden- und Materialkapital vorstelle[4]). Endlich behandelt Hundeshagen, nach der Methode des Unternehmergewinns mehrere statische Aufgaben, insbesondere die Wahl der Holzart, Betriebsart und Umtriebszeit, und zwar sowohl für den jährlichen wie für den aussetzenden Betrieb.

Den von den Ökonomen schon lange gebrauchten Ausdruck Unternehmergewinn finden wir in der forstlichen Litteratur zuerst in Königs Forstmathematik[5]). König will den Unterschied zwischen dem Boden-Erwartungswert (von ihm Boden-Bewaldungswert genannt) und dem Kaufpreise des Bodens berechnet wissen, um hiernach den von der Bewaldung zu erwartenden Gewinn zu bestimmen.

Preßler bezeichnet den Unterschied zwischen Ertrag und Produktionsaufwand als Wirtschafts-Nutzeffekt[6]), neuerdings auch als Unternehmergewinn[7]). Er berechnete denselben außerdem als jährliche Rente und als Nachwert, bezogen auf das Ende der Umtriebszeit. Preßler forderte die Waldbesitzer auf, die Nutzeffekte ihrer Betriebsweisen zu kalkulieren und diese Effekte durch Vermehrung der Einnahmen, durch zeitigere Nutzung der Neben- und Zwischenerträge und durch Verminderung der Produktionskosten auf den höchsten Betrag zu bringen.

---

1) Hundeshagen nimmt übrigens die Interessen des Bodenkapitalwertes unter die Produktionskosten dann nicht auf, wenn das Grundstück ohne Bewaldung gar keiner andern Benutzung fähig ist (Encyclopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., II, § 704). Er begeht hier denselben Fehler wie König, welcher bei der Ermittelung der laufend-jährlichen Verzinsung die Waldbodenrente dann außer Acht läßt, wenn der Waldboden keinen andern Nutzungswert hat (siehe II. Abschnitt, I. Titel, I, 1, A, S. 200). Wir finden indessen diesen Fehler auch in anderen — älteren und neueren — Schriften.

2) Hundeshagen brachte den normalen Vorrat stets als Verbrauchswert in Rechnung, was ihm jedoch eher nachzusehen ist, als einigen neueren Schriftstellern, welche die Veranschlagung des Bestandswertes nach dem Kostenwerte kannten und von derselben in dem vorliegenden Falle dennoch keinen Gebrauch machten.

3) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 702. Forstabschätzung, S. 252.

4) Encyclopädie der Forstwissenschaft, II, § 706, 7.

5) 2. Auflage (1842), § 472.

6) Rationeller Waldwirth, II, S. 85.

7) Tharander Jahrbuch, 1881, S. 205.

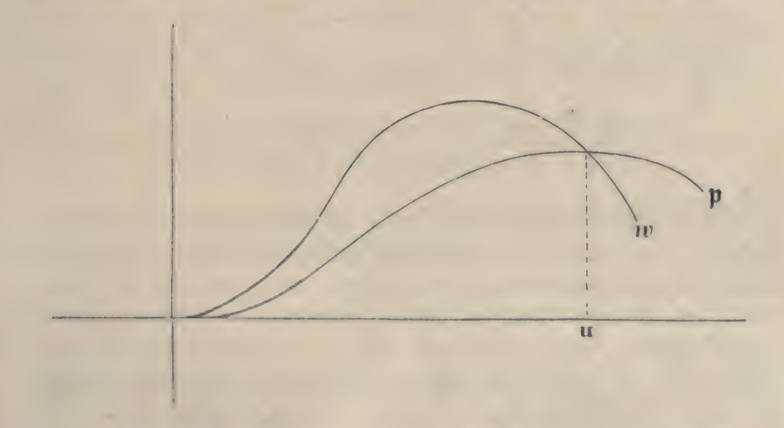
II. Untersuchungen über die Verzinsung des Produktionsaufwandes.

1) Laufend-jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes.

A. Aussetzender Betrieb.

a) Gang der laufend-jährlichen Verzinsung im allgemeinen. Die laufend-jährliche Verzinsung zeigt einen ähnlichen Gang, wie der laufend-jährliche Holzzuwachs. Sie ist anfangs sehr klein, steigt dann rasch, kulminiert früher und erreicht im Maximum einen höheren Betrag, als die durchschnittlich-jährliche Verzinsung.

So z. B. drückt sich für B = 362,56, V = 120, c = 24, p = 3 und die in Tabelle A angegebenen, durch Interpolation vervollständigten, Erträge der Gang der laufend-jährlichen und der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung durch die nachstehende Figur aus.



Je mehr der Boden-Erwartungswert den Boden-Kostenwert übertrifft, um so länger dauert es, bis das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung auf eine bestimmte Größe sinkt.

b) Erscheint der Bodenwert im Produktionsaufwande als Maximum des Boden-Erwartungswertes, so ist das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung von demjenigen Zeitpunkt an, in welchem der Unterschied der Bestandsverbrauchswerte zweier auf einander folgenden Jahre gleich dem Unterschied der zugehörigen Bestands-Kostenwerte wird, bis zur Kulmination des Boden-Erwartungswertes größer und nachher kleiner, als das der Rechnung unterstellte Wirtschaftsprozent p.

Beweis. Wie wir S. 170 gesehen haben, drückt sich das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung des Produktionsaufwandes durch die Formel

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0\,p^{m-a} + \cdots)}$$

aus.

Nun läßt sich nachweisen, daß w dann gleich p sein würde, wenn die Bestands-Verbrauchswerte A_m, A_{m+1} als Bestands-Kostenwerte sich verrechnen ließen. Denn es würde in diesem Falle der Zähler des vorstehenden Bruches =

$$(A_{m+1} - A_m)\,100$$

$$= ((B + V)(1{,}0\,p^{m+1} - 1) + c\,1{,}0\,p^{m+1} - (D_a 1{,}0p^{m+1-a} + \cdots)$$

$$- [(B + V)(1{,}0p^m - 1) + c\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)]\,100$$

$$= [(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots)]\,0{,}0p \cdot 100$$

und das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung

$$w = \frac{[(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots)]\,p}{(B + V + c)\,1{,}0p^m - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots)} = p$$

sein.

Nach Seite 99 ist der Bestands-Kostenwert vor und nach dem Jahre u, in welchem der Boden-Erwartungswert kulminiert, größer als der Bestands-Verbrauchswert. Wenn nun aber auch der Unterschied der Bestands-Verbrauchswerte zweier auf einander folgenden Jahre anfangs kleiner sein kann, als der Unterschied der Bestands-Kostenwerte, so muß doch mit der Annäherung an u ein Zeitpunkt eintreten, in welchem $A_{m+1} - A_m = Hk_{m+1} - Hk_m$ wird. Von diesem Zeitpunkt an bis zum Jahre u ist $A_{m+1} - A_m$ dauernd größer als $Hk_{m+1} - Hk_m$, während nachher $Hk_{m+1} - Hk_m$ von $A_{m+1} - A_m$ nicht mehr erreicht wird, wenn nicht ein zweites Maximum des Boden-Erwartungswertes eintritt, für welches dann wieder die nämlichen Verhältnisse wie für das erste gelten würden. Da nun aber für $A_{m+1} - A_m \gtrless Hk_{m+1} - Hk_m$ das Prozent w der laufend-jährlichen Verzinsung $\gtrless$ p ist, so ergiebt sich hieraus die Richtigkeit des unter b) aufgestellten Satzes.

B. Jährlicher Betrieb. Die laufend-jährliche Verzinsung dieses Betriebes stimmt mit der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überein. Die Gesetze der letzteren werden unter 2) entwickelt werden.

2) **Durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes.**

Es läßt sich hier eine Reihe von Sätzen aufstellen, welche den für den Unternehmergewinn gefundenen zumeist analog sind. Da aber die Wahl zwischen zweien gleichartigen Wirtschaftsverfahren in dem Falle, wenn die Produktionskapitalien ungleich sind, nicht mehr durch die Höhe der Verzinsung jedes einzelnen Kapitals bestimmt wird, so muß auch noch die Verzinsung des Unterschiedes der Produktionskapitalien untersucht werden.

A. Die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionskapitals ist um so größer, je mehr der Boden-Erwartungswert den Boden-Kostenwert übertrifft.

a) Aussetzender Betrieb. Führt man in dem Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a\,1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q})p}{(B + V + C_u)(1{,}0p^u - 1)},$$

durch welchen das Prozent p der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung nach Seite 171 bestimmt wird, anstatt

$$\frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}$$

die nach der Faustmannschen Be-Formel hiermit gleichwertigen Summen $(Be_u + V + C_u)$ ein, so ergiebt sich

$$p = \frac{Be_u + V + C_u}{B + V + C_u} \cdot p,$$

woraus die Richtigkeit des oben ausgesprochenen Satzes unmittelbar folgt.

b) Jährlicher Betrieb. Für diesen bestimmt sich das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung durch die Formel

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)p}{(B + V + C_u)(1{,}0p^u - 1) - [D_a(1{,}0p^{u-a} - 1) + \cdots]}.$$

Führt man hierin anstatt $(V + C_u)(1{,}0p^u - 1)$ den nach der Faustmannschen Formel gleichwertigen Ausdruck

$$A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q \cdot 1{,}0p^{u-q} - Be_u(1{,}0p^u - 1)$$

ein, so ergiebt sich nach einigen Reduktionen

$$p = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q)p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - (Be_u - B)(1{,}0p^u - 1)}.$$

Je größer der Unterschied zwischen Be_u und B ist, um so kleiner gestaltet sich der Nenner des Bruches, um so größer wird also p ausfallen.

B. **Erscheint der Bodenwert im Produktionskapital als Erwartungswert, so ist für jede Umtriebszeit p = p.**

Dieser Satz folgt unmittelbar aus den beiden soeben unter A., a) und b) entwickelten Formeln.

C. **Erscheint der Bodenwert im Produktionskapital als Maximum des Erwartungswertes, so ist die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionskapitals am größten bei Einhaltung derjenigen Umtriebszeit, für welche der Boden-Erwartungswert kulminiert.**

Beweis. Nach Satz B ist das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung für jede Umtriebszeit, bei Unterstellung des Boden-Erwartungswertes dieser Umtriebszeit, gleich p. Führt man nun in der Formel der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung anstatt B das Maximum des Boden-Erwartungswertes ein, so ergiebt sich, daß p nur für diejenige Umtriebszeit, in welcher der Bodenwert kulminiert, den Wert p beibehält, für jede andere Umtriebszeit dagegen kleiner als p sich gestalten muß.

Da die Produktionskapitalien verschiedener Umtriebszeiten wegen der wechselnden Größe des Kulturkostenkapitals ungleich sind, so könnte Satz C. nach dem unter 3. A, S. 173 Bemerkten nur dann die Wahl der Umtriebszeit bestimmen, wenn man über die, allerdings nicht gerade erhebliche, Differenz der Kulturkostenkapitalien hinaussehen wollte. Bei dem jährlichen Betriebe ist der Unterschied der Produktionskapitalien zu bedeutend, um vernachlässigt werden zu können; für diesen Betrieb kommt dann der nun folgende Satz D zur Anwendung, welcher übrigens auch für den aussetzenden Betrieb gilt.

D. **Erscheint der Bodenwert im Produktionskapital als Maximum des Erwartungswertes, so verzinst sich ein Überschuß an Produktionskapital, welcher einer niederern oder höheren Umtriebszeit als derjenigen des größten Boden-Erwartungswertes zukommt, zu weniger als p Prozent, während ein derartiger Überschuß, wenn er der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes angehört, mehr als p Prozent liefert.**

Beweis. Nennen wir u die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes, m irgend eine andere Umtriebszeit, welche größer oder kleiner als u sein kann, bezeichnen wir ferner mit ^uR, ^mR die jährlichen Rauhertragsrenten, mit ^uP, ^mP die Produktionskapitalien

jener Umtriebszeiten, so ist das Prozent, zu welchem der Unterschied $^{u}P - {}^{m}P$ der Produktionskapitalien sich verzinst,

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{({}^{u}R - {}^{m}R)\,100}{{}^{u}P - {}^{m}P}.$$

Nehmen wir weiter an, daß der Bodenwert in ^{u}P als Erwartungswert erscheine, so hat man nach Satz B, S. 182,

$$\frac{{}^{u}R}{{}^{u}P}\,100 = p.$$

Unterstellt man ferner, daß der Bodenwert in ^{m}P ebenfalls das Maximum des für die Umtriebszeit u sich berechnenden Erwartungswertes sei, so ist nach Satz C, S. 182,

$$\frac{{}^{m}R}{{}^{m}P}\,100 < p, \text{ also z. B. } \frac{{}^{m}R}{{}^{m}P}\,100 = p - x.$$

Aus den vorstehenden Gleichungen folgt

$${}^{u}R = \frac{p\,{}^{u}P}{100};\ {}^{m}R = \frac{(p - x)\,{}^{m}P}{100}.$$

Setzen wir diese Werte in die obige Gleichung für $\mathfrak{p}_1$ ein, so erhalten wir

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{p\,{}^{u}P - (p - x)\,{}^{m}P}{{}^{u}P - {}^{m}P} = p + \frac{x\,{}^{m}P}{{}^{u}P - {}^{m}P}.$$

Bei dem aussetzenden Betriebe ist für $m < u$ das Kulturkostenkapital der m-jährigen Umtriebszeit größer als dasjenige der u-jährigen Umtriebszeit, also $^{m}P > {}^{u}P$, oder $^{u}P - {}^{m}P$ negativ und $\mathfrak{p}_1 < p$; es verzinst sich somit der Überschuß an Produktionskapital, welcher der m-jährigen Umtriebszeit zukommt, zu weniger als p Prozent. Für $m > u$ ist dagegen $^{m}P < {}^{u}P$, daher $\mathfrak{p}_1 > p$, d. h. der Überschuß an Produktionskapital, welchen die u-jährige Umtriebszeit gegenüber einer höheren enthält, verzinst sich zu mehr als p Prozent.

Bei dem jährlichen Betriebe ist $^{u}P - {}^{m}P$ für $m < u$ positiv, also $\mathfrak{p}_1 > p$, für $m > u$ dagegen negativ, also $\mathfrak{p}_1 < p$; d. h. es verzinst sich der Überschuß an Produktionskapital, welchen die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes gegenüber einer niederen Umtriebszeit enthält, zu mehr als p Prozent, während der Überschuß an Produktionskapital, welcher einer höheren als der u-jährigen Umtriebszeit zukommt, sich zu weniger als p Prozent verzinst.

Anmerkung 1. Da bei dem aussetzenden Betriebe das Kapital des Bodenwertes in ^{u}P gegen dasjenige in ^{m}P sich streicht, so folgt hieraus,

daß der vorstehende Satz bei jenem Betriebe für jeden Bodenwert, also nicht blos für das Maximum des Boden-Erwartungswertes, gilt. Der Beweis hierfür läßt sich auch direkt führen.

Dagegen hängt bei dem jährlichen Betriebe p_1 wesentlich von der Größe des Bodenwertes ab, mit welchem man den normalen Vorrat berechnet. Unterstellt man $B < Be_u$, so kann sich ein Überschuß an Produktionskapital, welcher einer höheren als der u jährigen Umtriebszeit zukommt, zu mehr als p Prozent verzinsen. Der Unternehmer könnte hiernach, um eben noch p Prozent von seinen Kapitalien zu erlangen, eine höhere Umtriebszeit einhalten. Dagegen würde derselbe in diesem Falle auf den Gewinn verzichten, welcher für ihn gerade aus dem Umstande entspringt, daß er den Vorrat billiger hergestellt hat.

In Bezug auf die Größe des Bodenwertes, aus dessen Rente der Vorrat (wenigstens zum Teil) sich bildet, haben wir zwei Fälle zu unterscheiden.

1. Der Boden besitzt für eine andere Benutzungsweise einen höheren Wert, als das Maximum des forstlichen Erwartungswertes. In diesem Falle wird das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung überhaupt unter den Betrag von p sinken, also die Waldwirtschaft aufzugeben sein, weil dieselbe mit Verlust produziert. Müßte dieselbe dagegen aus irgend einem Grunde (z. B. aus Rücksicht auf den klimatischen Einfluß des Waldes) beibehalten werden, so würde man zur Bestimmung der vorteilhaftesten Umtriebszeit den normalen Vorrat dennoch aus dem Maximum des Boden-Erwartungswertes herzuleiten haben, weil nur unter dieser Bedingung diejenige Umtriebszeit gefunden werden kann, für welche der Verlust ein Minimum wird.

2. Es wird für den Boden zeitweilig weniger als das Maximum des Erwartungswertes geboten. In diesem Falle wird der Unternehmer die Umtriebszeit nicht sogleich ändern, weil er erwarten darf, daß der Bodenpreis sich wieder heben wird. Könnte man dagegen überzeugt sein, daß der Bodenpreis dauernd unter dem Maximum des Erwartungswertes beharren werde, so würde hieraus hervorgehen, daß das geforderte Prozent p zu hoch gegriffen und daß dasselbe auf denjenigen Betrag zu ermäßigen sei, für welchen $B = Be_u$ wird.

Aus Vorstehendem ergiebt sich, daß zur Bestimmung derjenigen Umtriebszeit, für welche das Produktionskapital die höchste Rente liefert, bei der Veranschlagung des normalen Vorrates nur das Maximum des Boden-Erwartungswertes unterstellt werden darf.

Anmerkung 2. Bisher haben wir sowohl bei der laufend-jährlichen als bei der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Produktionsaufwandes den Bodenwert, die Kulturkosten (bezw. das Kulturkostenkapital), das Kapital der jährlichen Kosten und den normalen Vorrat (beim jährlichen Betriebe) in dem Produktionsfonds aufgeführt. Es läßt sich jedoch die Frage aufwerfen, ob es nicht rätlich oder gar geboten sei, nur diejenigen Teile des Produktionsaufwandes, welche der Unternehmer von vornherein in Händen haben muß, um die Wirtschaft beginnen und betreiben zu können, in den

Nenner des Bruches, durch welchen die Verzinsung sich ausdrückt, aufzunehmen, dagegen solche Produktionskosten, welche aus dem jährlichen Rauhertrage bestritten werden können, an dem letzteren (also im Zähler) in Abzug zu bringen. Zu den Kosten dieser Art würden z. B. diejenigen für Verwaltung, Schutz und Steuern, sowie die Kulturkosten gehören. Die vorliegende Frage beantwortet sich folgendermaßen:

1. Laufend-jährliche Verzinsung. Nimmt man als Produktionsfonds vom Jahr o nur den Bodenwert an und bringt man die jährliche Rente der prolongierten Kulturkosten, sowie des prolongierten Kapitals der jährlichen Kosten von $A_{m+1} - A_m$ in Abzug, setzt man dagegen die Rente der prolongierten Vornutzungen $A_{m+1} - A_m$ zu, so läßt sich der unter b auf Seite 179 aufgestellte Satz ebenfalls beweisen. Es ist also in Bezug auf diesen vollkommen gleichgültig, ob man p_1 nach der einen oder der anderen Methode berechnet.

2. Durchschnittlich-jährliche Verzinsung. Läßt man bei dem aussetzenden Betriebe das Produktionskapital ebenfalls nur aus dem Bodenwert bestehen, bringt man also die Rente des Kulturkostenkapitals und des Kapitals der übrigen Kosten von der Rauhertragsrente (im Zähler) in Abzug und nennt man das unter diesen Voraussetzungen ermittelte Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung $\mathfrak{p}_1$, während man das in der früheren Weise (s. S. 171 unter a) festgestellte Prozent mit $\mathfrak{p}$ bezeichnet, so erhält man

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{B e_u}{B} \cdot p.$$

Und setzt man für den jährlichen Betrieb das Produktionskapital nur aus dem Bodenwerte und dem normalen Vorrate zusammen, bringt man also die Kulturkosten und die Kosten für Verwaltung, Schutz und Steuern von dem jährlichen Rauhertrag (im Zähler) in Abzug, so findet man nach einigen Reduktionen

$$\mathfrak{p}_1 = \frac{(A_u + D_a + \cdots + D_q - uv - c)\, p}{A_u + D_a + \cdots + D_q - uv - c - ({}^uB - B)(1{,}0p^u - 1)}.$$

Die unter A, B und C aufgestellten Sätze lassen sich nun ohne Mühe ebenso für $\mathfrak{p}_1$ beweisen, wie für $\mathfrak{p}$. Und da Satz D auf die Sätze B und C sich stützt, so stellt sich Satz D auch dann als richtig dar, wenn das Produktionskapital für den aussetzenden Betrieb nur aus dem Bodenwerte und für den jährlichen Betrieb aus dem Bodenwerte und dem Werte des normalen Vorrates besteht.

Man kann überhaupt sowohl die laufend-jährliche, als auch die durchschnittlich-jährliche Verzinsung für jeden einzelnen Teil des Produktionsfonds berechnen, muß aber dann die Interessen der übrigen Teile von der Rauhertragsrente in Abzug bringen. Man sieht in diesem Falle diese Interessen als Unkosten an.

Geschichtliches.

Die Berechnung des Prozentes einer gleichmäßigen jährlichen Verzinsung finden wir bereits in Hundeshagens „Waldwertberechnung" (2. Abteilung der „Forstabschätzung" von 1826) an mehreren Beispielen ausgeführt.

Hundeshagen ermittelte zuerst den Unternehmergewinn unter Zugrundelegung des landesüblichen Zinsfußes (5%) und suchte dann, wenn er einen negativen Wert erhielt, das Prozent auf, mittelst dessen der Unternehmergewinn auf Null gebracht wird. Für den aussetzenden Betrieb berechnete er den Unternehmergewinn als Vorwert; dabei wendete er zur Diskontierung auch der Erträge das Prozent an, welches das Gleichgewicht zwischen den Kosten und den Erträgen herstellt.

Das Verfahren zur Bestimmung der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung, welches wir S. 171 unter a) dargestellt haben, hat zuerst König[1]) angegeben. Man soll dasselbe (nach König) benutzen, um den Gewinn einer Bewaldung von geringem Fruchtlande, Waldblößen und Weideflächen in Prozenten anzuschlagen.

Preßler wandte eben dieses Prozent (welches er „thatsächliches oder ertragsmäßiges Wirtschaftsprozent" nannte) zuerst zur Ermittlung der wirtschaftlichen Reifezeit der Holzbestände an[2]). Eine andere Methode der Prozentberechnung lehrte er S. 87 seiner im Jahre 1859 erschienenen „forstlichen Finanzrechnung" (dem 2. Buche des „Rationellen Waldwirts"), indem er die Vorschrift erteilte, die Erträge mittelst des „geforderten" Wirtschaftsprozentes, dagegen die Rente des Kostenkapitals mittelst desjenigen Prozentes auf das Ende der Umtriebszeit zu prolongieren, durch welches der Nachwert der Erträge dem Nachwerte der Kosten gleichgestellt wird. Zur Kapitalisierung der Kosten gebrauchte er gleichfalls das geforderte Wirtschaftsprozent.

Die Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung findet der Leser im II. Abschnitt, I. Titel unter I, 1, A, S. 199.

---

1) Forstmathematik, 2. Aufl., 1842, § 472.

2) Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 53.

II. Abschnitt.

Behandlung einiger Aufgaben der forstlichen Rentabilitätsrechnung.

Als nächstliegende Aufgabe der forstlichen Rentabilitätsrechnung ist ohne Zweifel die Bestimmung der vorteilhaftesten Benutzungsart des vorhandenen Bestandsmaterials anzusehen, wobei die Frage der Umtriebszeit in erster Linie in Betracht kommt. An sie schließt sich dann die weitere Frage an, wie der Waldboden nach erfolgtem Abtriebe fernerhin zu benutzen sei: ob die land- oder die forstwirtschaftliche Verwendung vorzuziehen; im letzteren Falle: welche Holz- und Betriebsart, Umtriebszeit, welche Methode der Bestandsbegründung und -Erziehung für die Nachzucht zu wählen sei.

Wenn wir im Folgenden diese Fragen einzeln besprechen, so kann dabei eine ganz scharfe Trennung derselben nicht durchgeführt werden. Denn es kommt schon beim Abtrieb der vorhandenen Bestände außer dem Alter auch die Verjüngungsart (im Kahl- oder Femelschlagbetriebe ꝛc.) in Betracht und muß unter Umständen zugleich auf die Bildung eines normalen Holzvorrats für den folgenden Umtrieb Rücksicht genommen werden.

1. Titel.

Wahl der Umtriebszeit.

Die Bestimmung der vorteilhaftesten Umtriebszeit richtet sich nach dem Zwecke, welchem die Wälder dienen sollen. Dieser Zweck kann ein zweifacher sein, nämlich 1. Herstellung günstiger Einflüsse auf den Boden und das Klima, 2. Erzeugung von Produkten, durch welche sich der Waldeigentümer ein Einkommen verschafft, indem er dieselben entweder in seinem eigenen Haushalt verwendet oder sie

gegen andere Güter umtauscht. Wir unterscheiden hiernach Schutzwaldungen und Ertragswaldungen[1]).

In allen denjenigen Fällen, in welchen ein Schutzwald notwendig ist und sich nicht durch ein anderes, billigeres Hülfsmittel ersetzen läßt, muß derselbe nicht blos erhalten, sondern auch mit derjenigen Umtriebszeit behandelt werden, bei welcher die von ihm erwarteten Wirkungen in dem gewünschten Maße eintreten. Ob und in wie weit die Umtriebszeiten der Schutzwaldungen sich von den Umtriebszeiten der Ertragswaldungen zu unterscheiden haben, ist bis jetzt eine offene Frage. Die Beantwortung derselben fällt der forstlich-angewandten Naturforschung anheim. Wir werden im Nachstehenden nur die Bestimmung der Umtriebszeit der Ertragswaldungen behandeln.

Bei größeren Waldungen, welche im jährlichen Betriebe bewirtschaftet zu werden pflegen, wird das spezielle Abtriebsalter einzelner Bestände, wegen abnormer Beschaffenheit derselben oder aus Rücksichten der Ertrags-Ausgleichung oder der Annäherung an den „Normalzustand" der Betriebsklasse, häufig von der allgemeinen Umtriebszeit, welche dem Forsteinrichtungswerke zu Grunde liegt, mehr oder weniger abweichen müssen. Wir werden also auch diesen Unterschied im Auge behalten.

Die verschiedenen Methoden, welche man zur Ermittelung der sog. „vorteilhaftesten Umtriebszeit" in Vorschlag gebracht hat, unterscheiden sich hauptsächlich durch das Maß des Einflusses, welchen sie dem Geldwerte des Holzes und dem Produktionsaufwand einräumen. Auf alle Faktoren des letzteren — Bodenwert, Kultur- und jährliche Kosten, Holzvorrat des Nachhaltbetriebs — nimmt nur die eigentliche „Reinertragslehre" Rücksicht, indem sie bei der Bestimmung der sog. finanziellen Umtriebszeit sich von der Forderung leiten läßt, daß alle jene Produktionsaufwände durch die Erträge des Waldes Deckung finden sollen. Im Gegensatze hierzu werden bei allen übrigen Methoden der Umtriebs-Bestimmung einzelne jener Faktoren vernachlässigt: bei der „Umtriebszeit des größten Waldreinertrags" der Kapitalwert des Holzvorrats; bei derjenigen des „größten Brutto-Geldertrags" sämtliche Ausgaben; bei derjenigen des „größten Holzmassenertrags" auch der Gebrauchs- und Geldwert der Maßeinheit. Nur auf den letzteren endlich nehmen,

---

1) Man könnte auch noch „Parkwaldungen" unterscheiden, d. h. solche Waldungen, welche dem Menschen durch die Schönheit ihrer Formen rc. ästhetische Genüsse gewähren.

unter Vernachlässigung des Massenertrags und des Produktionsaufwandes, die „technische Umtriebszeit“ sowie diejenige des „größten Gebrauchswertes“ Rücksicht.

Die genannten Methoden sollen nachstehend im einzelnen erläutert und besprochen werden.

I. Finanzielle Umtriebszeit.

Hierunter verstehen wir diejenige Umtriebszeit, welche das größte reine Einkommen gewährt.

1) Methoden zur Bestimmung der finanziellen Umtriebszeit.

Wie bereits angedeutet, kann das Rechnungsverfahren ein verschiedenes sein, jenachdem es sich um den Abtrieb eines einzelnen Bestandes oder um die Wahl zwischen mehreren solchen, deren Verjüngung in Frage kommt, oder um die allgemeine Umtriebszeit einer Betriebsklasse handelt.

A) Vorteilhafteste Abtriebszeit einzelner Bestände.

Als solche ist nach Abschnitt I dasjenige Hiebsalter anzusehen, für welches sich der größte Unternehmergewinn oder — da hier keine verschiedenen Produktionsaufwände in Betracht kommen — die höchste durchschnittliche Verzinsung des Produktionsfonds berechnet. Für beides ist, wie wir gesehen haben, das Maximum des Walderwartungswertes ($Be_u + He_m$) entscheidend. Dies kann entweder direkt berechnet oder indirekt nach Maßgabe der laufenden Verzinsung des Produktionsaufwandes aufgesucht werden.

a) Bestimmung der vorteilhaftesten Abtriebszeit nach Maßgabe des größten Walderwartungswertes.

Der letztere berechnet sich bekanntlich allgemein nach der Formel

$$We_m = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + Be + V}{1{,}0p^{x-m}} - V,$$

worin unter m das gegenwärtige Holzalter, unter x die gesuchte Abtriebszeit, unter A_x, D_n ... die im laufenden Umtriebe noch zu erwartenden Erträge, unter V das Kapital der jährlichen Kosten und unter Be der Boden-Erwartungswert des künftigen Betriebes, resp. der auf das Ende des laufenden Umtriebs diskontierte Vorwert aller künftigen reinen Erträge zu verstehen sind. Alle diese Posten sowie der Wirtschaftszinsfuß p müssen veranschlagt (bezw. berechnet) werden; der letztere vorkommenden Falles unter Berücksichtigung der wahr-

scheinlichen Preisveränderungen, falls man es nicht vorzieht, diese direkt in Ansatz zu bringen.

α) Bei normalen Beständen, und wenn auch für die Zukunft Fortführung des seitherigen Betriebs unterstellt werden darf, läßt sich die Rechnung wesentlich vereinfachen, weil hier die Umtriebszeit des größten Wald- oder Bestands-Erwartungswertes mit derjenigen des größten Boden-Erwartungswertes sich deckt. Es braucht also nur dieser letztere aus der entsprechenden Ertragstafel abgeleitet zu werden. Da aber — bis jetzt wenigstens — unsere Ertragstafeln meist nur auf geschlossene reine Hochwaldbestände der am häufigsten vorkommenden Holzarten (Buche, Eiche, Kiefer, Fichte, Tanne) sich beziehen; so kann diese Art der Umtriebsbestimmungen nur auf den Kahlschlagbetrieb im Hochwalde angewendet werden, nicht aber auf Mittel- und Niederwaldungen, gemischte und ungleichaltrige Bestände, sowie auf alle diejenigen Betriebsarten, welche den besonderen „Lichtungszuwachs" auszunutzen suchen. Die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes wird also in praxi nur in sehr beschränktem Umfange als maßgebend betrachtet werden dürfen; um so mehr, als sie wegen der Unsicherheit ihrer Grundlagen eine stets veränderliche Größe darstellt. Vgl. unten Nr. 4.

Geschichtliches.

Pfeil lehrte schon zu Anfang des dritten Jahrzehntes dieses Jahrhunderts, daß die vorteilhafteste Umtriebszeit diejenige sei, für welche sich der größte Bodenwert berechnet. Im II. Bande seines Werkes „Grundsätze der Forstwirthschaft in Bezug auf die Nationalökonomie und die Staatsfinanzwissenschaft", 1824, sagt er S. 256: „Ueberblicken wir die in diesem Abschnitte aufgestellten Schlußfolgen, die verschiedenen nachgewiesenen Berechnungen, so muß sich uns auch der Grundsatz als ebenso richtig, wie gefahrlos, ebenso sehr dem Vortheile des Einzelnen, wie des Ganzen angemessen darstellen, daß wir am vortheilhaftesten die Waldwirthschaft von dem möglichst hohen sicheren Geldertrage abhängig machen, und daß diejenige die wünschenswertheste Erzeugung sei, welche ihn gewährt". Ferner „Kritische Blätter", I, 2, 1823, S. 322: „Das Verfahren, um den Zeitpunkt zu erfahren, in welchem das Holz mit dem größten Geldertrage zu benutzen ist, wird wie folgt sein müssen.... Man berechnet für jeden Umtrieb den Werth des Bodens mit Ausschluß des schon jetzt darauf stehenden Holzes". Faustmann (v. Wedekind's Neue Jahrbücher der Forstkunde, 2. Folge, 3. Band, 4. Heft, 1853, S. 358 ff.) war aber wohl der Erste, welcher die Regel, daß man zur Vergleichung der Rentabilität verschiedener Umtriebszeiten den Unterschied zwischen den Kapitalwerten der Erträge und Produktionskosten, d. h. den Bodenwert oder die Rente jenes Unterschiedes, d. h. die Bodenrente berechnen müsse, streng mathematisch

begründete. Zugleich wies Faustmann nach, daß diejenige Umtriebszeit, welche man in einem gegebenen Falle als die vorteilhafteste für den aussetzenden Betrieb erkannt hat, dies auch für den jährlichen Betrieb ist. Preßler endlich (Rationeller Waldwirth, II, 1859, Cap. V. und Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 46, 50) wandte zur Ermittelung der finanziellen Umtriebszeit auch die Formel für die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionskapitals an und gab hierdurch der Lehre von der Umtriebsbestimmung eine neue wertvolle Grundlage.

β) Bei abnormen Beständen im weitesten Sinne des Wortes, d. h. allen solchen, deren künftige Erträge sich nicht ohne weiteres der Tafel entnehmen lassen, wären A_x, D_n .... besonders, etwa mit Hilfe des ad hoc ermittelten Zuwachsprozentes, zu veranschlagen, Be dagegen aus den Erträgen und Kosten des künftigen, forst- oder landwirtschaftlichen, Betriebes abzuleiten.

Selbstverständlich führt die Berechnung des Bestands-Erwartungswertes zu dem nämlichen Ergebnis wie diejenige des Wald-Erwartungswertes, weil beide sich nur um den konstanten Betrag Be von einander unterscheiden. In beiden Fällen wird unter Be grundsätzlich dasjenige Maximum des Boden-Erwartungswertes zu verstehen sein, welches mit Rücksicht auf die Marktfähigkeit der Produkte als wirklich erreichbar angesehen werden darf. Ein mäßiger Fehler in der Veranschlagung von Be wird übrigens in der Regel das Endergebnis nicht wesentlich beeinflussen, weil er bei nur einigermaßen wertvollen Holzbeständen gegenüber A_x nahezu verschwindet. Es wird daher häufig zulässig sein, den Bodenwert nur annähernd einzuschätzen.

Beispiel. Ein soeben durchforsteter 40 jähriger Kiefernbestand (Anlage A) soll durch lichtende Aushiebe um das 50. Jahr auf die Hälfte seiner Holzmasse reduziert und mit Buchen unterbaut werden. Für die stehen bleibenden Kiefern ist weiterhin ein jährlicher Massenzuwachs von 2 % zu unterstellen; für den Abtrieb derselben im 80., 100. oder 120. Jahre ein Festmeterpreis von 10, 14 und 16 Mark. Die Kosten des Unterbaues werden durch dessen Erträge gedeckt. Nach erfolgtem Abtrieb soll die Fläche mit Fichten angebaut werden, welche einen Bodenwert von 600 Mark in Aussicht stellen. Zinsfuß = 3 %, v = 3,6 Mark. Welches Abtriebsalter ist das vorteilhafteste?

Auflösung.

D_{50} = 133 fm = 633,6 Mark
A_{80} = $133 \times 1{,}02^{30}$ = 241 fm à 10 Mark = 2410 Mark
A_{100} = $133 \times 1{,}02^{50}$ = 358 „ à 14 „ = 5012 „
A_{120} = $133 \times 1{,}02^{70}$ = 532 „ à 16 „ = 8512 „

Hiernach berechnet sich für den Abtrieb im 80. Jahre:

$$We_{40} = \frac{2410 + 633{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 600 + 120}{1{,}03^{30}} - 120 = 1803 \text{ Mark.}$$

Ebenso für den Abtrieb im 100. und 120. Jahre: 1820 und 1680 Mark. Danach fiele die finanzielle Abtriebszeit in das 100. Jahr. Wäre der Be nur auf 400 oder 500 Mark zu schätzen, so würde das Resultat das nämliche bleiben; bei einem Bodenwert von 700 Mark und mehr dagegen wäre der Abtrieb im 80. Jahre vorteilhafter.

b) Bestimmung des vorteilhaftesten Abtriebsalters nach Maßgabe des sog. „Weiserprozentes", d. h. der laufenden Verzinsung des Produktionsaufwandes.

Auch die Untersuchung der laufenden Verzinsung bietet ein Mittel dar, um die Zeit der Hiebsreife eines Bestandes zu bestimmen, und dieses Hilfsmittel ist um so wertvoller, als die unter a) angeführten Rechnungsmethoden nur dann angewendet werden können, wenn man im Besitze von Geldertragstafeln ist, welche der betreffenden Örtlichkeit entsprechen.

Im Gegensatz zu der vorigen Methode bestimmt diejenige des „Weiserprozents" die Hiebsreife eines Bestandes nicht etwa dadurch, daß sie einen Maximalwert aufsucht; sie findet also die Abtriebszeit nicht in demjenigen Alter, in welchem w kulminiert. Denn wenn man einmal angenommen hat, daß die Betriebskapitalien der Waldwirtschaft bei anderweiter (gleich sicherer und annehmlicher) Anlage höchstens p % abwerfen können, so würde es nicht vorteilhaft sein, einen Bestand abzutreiben, dessen Wertzuwachs den Produktionsaufwand zu mehr als p % verzinst. Vielmehr verlohnt es sich, jeden Bestand so lange fortwachsen zu lassen, als sein $w \geq p$ ist. Erst von dem Zeitpunkte ab, wo w unter p zu sinken beginnt und dies Sinken auch durch keine wirtschaftliche Maßregel (Lichtungshieb u. dgl) sich aufhalten läßt, ist der Bestand als hiebsreif im Sinne der Reinertragslehre anzusehen. Weil also jener Prozentsatz w auf die Hiebsreife resp. das vorteilhafteste Abtriebsalter hinweist, ist ihm von Preßler der Name „Weiserprozent" beigelegt worden. Zu dem nämlichen Ergebnisse führt der auf Seite 179 unter b) entwickelte Satz.

Für das „Weiserprozent" selbst ist von den Schriftstellern eine ganze Reihe verschiedener Formeln aufgestellt worden, die sich übrigens alle auf die oben entwickelte Bedingungsgleichung des wirtschaftlichen Gleichgewichts (U-G. = 0), nämlich

$$\frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + Be_u + V}{1{,}0p^{x-m}} = Bk + V + Hk_m$$

zurückführen lassen. Wird hierin zur Berechnung des Be_u und Hk_m

sowie zur Prolongierung von $D_n \cdots$ der nach allgemeinen Erwägungen festgesetzte Zinsfuß p benutzt, dagegen im Nenner anstatt desselben ein unbekanntes w eingeführt, welches der Gleichung genügen soll, so ergiebt sich hierfür der Ausdruck (vgl. Seite 175)

$$1{,}0\,w^{x-m} = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + Be_u + V}{Bk + V + Hk_m} \quad . \; . \quad \text{I.}$$

Die Anwendung dieser Formel würde indessen keine geringeren, sondern vielmehr noch größere Schwierigkeiten verursachen, als die Berechnung des Waldwertes, weil dieselbe nicht allein Ermittelung des Be_u, also Vorhandensein passender Ertragstafeln, sondern auch Kenntnis der Kostenwerte des Bodens und Holzbestandes (Bk und Hk_m) voraussetzt, welche letztere in den allermeisten Fällen fehlen wird. Substituieren wir daher für Bk und Be_u einen eingeschätzten Bodenwert B, etwa den ortsüblichen Verkaufswert, und für Hk_m den Verbrauchswert A_m des Holzbestandes, so erhalten wir in

$$1{,}0\,w^{x-m} = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + B + V}{B + V + A_m} \quad . \; . \quad \text{II.}$$

einen Ausdruck, welcher mit der Judeichschen Weiserprozentformel II (vgl. dessen Forsteinrichtung, 4. Aufl., Seite 47) übereinstimmt und uns Aufschluß darüber giebt, zu welchem Zinsfuße bei Fortführung der Wirtschaft bis zum Jahre x die durch augenblicklichen Verkauf des Bodens und des Holzbestandes etwa zu erzielenden Kapitalien sich verzinsen werden. Dasjenige x, für welches w = p wird, bezeichnet die finanzielle Abtriebszeit. Wollte man aber unter B (im Zähler und Nenner) das erreichbare Maximum des Boden-Erwartungswertes verstehen, so würde das so berechnete w Aufschluß darüber geben, zu welcher Zeit der Übergang zu dem Wirtschaftsverfahren, welches diesem Bodenwerte entspricht, am vorteilhaftesten vorzunehmen wäre.

Einen der Judeichschen Formel I (a. a. O.) entsprechenden Ausdruck für w, nämlich

$$1{,}0\,w^{x-m} = \frac{A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + B + V + Hk_m - A_m}{B + V + Hk_m} \quad \text{III.}$$

erhalten wir, wenn wir die obige Bedingungsgleichung des wirtschaftlichen Gleichgewichts wie folgt transformieren:

$$A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots + B + V = (B + V)\,1{,}0p^{x-m} +$$
$$+ Hk_m\,(1{,}0p^{x-m} - 1) + A_m\,,$$

d. h. wenn die Forderung gestellt wird, daß die nach Abtrieb des Bestandes im Jahre x vorhandenen Werte Deckung gewähren sollen

1) für den Nachwert des Boden-Bruttokapitals $= (B + V) \cdot 1{,}0p^{x-m}$,
2) für den jetzt, im Jahre m, zu erzielenden Bestandes-Verkaufswert und
3) für die vom Jahre m bis x auflaufenden Zinsen des Bestandskostenwertes.

Setzen wir $A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots = A_m \cdot 1{,}0z^{x-m}$, wobei unter z der Prozentsatz des laufenden Bestandes-Wertzuwachses vom Jahre m bis x verstanden wird, so geht Formel II über in

$$1{,}0w^{x-m} = \frac{A_m\, 1{,}0z^{x-m} + B + V}{B + V + A_m} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad \text{IV.}$$

Der gesamte Wertzuwachs eines Bestandes läßt sich nach Preßler in drei Zuwachsarten zerlegen:

1) Massen- oder Quantitätszuwachs ist die Vermehrung der vorhandenen Masse durch das jährliche Wachstum.
2) Qualitätszuwachs ist der Unterschied der um die Erntekosten verminderten Preise, welche für die Kubikeinheit verschiedener Sortimente zu der nämlichen Zeit bezahlt werden.

   Der „Qualitäts- oder zweite Zuwachs ist", sagt Preßler, „hauptsächlich dadurch bedingt,

   a) daß bis zu einem gewissen Alter die älteren Bäume und Bestände verhältnismäßig weniger Erntekosten pro Masseneinheit verursachen,
   b) daß in der Totalmasse das Verhältnis des Nutzholzes zum Brennholze, das sog. Nutzholzprozent, ein vorteilhafteres wird,
   c) daß die Holzverbrauchswirtschaft die im älteren Baume und Bestande enthaltenen physisch und geometrisch vollkommneren Sortimente bis zu einem gewissen Grade durch Gewährung höherer Preise anerkennt". (P.s forstl. Hilfsbuch, 1869, S. 100).
3) Teuerungszuwachs ist der Unterschied der Preise, welche für die Kubikeinheit des nämlichen Sortimentes zu verschiedenen Zeiten gezahlt werden.

   Judeich unterscheidet einen absoluten und einen relativen Teuerungszuwachs. „Ersterer ist eine thatsächliche Änderung des Holzwertes, abgesehen von den Schwankungen des Geldwertes; letzterer wird bedingt durch die Änderungen des Geldwertes" (a. a. O. § 13).

   Für die Untersuchung der Hiebsreife darf ein Teuerungszuwachs nur insoweit in Ansatz gebracht werden, als er nicht schon bei der Feststellung des Wirtschaftsprozentes p in Rechnung genommen worden ist.

Bezeichnet man nach Preßler die Prozentsätze der drei Zuwachsarten mit a, b und c, so ist, wenn A den gegenwärtigen, A_n den Bestandswert nach Ablauf von n Jahren bedeutet,

$$A_n = A \cdot 1{,}0a^n \cdot 1{,}0b^n \,.\, 1{,}0c^n = A \cdot 1{,}0z^n\,,$$

$$1 + \frac{z}{100} = \left(1 + \frac{a}{100}\right)\left(1 + \frac{b}{100}\right)\left(1 + \frac{c}{100}\right).$$

Wird die Multiplikation auf der rechten Seite ausgeführt, so ergiebt sich

$$1 + \frac{z}{100} = 1 + \frac{a+b+c}{100} + \frac{ab+ac+bc}{100^2} + \frac{abc}{100^3}.$$

Hierin können die beiden letzten Glieder als sehr klein vernachlässigt werden; dann bleibt

$$z = a + b + c,$$

d. h. der Prozentsatz z des gesamten Bestandes-Wertzuwachses kann annähernd der Summe der drei Zuwachsprozente gleichgesetzt werden.

Die letzteren lassen sich aus den Massen oder Einheitswerten M und m, welche für Anfang und Ende einer n-jährigen Periode anzunehmen sind, allgemein mittelst der Formel

$$M = m \cdot 1{,}0p^n$$

ableiten, woraus $p = 100\left(\sqrt[n]{\frac{M}{m}} - 1\right)$ folgt. Wollte man, um die logarithmische Berechnung zu vermeiden, einfache Zinsrechnung zu Grunde legen, also

$$M = m\left(1 + \frac{np}{100}\right)$$

setzen, so würde man in

$$p = \frac{(M-m)\,100}{m \cdot n}$$

stets ein zu großes Resultat erhalten.

Die Preßlersche Näherungsformel

$$p = \frac{M-m}{M+m} \cdot \frac{200}{n}\,,$$

welche den mittleren Massenvorrat bezw. Einheitswert $\frac{M+m}{2}$ als Verzinsungskapital annimmt, im Übrigen aber nach einfachen Zinsen, d. h. nach der Proportion

$$p : 100 = \frac{M-m}{n} : \frac{M+m}{2}$$

rechnet, liefert gegenüber der Zinseszinsrechnung ein etwas kleineres Ergebnis, das aber bei nicht allzulangen Zeiträumen dem richtigen sehr nahe kommt. Dasselbe gilt in noch höherem Maße von der Kunzeschen Näherungsformel:

$$p = \frac{M - m}{M\,(n-1) + m\,(n+1)} \times 200\,.$$

(Vgl. dessen Holzmeßkunst, S. 227).

Beispiel. Ein Bestand enthalte

im Alter von 70 Jahren 356 fm à 7,3 = 2599 Mark

„ „ „ 80 „ 417 „ à 8,2 = 3419 „

so berechnet sich nach der strengen Zinseszinsformel für die Periode vom 70. bis 80. Jahre

$$a = 100\left(\sqrt[10]{\frac{417}{356}} - 1\right) = 1{,}60\,\%$$

$$b = 100\left(\sqrt[10]{\frac{8{,}2}{7{,}3}} - 1\right) = 1{,}17\,\%$$

$$z = 100\left(\sqrt[10]{\frac{3419}{2599}} - 1\right) = 2{,}78\,\%,$$

also z nur um 0,01 größer als die Summe von a und b.

Nach einfacher Zinsrechnung würde man erhalten:

$$a = \frac{(417 - 356)\,100}{10 \cdot 356} = 1{,}71\,\%$$

$$b = \frac{(8{,}2 - 7{,}3)\,100}{10 \cdot 7{,}3} = 1{,}23\,\%$$

$$z = \frac{(3419 - 2599)\,100}{10 \cdot 2599} = 3{,}16\,\%.$$

Dgl. nach den Näherungsformeln von

	Preßler	Kunze
a =	1,58 %	1,59 %
b =	1,16 %	1,17 %
z =	2,73 %	2,76 %.

Bezieht man in der Bedingungsgleichung des wirtschaftlichen Gleichgewichts das Weiserprozent w nur auf den Bestandeswertzuwachs, während B + V mit p % fortwachsend gedacht werden, so nimmt jene die Gestalt

$$A_x + D_n \cdot 1{,}0\,p^{x-n} + \cdots + Be_u + V = (Bk + V)\,1{,}0\,p^{x-m} + Hk_m\,1{,}0\,w^{x-m}$$

an. Wird nun wieder wie in Formel II $Be_u = B_k = B$ und $Hk_m = A_m$ gesetzt, ferner wie in Formel IV $A_x + D_n \cdot 1{,}0p^{x-n} + \cdots = A_m \cdot 1{,}0z^{x-m}$, so erhält man

$$A_m \cdot 1{,}0z^{x-m} + B + V = (B + V) \cdot 1{,}0p^{x-m} + A_m \cdot 1{,}0w^{x-m},$$

woraus

$$1{,}0\,w^{x-m} = 1{,}0\,z^{x-m} - \frac{(B+V)\,(1{,}0\,p^{x-m}-1)}{A_m} \qquad \text{V.}$$

folgt. Dies ist die Kraftsche Weiserprozentformel, wie sie in dessen „Beiträgen zur forstlichen Statik", 1887, S. 3 entwickelt ist. Vergleicht man dieselbe mit der obigen Formel IV, die sich auch in der Gestalt

$$1{,}0\,w^{x-m} = 1{,}0\,z^{x-m} - \frac{(B+V)\,(1{,}0\,w^{x-m}-1)}{A_m}$$

anschreiben läßt, so ergiebt sich, daß die Kraftsche Formel, so lange $w > p$, ein größeres, später, wenn w unter den Betrag p gesunken ist, ein kleineres Weiserprozent liefern muß. Nur für die finanzielle Abtriebszeit, wo $w = p$, sind die beiderseitigen Ergebnisse einander gleich. Die Kraftsche Formel ist also empfindlicher, d. h. sie läßt die Unterschiede zwischen w und p schärfer hervortreten.

Beispiel. Für den unter a (Seite 191) beschriebenen Bestand und für die Periode vom 40. bis 80. Jahre berechnet sich nach Formel II

$$1{,}0\,w^{40} = \frac{2410 + 633{,}6 \cdot 1{,}03^{30} + 600 + 120}{600 + 120 + 608{,}4} = 3{,}5132,$$

woraus $w = 3{,}19\,\%$ folgt. In gleicher Weise ergiebt sich

für die Zeit vom 80. bis 100. Jahre: $w = 3{,}07\,\%$,
" " " " 100. " 120. " : $w = 2{,}41\,\%$.

Behufs Anwendung der Formeln IV und V wäre zunächst das Bestandeswertzunahmeprozent z zu berechnen und zwar entweder durch Addition der Prozentsätze des Massen- und Qualitätszuwachses oder direkt aus den angegebenen Bestandswerten. Hierbei findet sich

für die Zeit vom 80. bis 100. Jahre: $z = 3{,}73\,\%$,
" " " " 100. " 120. " : $z = 2{,}68\,\%$.

Führt man nun diese Ziffern in Formel IV ein, so erhält man selbstverständlich die nämlichen Weiserprozente wie oben nach Formel II. Dagegen berechnet sich nach Formel V

für die Zeit vom 80. bis 100. Jahre: $w = 3{,}09\,\%$,
" " " " 100. " 120. " : $w = 2{,}32\,\%$.

Diese Zahlen bestätigen den oben mitgeteilten Satz über das gegenseitige Verhältnis beider Formeln.

In vielen Fällen der Praxis wird die Anwendung der letztgenannten Formeln den Vorzug verdienen, weil sie nur die Ermittelung des augenblicklichen Bestands-Verkaufswertes und des Massenzuwachsprozentes, sowie die Einschätzung des Boden-Bruttowertes

(B + V) und des Qualitätszuwachsprozentes erfordern, während Formel II die direkte Veranschlagung künftiger Erträge voraussetzt und die Formeln I und III sogar noch weitergehende Berechnungen nötig machen.

Indessen wird sehr häufig eine noch viel weiter gehende Vereinfachung der Rechnung Platz greifen können, wenn nämlich nicht sowohl das vorteilhafteste Abtriebsalter selbst ermittelt, sondern nur die Frage beantwortet werden soll, ob ein Bestand schon hiebsreif sei oder nicht. In diesem Falle genügt die Untersuchung des laufenden einjährigen Weiserprozentes; es ist also in den obigen Formeln $x = m + 1$ zu setzen und wir erhalten, da auch die Zwischennutzungen $D_n \cdots$ nunmehr wegfallen, aus Formel II:

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + A_m} \qquad \text{VI.}$$

Ebenso ergiebt sich aus Formel III:

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{B + V + Hk_m} \qquad \text{VII.}$$

Dies sind die nämlichen Ausdrücke, welche wir schon im I. Abschnitt, S. 170, für die laufend jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes entwickelt haben.

Die streng genommen nur für einjährigen Zuwachs giltige Formel VI kann übrigens auch benutzt werden, um aus Ertragstafeln, welche den Holzwert nur von n zu n Jahren angeben, das Weiserprozent für n jährige Perioden annähernd richtig abzuleiten. Man führt zu diesem Zwecke im Zähler anstatt $(A_{m+1} - A_m)$ den n ten Teil des gesamten periodischen Wertzuwachses und im Nenner an Stelle von A_m das arithemetische Mittel aus den beiden Bestandswerten zu Anfang und Ende der Periode ein.

So würde sich z. B. für den auf Seite 191 beschriebenen Kiefernbestand folgendes finden:

für die Zeit vom 80. bis 100. Jahre: $w = \frac{130{,}1 \times 100}{600 + 120 + 3711} = 2{,}94\,\%$,

" " " " 100. " 120. " : $w = \frac{175 \times 100}{600 + 120 + 6762} = 2{,}34\,\%$,

Weiter ergiebt sich durch Einführung des Wertes $x = m + 1$ in Formel IV:

$$w = z\,\frac{A_m}{B + V + A_m}, \qquad \text{VIII.}$$

d. h. das Weiserprozent verhält sich zum Wertzuwachsprozent des Bestandes wie der Verkaufswert des letzteren zu dem Gesamtwerte von

Boden- und Holzbestand einschließlich des Kapitals der jährlichen Kosten. Für z kann dabei wie oben die Summe a + b + c eingeführt werden; hiervon wäre a am Bestande selbst, etwa mit Hilfe des Zuwachsbohrers, zu ermitteln, b und c einzuschätzen.

Aus der Kraftschen Formel V läßt sich endlich in gleicher Weise dessen Formel für das einjährige Weiserprozent, nämlich

$$w = z - \frac{(B + V)\,p}{A_m} \qquad \text{IX.}$$

ableiten; ein Ausdruck, welcher selbstverständlich zu dem vorigen die nämlichen Beziehungen aufweist, wie Formel V zu Formel IV.

Zur Geschichte der Theorie der laufend-jährlichen Verzinsung.

1) Königs „Wertszunahmeprozent". Die Analogie, welche zwischen der Verzinsung eines Geldkapitals durch die Interessen und eines Holzbestandes durch den jährlichen Zuwachs besteht, liegt sehr nahe. Es kann daher nicht auffallen, daß Versuche zur Anwendung des „Zuwachsprozentes" auf die Bestimmung der Hiebsreife der Bestände schon in einer Zeit auftauchten, in welcher die Waldwertrechnung noch in den Kinderschuhen stand[1]). Jedoch betrachtete man damals den Zuwachs nur als den Zins der Holzmasse oder ihres Geldwertes, ohne die übrigen Produktionskapitalien zu berücksichtigen; d. h. man bestimmte das Verzinsungsprozent lediglich nach der Formel

$$\frac{(M_{m+1} - M_m)\,100}{M_m} \text{ bezw. } \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m}$$

Klarere Begriffe über den vorliegenden Gegenstand finden wir zuerst in Königs Forstmathematik. König bestimmte das „reine" Wertzunahmeprozent vom Holzbestande, indem er von der laufend-jährlichen Wertsmehrung des letzteren die „Waldnutzungskosten" (d. h. die Kosten für Verwaltung 2c., also unser v) und die Bodenrente, soweit letztere nicht durch die jährlich erfolgende „Nebennutzung" gedeckt wird, in Abzug bringt[2]). Dieses „reine Wertszunahmeprozent" dient ihm zur Bestimmung des „Ver-

1) Siehe z. B Cottas Waldbau von 1817, S. 8. — v. Thünen, der isolierte Staat, 1826, zweite Auflage, 1842, I, S. 192. Es läßt sich vielleicht aus demjenigen, was v. Thünen über die Berechnung der landwirtschaftlichen Bodenrente sagt, der Schluß ziehen, daß v. Th. bei der Ermittelung der Holzbestandsverzinsung auch die Bodenrente und die jährlichen Kosten berücksichtigen will; allein mit voller Bestimmtheit hat er sich hierüber in demjenigen Abschnitte seines Werkes, welcher von der Forstwirtschaft handelt, nicht ausgesprochen.

2) König, Forstmathematik, 2. Aufl., §. 417, 418, 4. Aufl., §. 418, 419.

zinsungsschlagbarkeitsalters"[1]). „Den größten Geldgewinn bietet der Zeitpunkt, in welchem das Wertszunahmeprozent eben unter den gewerblichen Zinsfuß sinkt. Wäre dieser etwa 4 Prozent, so würde in unserem Beispiele das 68. Jahr am einträglichsten sein. Mit dessen Schlusse wäre das Holz zu verwerten und der Erlös wieder von neuem werbend anzulegen. Bei einer früheren Abnutzung, so lange die Wertszunahme den erforderlichen Zinsfuß übersteigt, büßte man den höheren Zinsengewinn ein, welchen das Holz noch bietet; bei einer späteren, wo das Wertszunahmeprozent immer tiefer sinkt, gingen dagegen weiter gewinnbare Geldzinsen verloren"[2]). Auch erkannte König schon sehr wohl den Einfluß der Vornutzungen auf die Erhöhung jenes Prozentes. „Durch förderliche Aushiebe wird der Massengehalt gemindert und der Zuwachs gemehrt, also das Mehrungsprozent von beiden Seiten gehoben"[3]). Ferner: „Der fleißige Durchforstungsbetrieb ist das Hauptmittel, den Wertsertrag und die Kapitalnutzung des Waldes zu heben und eine höhere Umtriebszeit vorteilhaft zu machen"[4]).

König selbst hat keine Formel für sein „Wertszunahmeprozent" aufgestellt. Nach seinen Andeutungen läßt sich jedoch folgender Ausdruck konstruieren:

$$\frac{[A_{m+1} - A_m - (B + V)\,0{,}0p]\,100}{A_m}.$$

Löscht man $(B + V)\,0{,}0p$ in dem Zähler und bringt man hierfür, was nach Seite 185 sich rechtfertigen läßt, $B + V$ in dem Nenner an, so lautet die Formel:

$$\frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + B + V}.$$

Hinsichtlich der Größe des Bodenwertes, welcher in Rechnung zu nehmen ist, spricht sich König nicht bestimmt aus. Nach § 410 seiner „Forstmathematik" (2. Aufl.) scheint er denjenigen Wert zu meinen, welchen der Boden bei einer andern als der forstlichen Benutzungsweise besitzt. Er sagt nämlich daselbst: „Hat ein Waldboden gar keinen anderen Nutzungswert, so dürfte das rohe Wertszunahmeprozent des Bestandes auch zugleich für das ganze Waldgrundstück gelten." Dies wäre entschieden unrichtig, denn wenn ein Boden auch nur zur Holzzucht geeignet ist, so besitzt er doch immerhin denjenigen Wert, welcher sich aus dieser Benutzungsweise ableitet, und die Rente dieses Kapitalwertes schmälert die Einnahme aus dem Holzbestande, muß also von letzterer in Abzug gebracht werden[5]). Sicher ist, daß König, wenn er überhaupt einen Bodenwert berechnet, diesen für alle

---

1) König, Forstmathematik, 2. Auflage, §. 420, 4. Aufl., §. 430.
2) A. a. O., 2. Auflage, §. 405, 4. Aufl., §. 415.
3) A. a. O., 2. Auflage, §. 403, 4. Aufl., §. 413.
4) A. a. O., 4. Auflage, §. 441.
5) Preßler: Der rationelle Waldwirth, II (1859), S. 79.

Jahre der Umtriebszeit als konstant annimmt. In diesem Falle durfte er aber nicht unterlassen, anzugeben, daß stets das Maximum des Boden-Erwartungswertes unterstellt werden müsse, weil mit jedem andern Bodenwert die Hiebsreife unrichtig bestimmt wird, wenn man (nach König) als Zeitpunkt der Hiebsreife denjenigen Moment betrachtet, in welchem das Wertzunahmeprozent den Betrag von p erreicht hat. Geht man nämlich von irgend einem anderen Bodenwerte B aus, so gestaltet sich das Prozent der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung größer oder kleiner als p, je nachdem jener Bodenwert kleiner oder größer als das Maximum des Boden-Erwartungswertes $^{m}_{\prime\prime}Be_u$ ist. In diesem Falle wird aber auch das auf den Betrag von p gesunkene Wertszunahmeprozent die finanzielle Umtriebszeit nicht treffen. Wollte man B festhalten, so müßte man zuerst dasjenige $\mathfrak{p}$ berechnen, welches sich bei Zugrundelegung von B ergiebt, dann aber auch als Hiebsreife des Bestandes denjenigen Zeitpunkt annehmen, in welchem das Wertszunahmeprozent dieses $\mathfrak{p}$ erreicht hat. Läßt man aber dennoch den Hieb dann erfolgen, wenn das Wertszunahmeprozent = p geworden ist, so wird dasselbe für $B > {}^{m}_{\prime\prime}Be_u$ eine zu niedere, für $B < {}^{m}_{\prime\prime}Be_u$ eine zu hohe Umtriebszeit angeben. In dem letzteren Falle verzinst sich zwar B noch zu p Prozent, aber man büßt gleichzeitig auch den Gewinn ein, welcher sich ergeben haben würde, wenn man die Umtriebszeit u eingehalten und mit ihr eine durchschnittlich-jährliche Verzinsung erlangt hätte, deren Prozent $\mathfrak{p}$ größer als p gewesen wäre. Es geht hieraus hervor, daß die Königsche Formel nur dann ein richtiges Resultat liefert, wenn man für B das Maximum des Boden-Erwartungswertes einsetzt, und daß König die Theorie seines Wertszunahmeprozents unvollendet ließ, indem er versäumte, diese Bedingung anzugeben. Freilich fehlten ihm hierzu die Mittel, weil er die Gesetze der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung des Produktionsaufwandes nicht kannte.

2) **Preßlers Weiserprozent.** Preßler stellte[1]) zur Bestimmung der Hiebsreife eines Baumes oder Bestandes die Formel

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + Be_m + V + {}^{m}C}$$

auf. Er erlangte dieselbe, indem er die Größe der laufend-jährlichen Wertsmehrung $A_{m+1} - A_m$ für die Zeit vor und nach der Kulmination der jährlichen Rauhertragsrente ermittelte[2]). Nimmt man nämlich an, die Rauhertragsrente vom Jahr m + 1 sei derjenigen vom Jahr m gleich, so hat man

$$\left(\frac{A_{m+1} + D_a\,1{,}0p^{m+1-a} + \cdots}{1{,}0p^{m+1} - 1}\right)0{,}0p = \left(\frac{A_m + D_a\,1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0^{m} - 1}\right)0{,}0p.$$

1) Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1860, S. 55 und 188.

2) Vgl. v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, in den Supplementen zur Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1868, 6. Band, 3. Heft, Seite 164 ff.

Bestimmt man aus dieser Gleichung A_{m+1}, so erhält man

$$A_{m+1} = \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1) - (D_a 1{,}0p^{m+1-a} + \cdots)$$

$$= \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1) - (D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots)\,1{,}0p.$$

Fügt man dem zweiten Gliede der Gleichung $A_m 1{,}0p - A_m 1{,}0p$ zu, so ist

$$A_{m+1} = \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1)$$
$$- (A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots)\,1{,}0p + A_m 1{,}0p$$

und wenn man $(A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots)$ mit $\frac{1{,}0p^m - 1}{1{,}0p^m - 1}$ multipliziert,

$$A_{m+1} = A_m 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1)$$
$$- \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^m - 1)\,1{,}0p$$

$$= A_m 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)(1{,}0p^{m+1} - 1 - 1{,}0p^{m+1} + 1{,}0p)$$

$$= A_m 1{,}0p + \left(\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1}\right)0{,}0p.$$

Erwägt man nun, daß $A_m 1{,}0p = A_m + A_m 0{,}0p$ und daß

$$\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots - c \cdot 1{,}0p^m}{1{,}0p^m - 1} - V = Be_m,$$

wobei Be_m den Boden-Erwartungswert für die Umtriebszeit m bedeutet, daß somit auch

$$\frac{A_m + D_a 1{,}0p^{m-a} + \cdots}{1{,}0p^m - 1} = Be_m + V + C_m$$

ist, so erhält man

$$A_{m+1} = A_m + (A_m + Be_m + V + C_m)\,0{,}0p \text{ und}$$
$$A_{m+1} - A_m = (A_m + Be_m + V + C_m)\,0{,}0p.$$

Diese Gleichung gilt also, der obigen Voraussetzung gemäß, für den Fall, daß die Rauhertragsrente zweier aufeinander folgender Jahre sich gleich bleibt. Wäre sie dagegen eine steigende, so würde

$$A_{m+1} - A_m > (A_m + Be_m + V + C_m)\,0{,}0p,$$

wäre sie eine fallende, so würde

$$A_{m+1} - A_m < (A_m + Be_m + V + C_m)\,0{,}0\,p$$

sein. Wir können jedoch die Gleichung wieder herstellen, wenn wir statt des konstanten p ein veränderliches w einführen, und erhalten alsdann

$$A_{m+1} - A_m = (A_m + Be_m + V + C_m)\,0{,}0\,w$$

und hieraus

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + Be_m + V + C_m}.$$

In der Zeit vor der Kulmination der Rauhertragsrente würde also w größer und nachher kleiner als p sein.

B + V + C faßt Preßler unter dem Ausdruck Grundkapital G zusammen; es wäre also

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + G}.$$

$\frac{A_{m+1} - A_m}{A_m + G}$ bezeichnet Preßler als „Weiserzuwachs“,

$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + G}$ als „Weiserprozent“.

Führt man (s. S. 195) für $(A_{m+1} - A_m)\,100$ den Wert $A_m(a + b + c)$ ein, so hat man

$$w = \frac{A_m(a + b + c)}{A_m + G};$$

dividiert man Zähler und Nenner dieses Bruches durch G, so erhält man

$$w = \frac{\frac{A_m}{G}(a + b + c)}{\frac{A_m}{G} + 1}.$$

Setzt man, um abzukürzen, $\frac{A_m}{G} = r$, so ist das „Weiserprozent“

$$w = (a + b + c)\,\frac{r}{r + 1}.$$

Preßler nennt $\frac{A_m}{G}$ den „relativen Holzwert“, weil dieser Ausdruck das Verhältnis des m-jährigen Bestands-Verbrauchswertes zu dem ihm unterstehenden „wirtschaftlichen Grundkapital“ G angiebt, den Quotienten $\frac{r}{r + 1}$ bezeichnet er als „Reduktionsbruch“. Da das Weiserprozent mit

dem Werte des Reduktionsbruches wächst, dieser aber mit der Größe von r steigt, so empfiehlt Preßler, den relativen Holzwert r gleich von Haus aus so groß als möglich zu machen, also auf dem thunlichst kleinsten Grundkapitale G das thunlichst wertvollste Holzkapital A_m zu fundieren, sodann aber dahin zu wirken, daß das erste und zweite Prozent (a und b) sich immer auf gleicher Höhe halten.

Wie oben erwähnt wurde, erteilt das Preßlersche Weiserprozent nur darüber Aufschluß, ob die Rauhertragsrente eines Baumes oder Bestandes den Zeitpunkt der Kulmination überschritten oder denselben noch nicht erreicht hat. Da nun aber die finanzielle Umtriebszeit bei normalen Beständen in den Zeitpunkt der größten Reinertragsrente (d. h. der Rente des größten Boden-Erwartungswertes) fällt, so giebt das Weiserprozent die Hiebsreife nicht ganz genau an. Der Unterschied ist für die Praxis von geringer Bedeutung; v. Seckendorff zeigte indessen (a. a. O. S. 166), daß das Weiserprozent sich in eine korrekte Reinertragsformel umwandeln läßt, wobei dieselbe zugleich einen einfacheren, also für den praktischen Gebrauch geeigneteren, Ausdruck erhält. Unterstellt man nämlich anstatt der Gleichheit der Rauhertragsrenten diejenige der Reinertragsrenten, setzt man also

$$\left(\frac{A_{m+1} + D_a 1{,}0\,p^{m+1-a} + \cdots - c \cdot 1{,}0\,p^{m+1}}{1{,}0\,p^{m+1} - 1} - V\right) 0{,}0\,p =$$

$$\left(\frac{A_m + D_a 1{,}0\,p^{m-a} + \cdots - c \cdot 1{,}0\,p^{m}}{1{,}0\,p^{m} - 1} - V\right) 0{,}0\,p$$

und bestimmt man hieraus $A_{m+1} - A_m$, so findet man ganz auf demselben Wege, welcher oben zur Herleitung des Weiserprozentes aus der Rauhertragsrente eingeschlagen wurde, das Reinertrags-Weiserprozent

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + Be_m + V}.$$

Es verschwindet also hier im Nenner das Kulturkostenkapital. Der einzige Unterschied zwischen der vorstehenden und der von uns S. 170 entwickelten Formel besteht jetzt nur noch darin, daß in letzterer B grundsätzlich das Maximum des Boden-Erwartungswertes vorstellt, während in der Seckendorffschen Formel des Weiserprozentes Be_m denjenigen Boden-Erwartungswert bedeutet, welcher sich für das jeweilige Jahr der Untersuchung berechnet. Es ist also B in unserer Formel konstant, in der Seckendorffschen Weiserprozents-Formel variabel und müßte hier für jedes m neu eingeschätzt werden. Dagegen gilt der Satz, daß w vor u größer als p ist, bei der letzteren bedingungslos für alle Bestandsalter vor u, bei unserer Formel nur in dem Falle, daß im Produktionskapital statt des Bestands-Kostenwertes der Bestands-Verbrauchswert gesetzt wird.

3) Die laufend-jährliche Verzinsung in ihren Beziehungen zur Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes, nach

den Untersuchungen des Verfassers. Der Weg, welchen der Verfasser (in seiner „Anleitung zur Waldwerthrechnung", 1865) einschlug, um mittels der Wertszunahme eines Bestandes die Hiebsreife des letzteren zu bestimmen ist von den Verfahren Königs und Preßlers durchaus verschieden. Der Verfasser wurde auf diesen Weg durch das Bestreben geführt, die zwischen dem laufend-jährlichen und dem durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachs stattfindenden Beziehungen, welche der Rauhertragslehre seither zur Bemessung der Hiebsreife gedient hatten, auf die Reinertragslehre zu übertragen. Um das von ihm verfolgte Ziel genauer zu bezeichnen, ist er genötigt, etwas weiter auszuholen.

Als man noch der Ansicht war, daß die vorteilhafteste Umtriebszeit diejenige sei, bei welcher durchschnittlich-jährlich die größte Holzmasse (oder der größte Geldwert) erzeugt wird, boten sich zur Bestimmung der Hiebsreife eines Bestandes zwei direkte Wege dar: die Anwendung einer Ertragstafel (in Verbindung mit der Ermittelung des Bestandsalters) und die Untersuchung des jährlichen Durchschnittszuwachses in mindestens zweien aufeinander folgenden Jahren. Beide Wege waren indessen mit nicht unerheblichen Schwierigkeiten behaftet. Der erste setzte voraus, daß man zuverläßige Lokal-Ertragstafeln zur Hand habe, an welchen es jedoch in der Regel fehlt; der zweite führte nicht schnell genug zum Ziele, lieferte auch in der Nähe der Kulmination nicht hinreichend scharfe Resultate, weil in diesem Zeitraum die jährliche Änderung des Durchschnittszuwachses zu gering ist. Unter diesen Umständen gab ein Satz der Holzzuwachslehre ein vortreffliches Hilfsmittel ab, um ohne Anwendung von Ertragstafeln und in kürzester Frist den Grad der Hiebsreife eines Baumes oder Bestandes zu bestimmen. Dieser Satz lautet: der laufend-jährliche Zuwachs ist vor dem Zeitpunkt, in welchem der durchschnittlich-jährliche Zuwachs kulminiert, größer und nachher kleiner, als der zugehörige Durchschnitts-Zuwachs [1]. Man brauchte daher diese beiden Arten von Zuwachs nur gleichzeitig zu untersuchen; fand man den laufend-jährlichen Zuwachs größer als den durchschnittlich-jährlichen, so

1) Beweis. Nennt man die laufend-jährlichen Zuwachse $\lambda_1, \lambda_2 \cdots \lambda_n, \lambda_{n+1}$, die durchschnittlich-jährlichen Zuwachse $\delta_1, \delta_2 \cdots \delta_n, \delta_{n+1}$, so ist

$$(n+1)\,\delta_{n+1} - n\,\delta_n = \lambda_{n+1}$$

oder

$$n\,(\delta_{n+1} - \delta_n) = \lambda_{n+1} - \delta_{n+1}.$$

Hieraus folgt, daß für $\delta_{n+1} \gtrless \delta_n$ auch $\lambda_{n+1} \gtrless \delta_{n+1}$ ist.

Das heißt also: Steigt der durchschnittlich-jährliche Zuwachs, so ist der laufend-jährliche Zuwachs größer; sinkt dagegen ersterer, so ist der laufend-jährliche Zuwachs kleiner als der Durchschnittszuwachs. Hieraus ergiebt sich unmittelbar der obige Satz. Einen mit Hilfe der Differential-Rechnung geführten Beweis hat J. Lehr in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1870, S. 482, veröffentlicht.

war hiermit angezeigt, daß die Kulmination des letzteren noch nicht eingetreten sei — im entgegengesetzten Falle hatte der Bestand sie bereits überschritten.

Nachdem man jedoch erkannt hatte, daß über die Auswahl der forstlichen Betriebsmaßregeln nicht der Rauhertrag (also nicht die Holzmasse oder deren Geldwert), sondern der Reinertrag entscheidet, und daß die vorteilhafteste Umtriebszeit diejenige ist, für welche der größte Unternehmergewinn oder die größte durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes sich berechnet; nachdem man ferner bei der direkten Bestimmung dieser beiden Momente auf ähnliche Schwierigkeiten gestoßen war, wie bei der direkten Untersuchung des durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachses, so trat das Bedürfnis ein, den oben angeführten Satz in analoger Weise auf die Reinertragslehre anzuwenden.

Durch Hundeshagen und König war die durchschnittlich-jährliche Verzinsung des Produktionsaufwandes bereits der Sache nach ausfindig gemacht worden; man hatte sie nur noch mit dem rechten Namen zu belegen. Es handelte sich weiter darum, den Begriff der laufend-jährlichen Verzinsung aufzustellen und dieser die nämliche Grundlage zu geben, auf welcher die durchschnittlich-jährliche Verzinsung ruht. Man durfte also die laufend-jährliche Verzinsung nicht als etwas Fertiges annehmen, sondern mußte sie aus ihren Elementen (den Produktionskosten) konstruieren.

Die Analogie mit dem oben erwähnten Satze der Holzzuwachslehre gab die Vermutung an die Hand, daß die laufend-jährliche Verzinsung vor dem Zeitpunkt, in welchem die durchschnittlich-jährliche kulminiert, größer und nachher kleiner sein werde, als diese letztere Verzinsung. Der Versuch, den Beweis dieses Satzes auf direktem Wege zu führen, stieß jedoch auf Schwierigkeiten. Man mußte daher einen Umweg einschlagen, also Hilfssätze konstruieren. Als solche boten sich folgende dar:

a) die durchschnittlich-jährliche Verzinsung ist am größten in dem Zeitpunkt, in welchem der Boden-Erwartungswert kulminiert;

b) führt man in den Produktionsfonds der durchschnittlich-jährlichen Verzinsung für B den Boden-Erwartungswert ein, so ist das Prozent dieser Verzinsung gleich dem der Rechnung zu Grunde gelegten Wirtschaftsprozente p. (Siehe Seite 182).

Indem man nun in dem Produktionsfonds der laufend-jährlichen Verzinsung ebenfalls den Boden-Erwartungswert der Umtriebszeit u, also das Maximum des Boden-Erwartungswertes unterstellte, gelang es, den in Frage stehenden Satz vollständig zu beweisen (Siehe Seite 179.)

Es handelte sich jetzt nur noch darum, der Formel

$$w = \frac{(A_{m+1} - A)\,100}{Hk_m + {}^{m}_{\prime\prime}Be_u + V},$$

welche man für das Prozent der laufend-jährlichen Verzinsung erhalten hatte, einen praktischen Ausdruck zu geben. Dies erreichte man, indem man A_m für Hk_m substituierte. Es ergab sich so die Formel:

$$w = \frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{(A_m + {}^{m}_{''}Be_u + V}.$$

Nachdem durch Einführung des Maximums des Boden-Erwartungswertes in die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung die Abhängigkeit der letzteren von der finanziellen Umtriebszeit hergestellt war, bedurfte die laufend-jährliche Verzinsung einer Anlehnung an die durchschnittlich-jährliche Verzinsung nicht mehr. In der That läßt sich der auf Seite 179 enthaltene Satz beweisen, ohne daß man die Beziehungen zwischen den beiden Verzinsungsarten im Auge hat. Der Verfasser hielt es aber doch für nützlich, den Weg anzugeben, welcher ihn zu jenem Satze führte, weil er überzeugt ist, daß hierdurch das Wesen dieser beiden Verzinsungsarten in ein helleres Licht gesetzt wird.

Die vorstehenden Auseinandersetzungen über die Bestimmung der Hiebsreife mittelst der laufend-jährlichen Verzinsung beziehen sich lediglich auf normale Bestände. Im Jahre 1872 entwickelte der Verf. das Verfahren zur Bestimmung der Hiebsreife abnormer Bestände. Er führte hier den Bestands-Verbrauchswert direkt in die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung ein, wobei ihn die Erwägung leitete, daß solche Bestände unter Umständen schon vor dem Umtriebsalter des größten Boden-Erwartungswertes hiebsreif werden können und daß in diesem Falle das frei werdende Kapital sich nicht nach dem Bestandskostenwerte, sondern nach dem Verkaufswerte des Holzes bemißt. Da nun die Formel für die laufend-jährliche Verzinsung abnormer Bestände auch für normale Bestände gelten muß, weil der normale Bestand als ein abnormer Bestand mit unendlich kleiner Abnormität betrachtet werden kann, so war die Anwendbarkeit der Formel

$$\frac{(A_{m+1} - A_m)\,100}{A_m + {}^{m}_{''}Be_u + V}$$

für normale Bestände neuerdings gerechtfertigt und zugleich bewiesen, daß sich bei diesen mit der fr. Formel für alle Lebensalter vor u ein w ergiebt, welches größer ist als p.

B. **Wahl zwischen mehreren Beständen, deren Verjüngung in Frage kommen kann.**

Stehen zum Zwecke der Etatserfüllung ꝛc. mehrere Bestände, welche die finanzielle Umtriebszeit noch nicht erreicht haben, zur Wahl, so ist es am vorteilhaftesten, denjenigen Bestand abzutreiben, für welchen der Unterschied zwischen dem Bestands-Erwartungswerte und dem gegenwärtigen Bestands-Verkaufswerte am kleinsten ist; also denjenigen Bestand mit dem Hiebe zu verschonen, für welchen jener Unterschied am größten ist.

Hier ist die Summe der Wald-Erwartungswerte maßgebend. Bezeichnen wir von zwei Beständen die erreichbaren Maximal-Boden-

erwartungswerte mit B′ und B″, die Maximal-Bestandserwartungswerte mit He′ und He″, die augenblicklichen Bestands-Verbrauchswerte mit Hv′ und Hv″, so setzt sich, wenn der erste Bestand sofort abgetrieben wird und der zweite stehen bleibt, der gesamte Wald-Erwartungswert aus

$$Hv' + B' + He'' + B''$$

zusammen; im umgekehrten Falle dagegen aus

$$He' + B' + Hv'' + B''.$$

Da die Summe $(B' + B'')$ in beiden Fällen konstant bleibt, so empfiehlt sich das eine oder das andere Verfahren, jenachdem

$$Hv' + He'' \gtrless He' + Hv''$$

oder auch

$$He'' - Hv'' \gtrless He' - Hv',$$

was zu beweisen war.

Haben beide Bestände ihre finanzielle Umtriebszeit schon überschritten, so werden die auf ein noch späteres Abtriebsalter bezogenen Bestandserwartungswerte He′ und He″ kleiner als die betr. Verbrauchswerte. Im übrigen gilt der nämliche Ansatz; es ist also der Abtrieb des ersten Bestandes vorteilhafter, wenn

$$Hv' + He'' > He' + Hv''$$

oder wenn

$$Hv' - He' > Hv'' - He''$$

und umgekehrt; d. h. es ist dasjenige Verfahren zu wählen, welches den kleinsten Verlust $(Hv - He)$ bedingt.

Unter mehreren Beständen, welche ihre finanzielle Umtriebszeit teils noch nicht erreicht, teils schon überschritten haben, sind selbstverständlich stets die letzteren zunächst zum Abtrieb zu bestimmen.

C. Allgemeine Umtriebszeit ganzer Betriebsklassen.

a) Bestimmung der vorteilhaftesten Umtriebszeit nach Maßgabe des größten Wald-Erwartungswertes.

Nach Seite 176 ergiebt sich das Maximum des gesamten Wald-Erwartungswertes, wenn jeder einzelne Bestand in der für ihn nach A besonders ermittelten finanziellen Umtriebszeit bewirtschaftet wird. Diese kann je nach der Beschaffenheit der Bestände, der Verjüngungsart u. s. w. eine sehr verschiedene sein. Die Erzielung des absolut größten Wald-Erwartungswertes schließt also die Einhaltung einer

einzigen allgemeinen Umtriebszeit für die ganze Betriebsklasse von vornherein aus.

Andererseits werden bei jenem Verfahren, welches wir nach Judeich als die reine „Bestandeswirtschaft" bezeichnen, die jährlichen und periodischen Erträge nicht allein des ersten, sondern auch aller folgenden Umtriebe umsomehr von einander abweichen, als die Zusammensetzung der Betriebsklasse von dem sog. „Normalzustand" des nachhaltigen Betriebes — Normalität der Altersstufenfolge, des Zuwachses und Holzvorrats — sich entfernt. Verlangt nun aber der Waldbesitzer eine derartige Regelung des Betriebes, daß entweder eine Ausgleichung der Erträge im ersten Umtrieb oder die Überführung des Waldes in jenen Normalzustand erzielt werde, oder sollen gar beide Zwecke zugleich — wenn auch nicht vollständig erreicht, denn dies ist unmöglich, — so doch im Auge behalten und angestrebt werden; so kann dies nicht anders als dadurch geschehen, daß einzelne Bestände abweichend von ihrem besonderen finanziellen Abtriebsalter genutzt werden. Außerdem erfordert jede derartige Betriebseinrichtung die Annahme einer allgemeinen Umtriebszeit, welche alsdann in erster Linie über die Nutzungsfolge der Bestände entscheidet und nur innerhalb gewisser Grenzen Modifikationen nach Maßgabe der speziellen Beschaffenheit derselben zuläßt. Es fragt sich nun, nach welchen Grundsätzen jene allgemeine Umtriebszeit festzusetzen sei.

Für Betriebsklassen, welche ihrer Zusammensetzung nach dem „Normalzustande" des Nachhaltbetriebs nahe kommen, wird die Einführung der Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes sich rechtfertigen lassen. Je mehr aber die thatsächlichen Bestockungsverhältnisse von jenem Idealbilde abweichen, um so zweifelhafter muß es werden, ob damit wirklich der größte Vorteil für den Waldbesitzer, d. h. das Maximum des Wald-Erwartungswertes, zu erreichen ist. Denn wie wir gesehen haben, gilt jene Umtriebszeit nur für solche Bestände, deren Erträge sich unmittelbar der Normaltafel entnehmen lassen, als die vorteilhafteste. Es wird also bei Einführung derselben mehr Rücksicht auf die künftig zu erziehenden als auf die thatsächlich vorhandenen Holzbestände genommen.

Wollte man statt dessen für jedes einzelne Glied der Betriebsklasse dessen besonderes finanzielles Abtriebsalter ermitteln und alsdann eine hieraus abgeleitete Mittelzahl als allgemeine Umtriebszeit einstellen, so würde man dem rechten Ziele ohne Zweifel näher kommen. Aber dieses Verfahren scheitert wieder an den Schwierigkeiten der Ausführung. Denn wenn es auch (nach A, b) wohl möglich ist, für jeden Einzelbestand die Frage, ob er seine finanzielle

Hiebsreife schon erreicht habe, richtig zu beantworten, so ist es doch fast unmöglich, in jedem besonderen Falle genau anzugeben, zu welcher Zeit ein noch unreifer Bestand jenes Ziel erreichen werde.

Noch schwieriger und komplizierter wird die Aufgabe, wenn für die Nachzucht verschiedene Holz- und Betriebsarten mit von einander abweichenden Umtriebszeiten in Betracht kommen. Denn auf die letzteren wäre, falls eine auch nur annähernd normale Betriebsklasse nachgezogen werden soll, schon bei der Abnutzung der vorhandenen Holzbestände Rücksicht zu nehmen. Hätten wir z. B. einen Kiefernwald vor uns, dessen Zusammensetzung einem 60jährigen Umtrieb entspräche, der zugleich als der vorteilhafteste für den Fall der Fortführung des seitherigen Betriebs anzusehen wäre; käme aber außerdem die Umwandlung in Fichten oder Laubholzhochwald mit 80- resp. 100jährigem Umtrieb in Frage; so wäre zu erwägen, für welche unter den folgenden Kombinationen sich der größte Wald-Erwartungswert ergäbe:

1) Fortführung der Kiefernwirtschaft mit 60jährigem Umtrieb;

2) Abnutzung der Kiefernbestände in 60jährigem Umtrieb mit Nachzucht einer abnormen (nur 1- bis 60jährigen) Fichten- oder Laubholzbetriebsklasse;

3) sofortige Einführung des 80jährigen Umtriebs zum Zwecke der Herstellung einer normalen Fichtenbetriebsklasse;

4) sofortige Einführung des 100jährigen Umtriebs mit normaler Laubholznachzucht.

Jenachdem hierbei die Bestands-Verjüngung in Kahl- oder Femelschlägen in Aussicht zu nehmen wäre, würde die Zahl der Kombinationen sich noch weiter vermehren können. Und schließlich wäre noch in Erwägung zu ziehen, ob der berechnete Maximal-Erwartungswert allein die Entscheidung geben, oder vielleicht ein Wirtschaftsverfahren von geringerem finanziellen Erfolge aus anderen Gründen doch den Vorzug erhalten solle.

Es wird ohne weiteres einleuchten, daß solche Fragen sich nicht allgemein, etwa mit Hilfe irgend einer Formel, beantworten lassen. Vielmehr kann dies nur auf Grund eines, bezw. mehrerer zum Zwecke der Vergleichung angefertigter Betriebspläne geschehen. Man wird denselben eines der gebräuchlichen Forsteinrichtungsverfahren, wohl am besten eine Fachwerksmethode, zu Grunde legen; die in Betracht kommenden Umtriebszeiten in Perioden von entsprechender Länge einteilen, diese mit Abtriebsflächen dotieren, sämtliche Erträge — etwa auf die Periodenmitte bezogen — veranschlagen und unter Abrechnung der notwendigen Kosten auf die Gegenwart diskontieren. Jenachdem

mehr Gewicht auf die Ertrags-Ausgleichung oder auf die Herstellung des Normalzustandes gelegt wird, empfiehlt sich die Anwendung des Massen- oder des Flächenfachwerks. Bei letzterem ist die Rechnung weit einfacher, weil es kein Hin- und Herprobieren erfordert und vom zweiten Umtrieb ab normale Erträge zu unterstellen gestattet; andererseits mutet es unter Umständen der lebenden Generation größere Opfer zu.

Die vorteilhafteste Bewirtschaftungsart auf Grund solcher Betriebspläne und nach Maßgabe des aus ihnen berechneten Wald-Erwartungswertes zu ermitteln, empfiehlt Wagener in seiner „Anleitung zur Regelung des Forstbetriebs", 1875, Seite 79 ff.[1]). Der Grundgedanke dieses Vorschlags ist ohne Zweifel ganz richtig; der Ausführung aber werden zahlreiche Schwierigkeiten gegenüberstehen und die Sicherheit der Rechnung auf so lange Zeiträume hinaus wird nicht allzu hoch geschätzt werden dürfen; umsomehr, als die Ertragstafeln, ohne die solche Voranschläge ja gar nicht entworfen werden können, keine unabänderliche Grundlage darbieten, vielmehr je nach den Modifikationen der Wirtschaft selbst der Umgestaltung bedürfen.

Unter diesen Umständen wird man sich in vielen Fällen der Praxis damit begnügen dürfen, unter Verzicht auf eine ziffermäßige Veranschlagung des Walderwartungswertes nur die Frage zu beantworten, ob bei Einhaltung derjenigen Umtriebszeit, welche dem vorhandenen Bestockungsverhältnis entspricht, eine angemessene Verzinsung des im Boden und Holzvorrat enthaltenen Gesamtkapitals zu erzielen oder ob eine Vergrößerung oder Verkleinerung desselben angezeigt sei.

b) Wahl der Umtriebszeit nach Maßgabe der Verzinsung des Waldvermögens.

Ebenso wie beim Einzelbestande das Weiserprozent in seiner einfachsten Form die finanzielle Abtriebszeit nicht direkt angiebt, sondern nur Auskunft darüber erteilt, ob die Hiebsreife schon eingetreten sei oder nicht; wie aber der Vorzug jenes Taxations-Hilfsmittels darin besteht, daß es sich aller gewagten Spekulationen auf eine ferne und unsichere Zukunft enthält, vielmehr lediglich auf dem festen Boden bestehender resp. leicht zu ermittelnder Thatsachen — des Bestands-Verkaufswertes und des Zuwachsprozents — beruht; ebenso läßt sich zur Wahl der allgemeinen Umtriebszeit ein Weg betreten, der, wenn auch indirekt, doch sicher zum Ziele führt

1 Beispiele hierzu finden sich in Wimmenauer's Grundriß der Waldwertrechnung 2c., Aufgabensammlung Nr. 89 bis 98 und 153 bis 155.

Einem jeden Umtriebe entspricht bekanntlich eine bestimmte Größe des normalen Vorrats. Umgekehrt kann für jeden vorhandenen Holzvorrat diejenige Umtriebszeit ermittelt werden, bei deren Einhaltung jener dauernd auf ungefähr gleicher Höhe verbleiben würde. Diese Ermittelung kann auf verschiedenen Wegen erfolgen; entweder durch Aufnahme der Masse oder des Verkaufswertes des gesamten vorhandenen Holzvorrats und Vergleichung der Summe mit denjenigen Beträgen, welche die Massen- oder Geldertragstafel für den Normalvorrat angiebt; oder — allerdings nur oberflächlich und bei sehr abnorm zusammengesetzten Betriebsklassen nicht hinlänglich genau — mittelst Aufstellung einer Altersklassentabelle. Bezeichnen wir nämlich mit $f_1, f_2 \ldots$ die auf mittlere Bonität reduzierten Flächen der Altersklassen, mit $a_1, a_2 \ldots$ die zugehörigen mittleren Alter und mit z den Haubarkeitsdurchschnittszuwachs der mittleren Standortsklasse, so liefert der Ansatz

$$(a_1 f_1 + a_2 f_2 + \cdots) z$$

einen Ausdruck für den vorhandenen Holzvorrat, welcher der bekannten Normalvorratsformel $\frac{u \cdot uz}{2}$ analog ist. Letztere wäre aber, wenn z den Durchschnittszuwachs der Flächeneinheit bedeutet, in

$$\frac{u}{2}(f_1 + f_2 + \cdots) z$$

zu transformieren; setzen wir beide Ausdrücke einander gleich, so ergiebt sich die gesuchte, dem Holzvorrat entsprechende Umtriebszeit aus

$$u = \frac{2(a_1 f_1 + a_2 f_2 + \cdots)}{f_1 + f_2 + \cdots}.$$

Es wird nun — dem bekannten K. Heyerschen Satze entspechend — angenommen werden dürfen, daß bei Einhaltung dieses Umtriebs — resp. besser desjenigen, welcher aus der Vergleichung der Holzmassen oder -Werte abgeleitet ist — der demselben entsprechende jährliche Wald-Rohertrag, welcher aus der betr. Tafel nach dem Ansatze

$$A_u + D_a + D_b + \cdots$$

zu entnehmen ist, dauernd bezogen werden kann; eine Annahme, welche allerdings um so weniger als völlig zutreffend zu betrachten ist, bezw. umsomehr einer Berichtigung nach Maßgabe des Thatbestandes bedarf, je weiter der Wald vom „Normalzustande" sich entfernt.

Gehen wir nun von jener, den wirklichen Bestockungsverhältnissen entsprechenden, Umtriebszeit aus, so wird zunächst die Frage

entstehen, zu welchem Prozentsatze der zugehörige Waldrohertrag das gesamte in der Wirtschaft angelegte Kapital verzinst. Das letztere setzt sich nach Seite 172 aus

$$uB + uV + uN + \frac{c}{0,0p}$$

zusammen. Ebensowohl aber können wir nach Seite 185 dem jährlichen Waldreinertrage

$$A_u + D_a + D_b + \cdots - c - uv$$

nur die Summe $uB + uN$, d. h. den Gesamtwert von Boden und Holzvorrat gegenüberstellen und dies Verfahren wird für die Praxis den Vorzug verdienen, weil es die Rechnung mehr von dem Einflusse eines von vornherein angenommenen Zinsfußes befreit. Die jährlichen sowie die Kulturkosten sind nach örtlichen Durchschnittssätzen zu veranschlagen. Für Boden und Holzvorrat wird man zweckmäßig diejenigen Beträge in Ansatz bringen, welche bei anderweitiger Verwertung dafür zu erzielen wären. Dies wäre bezüglich des Bodens der ortsübliche Verkaufspreis, wobei indeß zu beachten ist, daß meist nur kleine Waldgrundstücke zum Verkaufe zu gelangen pflegen, für welche z. B. ein Großgrundbesitzer weit mehr als den reinen Bodenwert zahlen kann und oft auch wirklich zahlt, weil ein solcher Zugang die Verwaltungskosten nicht vergrößert, andererseits aber besondere Vorteile (Arrondierung u. dgl.) gewährt. Für größere Waldungen wird mithin ein Bodenwert unterstellt werden müssen, welcher den ortsüblichen Verkaufswert kleiner Waldparzellen nicht erreicht. Die Vergleichung dieses mäßig eingeschätzten Bodenwertes mit den auf Grund verschiedener Zinsfüße berechneten Maximal-Boden-Erwartungswerten kann zugleich einen Fingerzeig dafür geben, welcher Prozentsatz den thatsächlichen Verhältnissen gemäß vom Waldbesitzer gefordert werden darf.

Den Kapitalwert des Holzvorrats endlich wird man aus gleichem Grunde nach der auf Seite 116 gegebenen Anleitung veranschlagen; d. h. alle bereits nutzbaren Bestände nach ihrem Verkaufswert, die jüngeren nach dem Erwartungswerte, bei dessen Berechnung die oben gefundene Umtriebszeit u zu Grunde zu legen ist, oder statt dessen nach dem Kostenwerte unter Einführung des Be_u und mittlerer Ausgabe- resp. Ersatz-Ansätze. Hierbei wird in vielen Fällen eine summarische Berechnung nach den reduzierten Gesamtflächen der (jüngeren) Altersklassen genügen, während die älteren Bestände auf Grund besonderer Holzmassenaufnahme oder Abschätzung zu veranschlagen sind. Dieses Verfahren bietet zugleich den Vorteil,

daß das Waldkapital (B + N) nur zum kleinsten Teile von einem von vornherein angenommenen Rechnungszinsfuße abhängig wird.

Das Maß der Verzinsung jenes Waldkapitals[1]) durch den jährlichen Waldreinertrag ergiebt sich nun aus

$$p = \frac{100\,(A_u + D_a + \cdots - c - u\,v}{uB + uN}.$$

Erweist sich der so gefundene Prozentsatz bei mäßigen Ansprüchen des Waldbesitzers dennoch als ungenügend, so wird zu erwägen sein, welche Maßregeln etwa zum Zwecke einer Verbesserung des prozentischen Verhältnisses zu ergreifen wären. Dieser Zweck kann auf zwei Wegen erreicht werden: entweder durch Erhöhung der Reinerträge über den Tafelansatz hinaus, z. B. durch bessere Ausnutzung der Handelskonjunkturen, durch Kostenersparnisse u. s. w.; oder durch Verminderung des Waldkapitals. Beides läßt sich unter Umständen, der einfachen Kahlschagwirtschaft gegenüber, gleichzeitig durch den Übergang zu einem Lichtungsbetriebe mit Unterbau ꝛc. erzielen, weil hierbei sowohl die Erträge durch Lichtungszuwachs gesteigert, als auch die Kapitalwerte der älteren Bestände durch Lockerung des Bestandsschlusses vermindert werden können[2]).

Zeigt es sich aber, daß keine derartige Maßregel imstande ist, den Zinsfuß auf die gewünschte Höhe zu heben, so bleibt schließlich kein anderes Mittel übrig, als eine Entlastung des Waldkapitals durch Übergang zu einem niedrigeren Umtriebe. Hierbei wird indessen jeder vorsichtige und gewissenhafte Wirtschafter eine scharfe Trennung der herausgezogenen Kapitalteile, d. h. derjenigen Einnahmen, welche über den Normalertrag des u-jährigen Umtriebs hinausgehen, von den laufenden Einnahmen des letzteren durchführen und für eine irgendwie zinstragende Veranlagung des Überschusses — in Bauten, Meliorationen, Grunderwerb, Wertpapieren, Schuldentilgung ꝛc. — besorgt sein. Ferner wird es sich empfehlen, den Übergang zu niedrigerem Umtrieb nur allmählich zu bewirken, damit die etwa hierdurch bedingten Preis- und Absatz-Veränderungen gehörige Beachtung finden.

Kommt andererseits eine Erhöhung des Umtriebs über u hinaus in Frage, so wird eine solche sich nur dann rechtfertigen lassen, wenn der damit verbundenen Erhöhung des Waldkapitals eine genügende

1) Vgl. Judeich, Tharander forstl. Jahrbuch, 1879, S. 1.
2) Vgl. Wimmenauer, A. F.- und J.-Z., 1891, S. 262 u. 267.

Verzinsung durch den Mehrbetrag der jährlichen Waldrente gegenübersteht.

Über die Ausführung aller hier besprochenen Berechnungen lassen sich allgemeine Vorschriften nicht wohl erteilen, weil Zahl und Beschaffenheit der in Betracht kommenden Faktoren zu mannigfaltig sind. Es möge genügen, den zu betretenden Weg im allgemeinen angedeutet zu haben; über die Einzelheiten des Verfahrens wird sich der kundige Wirtschafter von Fall zu Fall klar werden müssen.

2) Höhe der finanziellen Umtriebszeit.

Die Betrachtungen, welche wir in diesem und den beiden folgenden Abschnitten (Nr. 3 und 4) anstellen, beziehen sich zunächst auf die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes, weil nur diese sich allgemein aus Ertragstafeln ableiten läßt. Es wird daher auch nur innerhalb des beschränkten Gebietes, wie es unter 1, A, a, α bezeichnet ist, für die hier zu ziehenden Schlüsse Geltung beansprucht.

Zunächst ist wiederholt darauf hinzuweisen, daß die Boden-Erwartungswerte, welche man *unmittelbar* aus den zur Zeit vorliegenden Hochwald-Ertragstafeln ableitet, nur auf diejenigen Holzarten angewendet werden können, welche im einfachen *Kahlschlagbetrieb* bewirtschaftet zu werden pflegen; d. i. hauptsächlich die *Fichte* und (schon in beschränkterem Maße) die *Kiefer*. Für die erstere liegen u. a. Berechnungen aus Sachsen und Thüringen vor, welche mit Zinsfüßen von mittlerer Größe (2 bis 3 %) angestellt sind und finanzielle Umtriebszeiten von 60 bis 90 Jahren ergeben haben. So findet *Judeich* (Loreys Handbuch der Forstw., II. Band, S. 251) für III. Bonität 90 Jahre, *Pöpel* (Allg. Forst- und Jagdz. 1888 S. 88) für II. Bonität 70 oder 80 Jahre, jenachdem mit 3 oder 2% gerechnet wird, *Schwappach* (Wachsthum und Ertrag normaler Fichtenbestände, 1890, S. 96) 60 bis 90 Jahre und zwar für bessere Standorte die geringeren, für schlechtere die höheren Zahlen.

Für die *Kiefer* hat *Schwappach* (Wachsthum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene, 1889, S. 66) ebenfalls Geldertragstafeln aufgestellt, welche auf den Holzpreisen der Eberswalder Lehrreviere beruhen, aber, wie der Verfasser (a. a. O. S. 70) selber sagt, zur Berechnung von Maximal-Bodenerwartungswerten nicht anwendbar sind, weil sie die Möglichkeit des Verkaufs geringer Nutzhölzer in großer Menge und zu ansehnlichen Preisen voraussetzen. Wenn es gleichwohl versucht worden ist (*Bose*, das forstliche Weiserprozent, 1889, Seite 5 ff.), aus jenen Tafeln eine „finanzielle Umtriebszeit“ von 30 oder gar von 10 Jahren abzuleiten,

so kann solchen Rechnungs-Ergebnissen eben darum irgend welcher sachliche Wert nicht zugesprochen werden. Weitere Ermittelungen liegen aus dem Großherzogtum Hessen vor, wo in drei verschiedenen Waldgebieten (Main-Rhein-Ebene, Buntsandstein des Odenwaldes und des nordöstlichen Vogelsberges) die Kiefer eine herrschende Stellung einnimmt. Wimmenauer (Allg. Forst- und Jagdz. 1891, S. 253 ff.) berechnet für Standortsklasse II und III und bei einem Zinsfuß von 2,5 % die Umtriebszeit des größten Boden-Erwartungswertes zu 60 bis 70 Jahren, und zwar übereinstimmend für jene drei Gebiete, bemerkt aber, daß bei Einführung eines Lichtungsbetriebes mit Unterbau rc., Umtriebe von 100 bis 120 Jahren sich vielfach als noch vorteilhafter erweisen werden. Zu ähnlichen Ergebnissen bezüglich des dritten jener Waldgebiete war schon vorher Walther (Allg. Forst- und Jagdz. 1888, S. 195) gelangt, dessen Bodenwerte, jenachdem ein Zinsfuß von 3, 2½ oder 2 % zu Grunde gelegt wird, mit 60, 80 und 100 Jahren kulminieren.

Auch die „finanziellen Umtriebszeiten", welche man z. B. aus den Baurschen Ertragstafeln für Buchenhochwald direkt abzuleiten versucht hat[1]), besitzen keinen praktischen Wert, weil diese Holzart fast überall in Femelschlägen bewirtschaftet wird, Abtrieb geschlossener Bestände also kaum vorkommt. In seinem „Grundriß der Waldwertrechnung rc." hat der Herausgeber dieser Auflage unter Aufgabe 60 und 64 gezeigt, daß selbst bei reiner Buchenbestockung und ausschließlichem, aber gutem, Brennholzabsatz der Femelschlagbetrieb mit 90 bis 100-jährigem Umtrieb besser rentieren kann als der Kahlschlag in 60-jährigen Stangenhölzern. In noch höherem Maße muß dasselbe bei beträchtlicher Nutzholz-Ausbeute oder schlechten Brennholzpreisen der Fall sein. In Übereinstimmung hiermit stehen die Berechnungen von Kraft (Zur Praxis der Waldwertrechnung 1882), welche für den v. Seebachschen Lichtungsbetrieb mit 120-jährigem und den zweihiebigen Buchenhochwald mit 70- resp. 140-jährigem Umtrieb noch höhere Boden-Erwartungswerte ergeben als für den gewöhnlichen Femelschlagbetrieb. Was hiernach für die Buche gilt, wird in gleichem oder noch erhöhtem Maße auch von der Weißtanne, die jener im Wuchse und der gebräuchlichen Bewirtschaftungsart nahe steht, angenommen werden dürfen.

Bezüglich der Eiche endlich sei hier nur angeführt, daß nach Kraft (a. a. O.) der 80-jährige Umtrieb in Kahlschlägen von dem

---

1) Baur, Handbuch der Waldwerthrechnung, 1886, S. 354—356; Urich, Forstw. Centralbl. 1890, S. 270 u. a. m.

120-jährigen mit Lichtung und Unterbau ebenfalls bei weitem übertroffen wird.

Alle diese Beispiele beweisen, wenn sie einzeln genommen auch nur örtliche Bedeutung haben, zur Genüge, daß der gegen die Reinertragslehre vielfach erhobene Vorwurf, sie führe immer und überall zu undurchführbar niedrigen Umtriebszeiten, gänzlich unbegründet ist.

Im allgemeinen läßt sich über die Höhe der finanziellen Umtriebszeit, deren äußerste Grenzen in den beispielsweise angeführten Zahlen noch nicht gegeben sein werden, folgendes sagen:

A. Am niedrigsten stellt sich dieselbe

a) bei Beständen, deren Holz hauptsächlich nur als Brennholz abzusetzen ist, bei denen also mit der Ausbildung gröberer Sortimente keine beträchtliche Erhöhung des Wertes der Abtriebserträge eintritt, wie dies z. B. bei reinen Buchenbeständen häufig der Fall ist. Siehe jedoch auch B, d.

b) Wenn der Bedarf vorzugsweise auf die schwächeren Sortimente gerichtet ist, wie z. B. in Gegenden mit umfangreichem Bergwerksbetrieb, der größere Mengen von (schwachen) Grubenbauhölzern verlangt. Nach Donner[1]) wird die Kiefer in den westlichen Provinzen von (Alt-) Preußen, namentlich auf Gebirgsboden und aufgeforsteten ehemaligen Haidflächen „fast durchweg" mit einer Umtriebszeit von 60 Jahren bewirtschaftet. Gleiches gilt u. a. von zahlreichen, namentlich im Privatbesitze befindlichen Kiefernwaldungen des Odenwaldes, wo Hobelholz (zu Streichhölzern), Daubholz (zu Packfässern 2c.) und Pfahlholz (für Weinberge) in großen Mengen abgesetzt werden können.

B. Höher stellt sich die finanzielle Umtriebszeit:

a) in rauhen Hochlagen, in welchen das Holz die gebräuchlichen Sortimente oft 20 und mehr Jahre später als in milden Lagen liefert.

b) Auf Standorten geringer Bonität, weil hier das Wertzuwachsprozent w später den Betrag von p erreicht als auf besseren Standorten. So fand man z. B. im Steinbacher Revier, Königreich Sachsen, bei Fichten folgende Wertzunahmeprozente[2]):

---

1) v. Hagen: Die forstlichen Verhältnisse Preußens, 2. Auflage von Donner, 1883, I, S. 151.

2) Die nachstehenden Zahlen sind einem Sächsischen Forsteinrichtungswerke, welches sich im Besitz des Königl. Bayer. Finanzministeriums befindet, entnommen und finden durch die oben mitgeteilten Schwappachschen Berechnungen eine Bestätigung.

	Jahr			
	60—70	70—80	80—90	90—100
I. Bonität	2,7	2,1	1,6	1,3
II. „	3,4	2,6	2,2	1,8
III. „	4,0	3,4	2,7	2,0

c) In dünn bevölkerten Gegenden mit wenig entwickelter Industrie, wo für geringes Bauholz nur eine unbedeutende Nachfrage besteht, während das stärkere Holz als Handelsware weiter verführt werden kann und daher auch hinreichend begehrt ist.

d) Bei Holzarten, welche sich entweder kostenlos oder doch ohne beträchtliche künstliche Nachhilfe natürlich verjüngen lassen, bei denen aber die Verjüngung erst in einem höheren Alter vorgenommen werden kann, weil vorher die Besamung entweder in unzureichendem Maße oder zu selten erfolgt, oder bei welchen ein größerer Verjüngungszeitraum angewandt werden muß, weil der junge Nachwuchs zu seinem Gedeihen längere Zeit des Schutzes der Mutterbäume bedarf.

e) Bei allen Betriebsarten, welche den besonderen Lichtungszuwachs auszunutzen suchen, was mit Rücksicht auf die Qualität des Holzes in der Regel erst nach beendigtem Hauptlängenwachstum zu geschehen pflegt.

3) Berichtigung der berechneten finanziellen Umtriebszeit.

Die Zahlen, welche man bei der erstmaligen Berechnung der finanziellen Umtriebszeit, namentlich nach den unter 1, A a und C a angegebenen Methoden, erhält, können nicht immer als die wahre finanzielle Umtriebszeit angesehen werden, weil sie unter der Voraussetzung gewonnen wurden, daß das zwischen den einzelnen Holzsortimenten bestehende Preisverhältnis, auf Grund dessen die Geld-Ertragstafel entworfen wurde, auch nach Einführung der berechneten Umtriebszeit das nämliche bleiben werde [1]).

Dies ist jedoch keineswegs immer der Fall. Stellt sich z. B. die berechnete finanzielle Umtriebszeit niedriger als die seither eingehaltene Umtriebszeit, so würden nach Einführung der ersteren die schwächeren Sortimente (Prügelholz, Reisholz, Stangenholz) in größerem Maße zur Nutzung gelangen, als die stärkeren Sortimente (Scheit-

---

1) Der Verfasser hat hierauf schon in der 1. Auflage dieser Schrift (1865, S. 126), sodann in seinem Aufsatze: „Die Wahl der Umtriebszeit" (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1866, S. 5) und an mehreren anderen Orten aufmerksam gemacht.

holz, Stammholz), mithin im Preise sinken; es erwiese sich demnach die erstmalig berechnete Umtriebszeit als zu niedrig. Und umgekehrt: stellt sich die berechnete Umtriebszeit höher als die seither eingehaltene und wollte man demzufolge ein größeres Quantum von stärkeren Sortimenten anziehen und zu Markt bringen, so würde der Preis derselben sinken, also die erstmalig berechnete Umtriebszeit sich als zu hoch erweisen.

Nachstehend ein Beispiel über das Verhältnis der schwächeren zu den stärkeren Sortimenten bei verschiedenen Hiebsaltern. In dem Seite 217 erwähnten Steinbacher Revier (Königreich Sachsen) fand man, daß die Fichte auf der II. Bonität liefert bei

einem Hiebsalter von	Brennholz	Klotzholz mit einer Oberstärke von 12—22 Centimeter	23—36 Centimeter
60 Jahren	9%	62%	29%
70 „	5%	51%	44%
80 „	4%	40%	56%
90 „	4%	35%	61%
100 „	4%	29%	67%.

Es wäre mithin durchaus unrichtig, die Zahlen, welche sich für die finanzielle Umtriebszeit mittelst einer den gegenwärtigen Preisverhältnissen entsprechenden Ertragstafel berechnen, stets als die wahren finanziellen Umtriebszeiten anzusehen. Jene Zahlen geben, wenn sie mit den thatsächlich eingehaltenen Umtriebszeiten nicht übereinstimmen, nur eine Veranlassung zur Änderung der bestehenden Umtriebszeiten; sie bilden also nur die erste Station, aber nicht das Schlußresultat einer Rechnung, welche weit von derselben endigen kann. Stellt sich eine größere Differenz zwischen der berechneten und der bestehenden Umtriebszeit heraus, so zeigt dies nur an, daß das stärkere oder das schwächere Holz in zu großer Menge erzogen wurde und daß man somit zu einer kürzeren oder längeren Umtriebszeit übergehen muß.

Aus Vorstehendem ergiebt sich ebenso wie aus den Betrachtungen unter 2), daß kein Grund zu der Besorgnis vorliegt, die Boden-Reinertragswirtschaft werde stets zu so niedrigen Umtrieben führen, daß der Wald nicht mehr die unentbehrlichen Bau- und Werkhölzer liefern könne. Das Anstreben der finanziellen Umtriebszeit wird unter Umständen allerdings die Verminderung eines vorhandenen Überflusses an Starkhölzern zur Folge haben; aber in erster Linie wird die rationelle Forstwirtschaft immer danach trachten müssen, diejenigen Sortimente und namentlich auch die Starkhölzer, welche der Markt in großen Mengen verlangt, in möglichst kurzer Zeit und unter solchen Be-

dingungen zu liefern, daß der Preis die aufgelaufenen Kosten deckt. Sollte demgemäß eine Preisverschiebung zu Gunsten der stärkeren Sortimente eintreten, so kann hierin kein Unrecht gefunden werden, weil man dem Waldbesitzer nicht zumuten darf, mit Verlust zu produzieren[1]).

4) Veränderlichkeit der finanziellen Umtriebszeit.

Alle Umstände, welche auf die Beschleunigung oder Verzögerung der Kulmination des Boden-Erwartungswertes einen Einfluß ausüben, bewirken auch, daß die finanzielle Umtriebszeit früher oder später eintritt. Letztere ist daher keine konstante Größe, sondern veränderlich. Indessen ist die Wirkung nicht aller Faktoren der Art, daß eine bedeutende Änderung der Umtriebszeit erfolgt. So z. B. wird der Eintritt der finanziellen Umtriebszeit durch zeitigere Vornahme der Durchforstungen nur wenig beschleunigt, mehr schon durch Einlegen von landwirtschaftlichen Nebennutzungen nach dem Bestandsabtrieb. Bleiben die jährlichen Kosten sich gleich, so üben sie gar keinen Einfluß aus. Die Kulturkosten müssen schon beträchtlich vermindert werden, wenn hierdurch die Umtriebszeit nur um einige Jahre herabgedrückt werden soll[2]). Am größten ist der Einfluß des Zinsfußes, indem niedrige Zinsfüße die Kulmination des Boden-Erwartungswertes hinausschieben, höhere Zinsfüße sie beschleunigen. Der Gang des Zinsfußes läßt sich jedoch schwer vorausbestimmen. Im allgemeinen ist der Zinsfuß im Sinken begriffen, was also auf eine Erhöhung der Umtriebszeiten für die Zukunft hinweisen würde. — Steigen oder fallen die Holzpreise (und Kosten) gleichmäßig und plötzlich, setzt sich aber von da an der Gang derselben in der bisherigen Weise fort, so resultiert hieraus keine Änderung der Umtriebszeit; findet aber das Steigen oder Fallen der Preise in stärkerem Maße als früher und fortdauernd statt, so ergiebt sich eine Erhöhung bezw. Erniedrigung der Umtriebszeit[3]). Will man dieselbe bestimmen, so bieten sich hierzu zwei Wege dar. 1. Man berechnet die Boden-Erwartungswerte mit dem seither unterstellten Zinsfuß, aber mit den künftigen Holzpreisen. Letztere ermittelt man

---

1) Siehe Weber: Ueber die Bedeutung der Holz verarbeitenden Industriezweige. Forstwissenschaftliches Centralblatt, 1883, S. 6.

2) v. Seckendorff: Beiträge zur Waldwerthrechnung und forstlichen Statik. Supplemente zur Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1868, VI. Band, 3. Heft.

3) Siehe die Note von Lehr auf Seite 221 der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1880.

in der Weise, daß man die Preise des Zeitraums, innerhalb dessen die Preisänderung stattfand, als die Ordinaten einer Kurve aufträgt, welche man dann nach Maßgabe ihres bisherigen Verlaufes verlängert, oder daß man die Gleichung der Kurve aufsucht und hiernach den Holzpreis für einen späteren Zeitpunkt bestimmt. 2. Man berechnet die Boden-Erwartungswerte mit den Preisen, welche vor der Periode der Preisänderung stattfanden, ermäßigt oder erhöht dagegen den Zinsfuß in dem den letzteren entsprechenden Betrage (s. S. 48). Selbstverständlich können derartige Berechnungen nur dann einigen Anspruch auf Zuverlässigkeit machen, wenn angenommen werden darf, daß die Ursachen der seitherigen Preisveränderung auch in Zukunft wirksam sein werden. Erachtet man die Preisänderung nicht für genügend wahrscheinlich, so muß man selbstverständlich die bisherige Umtriebszeit beibehalten[1]). Indessen bemerkt Kraft mit Recht: „Ungeachtet aller Zweifel und Bedenken werden wir uns bei forstlichen Wertsberechnungen der Feststellung solcher Preisskalen oft gar nicht entziehen können. Wer auch auf derartige Wertsberechnungen, soweit sie uns zur Klärung wissenschaftlicher Probleme dienen, zu verzichten geneigt sein möchte, wird doch durch Aufgaben, welche das praktische Leben stellt, und wie sie z. B. bei Forstteilungen, Kauf- und Tauschgeschäften 2c. nicht selten vorkommen, oft genug dazu genötigt werden. Wir können uns hierbei damit trösten, daß auch in nicht forstlichen Kreisen bei vielen Fragen des praktischen Lebens Wahrscheinlichkeitsrechnungen mit sehr unsicheren Grundlagen oft unvermeidlich erscheinen“[2]).

5) Berechnung des Verlustes, welcher sich bei Einhaltung einer anderen als der finanziellen Umtriebszeit ergiebt.

Stimmt die thatsächlich eingehaltene Umtriebszeit u mit der finanziellen u nicht überein, so arbeitet die Wirtschaft mit Verlust (s. S. 189). Dieser ergiebt sich für Einzelbestände in dem Unterschiede der Wald- (oder Bestands-) Erwartungswerte.

Beispiel: Wird der auf Seite 191 beschriebene Kiefernbestand erst im Alter von 120 Jahren abgetrieben, so beträgt der Verlust gegenüber der finanziellen 100jährigen Abtriebszeit, im Vorwert auf das 40. Jahr berechnet, 1820 — 1680 = 140 Mark. Nur dann, wenn im 120 Jahre

1) Auch die Umtriebszeit des größten Wertszuwachses, Waldrohertrages und Waldreinertrages sind von den Holzpreisen abhängig. Steigen z. B. die Preise der gröberen Sortimente in einem stärkeren Verhältnis als die Preise der schwächeren Sortimente, so erhöhen sich diese Umtriebszeiten.

2) Kraft: Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, S. 23.

$140 \cdot 1{,}03^{80} = 1490$ Mark mehr erlöst würden, wäre dieser Verlust zu vermeiden. Dazu würde mithin eine Preissteigerung des 120jährigen Holzes um $\frac{1490}{532} = 2{,}80$ Mark pro Festmeter gehören.

Um für eine ganze Betriebsklasse den entsprechenden Verlust zu ermitteln, wäre die gleiche Berechnung für jeden einzelnen Bestand auszuführen und die Summe der Ergebnisse zu ziehen. Wird aber weniger auf strenge Einhaltung der beiderseitigen Umtriebszeiten, als vielmehr auf Ausgleichung der Erträge oder auf Annäherung an den „Normalzustand" des Nachhaltbetriebes Gewicht gelegt, so wird die vorherige Aufstellung von Betriebsplänen erforderlich. Vgl. 1) C. a).

Hier kann auf die schon S. 211 erwähnten Beispiele in Wimmenauers Grundriß 2c., Aufgabensammlung Nr. 89 bis 93 und 153 bis 155 verwiesen werden.

6) Zeitraum für die Verwertung eines Vorrats-Überschusses.

Die Nutzung eines Vorrats-Überschusses stellt sich finanziell als rätlich dar, wenn es möglich ist, von den dem Walde zu entnehmenden Kapitalien mittelst anderweitiger, gleich sicherer Anlage eine höhere Rente zu erzielen. Häufig bietet die Waldwirtschaft selbst zu einer derartigen Anlage Gelegenheit, sei es, daß der Waldeigentümer Waldungen neu erwirbt, oder diejenigen, welche er bereits besitzt, verbessert (z. B. durch Bauen von Waldwegen, Vornahme von Entwässerungen 2c.).

Das Kapital, welches durch Versilberung eines Vorrats-Überschusses flüssig gemacht werden kann, ist jedoch nicht etwa der Differenz der Kostenwerte der beiden Vorräte gleich, weil der Verkaufswert derjenigen Holzbestände, welche älter als u jährig sind, sich nicht nach dem Kostenwerte, sondern nach dem Verbrauchswerte bemißt.

Beträchtliche Vorrats-Überschüsse werden sich in der Regel ohne Verlust nicht auf einmal verwerten lassen, weil die Vermehrung des Angebotes ein Sinken der Holzpreise zur Folge hat. Auch aus diesem Grunde wird man also darauf verzichten müssen, die finanzielle Umtriebszeit in kürzester Frist einzuführen; man wird vielmehr einen größeren „Ausgleichungszeitraum" festzustellen haben, innerhalb dessen der wirkliche Vorrat auf den Betrag des normalen zu reduzieren ist, oder man wird den Etat immer nur für ein Jahr bestimmen und das Quantum des zu verwertenden Holzes nach den augenblicklich herrschenden Preisen bemessen.

7) Berechnung des Preises, zu welchem ein Vorrats-Überschuß versilbert werden darf.

Das Sinken des Holzpreises infolge vermehrten Angebotes hin-

dert die Nutzung eines Vorrats-Überschusses nur dann, wenn dasselbe ein gewisses Maß überschreitet. Nach Schlich[1]) ermittelt man das Minimum des Preises, zu welchem die Verwertung des Holzes noch stattfinden darf, folgendermaßen. Es sei D der nach seitherigen Preisen berechnete Geldwert des Vorrats-Überschusses, $\mathfrak{p}_2$ das Prozent, zu welchem der letztere im Walde rentiert, K das Kapital, welches durch Verwertung des Vorrats-Überschusses bei gesunkenen Preisen zu erlangen ist, p das Prozent, zu welchem K verzinslich angelegt werden kann, so muß, wenn die Rente von K gleich der im Walde erfolgenden Verzinsung des Vorrats-Überschusses sein soll,

$$K \cdot 0{,}0p = D \cdot 0{,}0\mathfrak{p}_2$$

sein. Hieraus ergiebt sich

$$K = D \cdot \frac{\mathfrak{p}_2}{p}.$$

Stellt r die Zahl der Maßeinheiten (z. B. der Kubikmeter) vor, welche der Vorrats-Überschuß enthält, x den Preis pro Maßeinheit, so ist

$$rx = K; \; x = \frac{K}{r} = \frac{D}{rp}\mathfrak{p}_2.$$

Das Fallen der Holzpreise, welches durch Verwertung des Vorrats-Überschusses bewirkt werden kann, erstreckt sich aber selbstverständlich auch auf den regulären Etat E, welcher neben dem Vorrats-Überschusse zur Nutzung gelangt. Anstatt E wird sich nur ein Erlös E_1 ergeben. Soll dieser Verlust nicht stattfinden, so muß die Möglichkeit vorhanden sein, den Vorrats-Überschuß zu einem Preise K_1 zu verwerten, durch welchen zugleich der Mindererlös $E - E_1$ gedeckt wird. Für den Fall, daß der Vorrats-Überschuß auf einmal genutzt werden kann, hat man die Bedingungsgleichung

$$K_1 \cdot 0{,}0p + E_1 = D \cdot 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E,$$

aus welcher

$$K_1 = \frac{D \cdot 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{0{,}0p}$$

folgt. Setzen wir wieder $K_1 = rx$, so ist

$$rx = \frac{D \cdot 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{0{,}0p},$$

$$x = \frac{D \cdot 0{,}0\mathfrak{p}_2 + E - E_1}{r \cdot 0{,}0p} = \frac{D}{rp}\mathfrak{p}_2 + \frac{E - E_1}{r \cdot 0{,}0p}.$$

1) Allgemeine Forst- und Jagd-Zeitung von 1866, S. 217.

Muß die Nutzung des Vorrats-Überschusses auf mehrere Jahre verteilt werden, so hat man die Jetztwerte der Erträge mittelst der Diskonto-Rechnung zu bestimmen.

8) Herstellung der finanziellen Umtriebszeit.

Wie wir S. 218 gesehen haben, kann die nach der Kulmination des Boden-Erwartungswertes berechnete Umtriebszeit in dem Falle, daß sie von der auf einem größeren Absatzgebiet thatsächlich eingehaltenen Umtriebszeit abweicht, nicht als die richtige finanzielle Umtriebszeit gelten. Letztere läßt sich jedoch nicht im voraus feststellen, sondern sie muß auf dem Wege des Versuches ausfindig gemacht werden, was in der Weise zu geschehen hat, daß man die Erhöhung bezw. Erniedrigung der Umtriebszeit, welche durch die Kulmination des Boden-Erwartungswertes angezeigt ist, nur allmählich vornimmt, mit den sich inzwischen ändernden Holzpreisen die finanzielle Umtriebszeit von neuem berechnet und diese Operation so lange fortsetzt, bis die thatsächliche Umtriebszeit mit der berechneten stimmt. Da jedoch die vorteilhafteste Umtriebszeit niemals mit voller Sicherheit ermittelt werden kann, da ferner die Wiederherstellung konsumierter Holzvorräte mit mannigfachen Schwierigkeiten verknüpft ist, so empfiehlt es sich, bei dem Übergange von höheren zu niederen Umtriebszeiten mit Vorsicht zu verfahren[1]) und bei einem vorhandenen Vorrats-Überschusse die Verkürzung der Umtriebszeit nicht bis zu dem oben angegebenen Punkte auszudehnen, sondern in einiger Entfernung von demselben einzuhalten, also mit Rücksicht auf die mögliche Ungenauigkeit der Rechnung ebenso eine Reserve vorzusehen, wie dies bei der Ertragsregelung wegen der Unsicherheit der Ertragsschätzung und noch aus mehreren anderen Gründen geschieht. Auf diese Reserve hätte man schon bei der Veranschlagung der Vorrats-Überschüsse Rücksicht zu nehmen.

Je größer der Unterschied zwischen der thatsächlich eingehaltenen und der berechneten Umtriebszeit ist, um so unbedenklicher kann mit der Aufzehrung eines Vorratsüberschusses begonnen werden. Übrigens erfordert in diesem Falle die Herstellung der finanziellen Umtriebszeit den längsten Zeitraum, einesteils weil beträchtliche Vorratsüberschüsse ohne starkes Sinken der Holzpreise sich nicht rasch verwerten lassen, zum andern weil die Preise, welche sich unmittelbar nach einer den seitherigen Etat überschreitenden Nutzung ergeben, zur Berechnung der finanziellen Umtriebszeit nicht anwendbar sind.

Je kleiner der Wald, dessen Wirtschaft nach dem größten (Boden-) Reinertrage geregelt werden soll, und je größer das Absatzgebiet ist,

---

1) Siehe Preßler: Der rationelle Waldwirth, II, (1859) S. 117—120.

um so rascher kann der Übergang von der seither eingehaltenen zu der berechneten finanziellen Umtriebszeit bewerkstelligt werden. Ist bei Einführung der letzteren keine Änderung der Holzpreise zu erwarten, so kann dieselbe unmittelbar als die finanzielle Umtriebszeit gelten, und sie wird dies auch so lange bleiben, als die angrenzenden Waldungen die Umtriebszeit nicht gleichfalls geändert haben.

II. Sonstige Umtriebszeiten.

In der forstlichen Litteratur findet man noch folgende Umtriebszeiten empfohlen.

1) Die technische Umtriebszeit.

So hat man diejenige Umtriebszeit genannt, bei welcher die Stämme eines Bestandes die für einen bestimmten Gebrauchszweck erforderliche Stärke und Höhe erlangen [1]). Da das Holz in sehr ver-

---

1) Definition Carl Heyers (Waldbau, 2. Aufl, 1864, S. 50). Hundeshagen (Encyklopädie der Forstwissenschaft, 2. Aufl., 1828, I. Abtheilung, S. 182) bezeichnet als technische Umtriebszeit diejenige, bei welcher das Holz „genau die zu einem gewissen Behuf durchaus notwendige Größe erreicht hat". Dieser Schriftsteller unterscheidet weiter die natürliche oder physische Haubarkeit als dasjenige Alter, bei welchem das Holz zur Fortpflanzung aus dem Samen oder zum Wiederausschlag am fähigsten ist, und die ökonomische Haubarkeit, bei welcher ein Bestand durch seine Abholzung dem wirtschaftlichen Bedürfnisse gerade entspricht. Übrigens werden die verschiedenen Haubarkeitszeiten von den forstlichen Schriftstellern nicht immer in übereinstimmender Weise definiert. So z. B. versteht Jeitter (Systematisches Handbuch der theoretischen und praktischen Forstwirthschaft, 1789, S. 45) unter physischer Haubarkeit diejenige Zeit, „worin jede Holzart nach den Absichten ihrer Behandlung die größte Vollkommenheit erreicht hat", und unter ökonomischer Haubarkeit diejenige Zeit, „worin sowohl einzelne Stämme als ganze Wälder ihren größten Wert erlangt haben". — Hoßfeld (Diana, 3. Band, 1805, S. 100) unterscheidet die Zeit des vorteilhaftesten Abtriebes a) in Absicht der größten Holzmasse, b) der meisten Brennbarkeit, c) der größten Güte des Holzes zum Bau- und Nutzholz, d) der größten Revenue. — G. L. Hartig (Die Forstwissenschaft in ihrem ganzen Umfange, 1831, S. 18) nennt einen Bestand physikalisch haubar, wenn die Bäume entweder Alters halber nicht mehr beträchtlich wachsen, oder wenn sie wegen der schlechten Beschaffenheit des Bodens und der Ortslage nur noch einen unbedeutenden Zuwachs haben; ökonomisch haubar, wenn der Bestand so alt ist, als er in Rücksicht auf Boden und Lage werden muß, um, im Durchschnitt genommen, den stärksten jährlichen Zuwachs geliefert zu haben, und zugleich Holz zu geben, das eine den Bedürfnissen vorzüglich entsprechende Stärke und Güte hat;

schiedenen Stärken verwendbar ist, so kann die technische Umtriebszeit fast alle Holzalter treffen; im allgemeinen aber werden hohe Umtriebszeiten, weil bei ihnen der Bestand alle Alter durchläuft und mittelst der Durchforstungen auch die schwächeren Sortimente liefert, dem vorgedachten Zweck am meisten entsprechen. Stimmt die gewählte Umtriebszeit nicht mit der finanziellen überein, so ergiebt die Wirtschaft einen Verlust. Ungeachtet des letzteren verlangen viele von dem Staate (weniger von dem Privaten), daß er seine Waldungen mit technischen Umtriebszeiten behandle und daß er namentlich solche Umtriebszeiten, welche die Höhe der finanziellen überschreiten, nicht ausschließe. Man hat diese Forderung durch folgende Gründe zu rechtfertigen gesucht:

A. **Der Staat habe als solcher die Verpflichtung, den Bedarf seiner Angehörigen an allen Holzsortimenten zu befriedigen.**

Hiergegen läßt sich jedoch folgendes einwenden:

a) **Die Ermittelung des notwendigen Holzbedarfs ist unausführbar**[1]).

Denn wollte man die, wiewohl noch streitige Frage, ob eine derartige Verpflichtung für den Staat wirklich vorliege, auch bejahen, so könnte man dem Staate doch offenbar nur zumuten, für das **notwendige**, nicht aber zugleich für dasjenige Holz zu sorgen, welches bei sparsamem Verbrauche, zweckmäßiger Anlage der Feuerungen, Benutzung von Surrogaten ꝛc. entbehrt werden kann[2]). Die Feststellung

---

mercantilisch haubar, wenn das Holz so stark geworden ist, als es den Umständen und Verhältnissen nach sein muß, um dem Eigentümer von seiner Waldfläche den größten Geldertrag zu verschaffen, der durch Berechnung des Erlöses aus dem Holze und der Zinsen in einem angenommenen Zeitraume zu erlangen ist. **Preßler** (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1860, S. 48) versteht unter **ökonomischer** Haubarkeit die Zeit der wahren wirtschaftlichen Reife der Hölzer, mithin unsere „finanzielle" Umtriebszeit. Hätte dieser letzte Ausdruck sich nicht schon zu sehr eingebürgert, so würden wir vorschlagen, an seine Stelle „ökonomische" Haubarkeit, und zwar mit dem von Preßler unterlegten Begriffe, zu setzen. Denn viele Mißverständnisse, welche in Bezug auf das Wesen der einträglichsten Umtriebszeit zu Tage getreten sind, knüpfen sich lediglich an das Wort „finanziell", welches man in seiner Anwendung auf die Forstwirtschaft häufig mit einer üblen Nebenbedeutung zu gebrauchen pflegt.

1) **Krug**: Betrachtungen über den National-Reichthum des preußischen Staates, 1805, II, S. 455.

2) Mehr verlangen auch diejenigen Schriftsteller nicht, welche für Staatswaldungen die Einhaltung technischer Umtriebszeiten fordern. So z. B. **Moser** (Forstökonomie, 1757, S. 102): „Dann vom Nothwendigen ist hier

des notwendigen Holzbedarfs mittelst direkter Untersuchung stößt jedoch auf unüberwindliche Schwierigkeiten. Denn

α) den Holzkonsumenten selbst kann man die Abschätzung nicht überlassen, weil keine Gewähr darüber vorliegt, daß dieselben das wahre Bedürfnis von dem eingebildeten gehörig trennen werden[1]).

β) Nach dem wirklichen Verbrauche kann der notwendige Bedarf nicht bemessen werden, weil jener auch das Entbehrliche, insbesondere die Holzverschwendung in sich begreift. Man würde letztere in der That festhalten, wenn man die Einrichtung der Wirtschaft auf den wirklichen Verbrauch gründen wollte[2]).

γ) Eine Begutachtung des notwendigen Holzbedarfs durch sogenannte Sachverständige liefert ebenfalls kein zuverlässiges Resultat, weil der Begriff des Notwendigen überhaupt nur ein relativer ist und niemand die Bedürfnisse eines andern richtig zu beurteilen vermag. Was für den einen entbehrlich ist, kann selbst unter sonst ganz gleichen äußeren Verhältnissen für den andern notwendig sein. Das Holzbedürfnis der Gewerbe, namentlich solcher, welche einer Erweiterung ihres Betriebes fähig sind, zutreffend zu bemessen, ist eine nicht zu lösende Aufgabe[3]).

b) Gesetzt es sei (was wir jedoch nach dem Vorhergehenden für unausführbar halten) dem Staate gelungen, den Holzbedarf seiner Angehörigen ausfindig zu machen, so würde er, um jedem die Befriedigung seines Bedarfs zu sichern, überall da, wo die Gesamtproduktion keinen Überschuß über den Gesamtverbrauch liefert, den Vertrieb des Holzes in das Ausland nicht gestatten, ja sogar das

---

ohnedem nur die Rede.“ Ferner Cotta, Forst-Einrichtung und Abschätzung, 1820, S. 25; v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, 1850, S. 248.

1) Pfeil: Grundsätze der Forstwirthschaft in Bezug auf die Nationalökonomie und die Staatsfinanzwissenschaft, 1822—1824, I, S. 219.

2) Diese Ansicht sprach Pfeil bereits 1822 in dem oben angeführten Werke I, S. 228 aus.

3) Pfeil a. a. O., I, 219, 224. — Eine Begutachtung der „wesentlichen“ Holzbedürfnisse durch Sachverständige verlangten u. a. v. Burgsdorff (Forsthandbuch, 2. Auflage, 1797, II, 311) und Georg Ludwig Hartig (Grundsätze der Forstdirektion, 1804, S. 106). Letzterer will die Holzbedürfnisse eines Landes, und zwar von jeder Stadt, jedem Dorfe und Amte, durch die Justiz- und Forstbeamten gemeinschaftlich aufnehmen lassen. Dieselben Beamten sollen die Angaben der Holzbedürfnisse und Zwecke genau untersuchen bezw. moderieren. Ähnliche unausführbare Forderungen stellt Meyer, Forstdirektionslehre, 1810, S. 78.

Holz nicht an den Meistbietenden verkaufen, sondern dasselbe nur nach festen Taxen abgeben dürfen — Maßregeln, welche die Wissenschaft längst verurteilt und die Praxis längst aufgegeben hat. Bei wachsender Bevölkerungszahl würden neue Verlegenheiten entstehen.

Aus dem Vorstehenden ergiebt sich, daß der Staat den sog. notwendigen Holzbedarf nicht zu ermitteln vermag, denselben auf direktem Wege (also durch Anzucht der gewünschten Sortimente) auch nicht überall befriedigen könnte. Indirekt kann der Staat aber allerdings für die Beschaffung des wahren und eingebildeten Holzbedarfs (beide lassen sich nicht trennen) sorgen, wenn er seine Waldwirtschaft so einrichtet, daß dieselbe den größten reinen Ertrag abwirft. Denn da letzterer, wenn auch nur mittelbar, den einzelnen Staatsbürgern zu gute kommt, so erhalten dieselben hierdurch aus dem Walde selbst den größtmöglichsten Betrag, um für den Bezug des benötigten Holzes nach eigenem Ermessen zu sorgen. Diese Art der Waldbewirtschaftung führt aber auf die finanzielle Umtriebszeit.

Zur Rechtfertigung einer höheren als der finanziellen Umtriebszeit, insbesondere in den Staatswaldungen, hat man weiterhin vorgebracht:

B. Manche Gewerbe, welche stärkere Holzsortimente bedürfen, könnten nicht bestehen, wenn sie letztere nach dem Kostenpreise bezahlen sollten; das Staatsvermögen erleide jedoch dadurch, daß das mittelst höherer Umtriebszeiten erzogene Holz an Gewerbtreibende unter dem Kostenpreise abgegeben werde, keinen Verlust, ja es werde sogar noch vermehrt, weil

a) das Holz Gelegenheit zur mannigfachsten Arbeitsdarstellung gebe, welche mittelbar volkswirtschaftliche Werte schaffe[1]);

b) durch Unterstützung der Gewerbe in der vorbezeichneten Weise die Steuerkraft gehoben werde[2]).

Hiergegen ist jedoch folgendes zu bemerken.

Zu a. Aus der allgemeinen Gleichung des Unternehmergewinns ergiebt sich, daß ein Gewerbe nur dann ohne Verlust arbeitet, wenn der Rauhertrag gerade die Kosten deckt. Da nun aber in dem vorliegenden Falle vorausgesetzt wird, daß der Rauhertrag gewisser, der Unterstützung bedürftiger, Gewerbe noch nicht einmal hinreiche,

---

1) Grebe: Die Betriebs- und Ertragsregulierung der Forsten, 2. Auflage, 1879, S. 196.

2) Schenk: Das Bedürfniß der Volks-Wirthschaft, 2. Theil, 1831, S. 320.

um den Kostenwert des Holzes zu vergüten, so folgt hieraus, daß derartige Gewerbe auch keinen Überschuß erzeugen können. — Eine negative Größe, welche einer Anzahl positiver Größen zugeteilt wird, kann zwar dadurch zum Verschwinden gebracht werden, daß sie eine andere gleichwertige positive Größe absorbiert: die positive Summe des Ganzen hat aber dann doch um den Betrag jener negativen Größe abgenommen.

Zu b. Wenn der Staat einem Bedürftigen ein Geschenk (hier in dem Unterschiede zwischen dem Kostenwerte und dem Verbrauchswerte des Holzes bestehend) macht und es ihm nachher in der Gestalt einer Steuer ganz oder teilweise wieder nimmt, so bezieht er thatsächlich keine Steuer, sondern er erhält höchstens dasjenige, was er gegeben hat, vermindert um den Betrag der Steuer-Erhebungskosten, wieder zurück.

Die unter a) und b) bezeichneten Erwägungen haben sonach auf die Dauer keine Berechtigung. Wohl aber kann ihnen eine solche für gewisse Übergangszeiten unter Umständen zukommen; wenn es sich z. B. um die Schaffung neuer Gewerbszweige handelt, von welchen man erwarten darf, daß sie später die staatliche Unterstützung entbehren können, oder wenn ein bestehendes Gewerbe durch plötzlich eintretenden Mangel an den erforderlichen Rohstoffen gefährdet werden würde. Solchen Umständen wird indessen dadurch genügend Rechnung getragen, daß der Übergang zu niedrigeren finanziellen Umtriebszeiten nach den obigen Erörterungen stets ein allmählicher sein wird.

C. Durch Anzucht von „reifem" Holze vermeide man die Verluste, welche aus der Verwendung „unreifen" Holzes zu Bauten und der infolgedessen viel öfter nötigen Erneuerung desselben hervorgingen[1]).

Der eben angegebene Beweisgrund fußt auf der Annahme, daß der Verlust, welcher aus öfterer Erneuerung eines Baumaterials entspringe, stets größer sei, als derjenige, welchen die Beschaffung eines teureren Materials veranlaßt. Diese Annahme ist jedoch unrichtig. Wenn man bei dem Bauen mit einem weniger dauerhaften Material eine so große Ersparnis macht, daß dieselbe mit ihren prolongierten Interessen die Erneuerungskosten deckt, so kann man ebensowohl ein billigeres Material anwenden; sollte aber sogar die Ersparnis mit

1) Cotta, Grundriß der Forstwissenschaft, 2. Aufl., 1836, II. Abtheilung, S. 136. — Derselbe, Waldbau, 5. Aufl., 1835, S. 19. — Grebe, a. a. O., S. 198.

Interessen den Erneuerungsaufwand übersteigen, so würde es geradezu unwirtschaftlich sein, von dem dauerhafteren Material Gebrauch zu machen.

D. Das minder wertvolle Holz der niederen Umtriebszeiten bedinge einen relativ höheren, nationalökonomisch unproduktiven Arbeitsaufwand für Fällung, Aufarbeitung und Transport[1]).

Hiergegen ist zu bemerken:

Dem vorerwähnten Verlust für Arbeitsaufwand bei niederen Umtriebszeiten steht bei höheren Umtriebszeiten ein gleichfalls nationalökonomischer Verlust an Interessen vom Betriebskapital gegenüber. Bei der Feststellung der Umtriebszeit hat man also zu ermitteln, welche Art des Verlustes am größten ist, und die Umtriebszeit in denjenigen Zeitpunkt zu verlegen, für welchen der relative Verlust ein Minimum wird. Diese Abwägung der beiden Verlustkonto wird nun gerade bei der Bestimmung der finanziellen Umtriebszeit vorgenommen, weil hierbei alle Kosten, also auch diejenigen für Fällung, Aufarbeitung und Transport in Rechnung kommen.

E. Der höhere Umtrieb verschaffe eine Reserve für unvorhergesehene Elementarereignisse und andere Vorkommnisse[2]).

Hiergegen ist zu bemerken, daß die Bildung einer Reserve, welche die ihr zugeschriebenen materiellen Vorteile wirklich besitzt, dem Prinzipe der finanziellen Umtriebszeit nicht zuwiderläuft. Jene Vorteile würden nämlich, wenn man sie in Geld veranschlagen könnte, eine Erhöhung der finanziellen Umtriebszeit rechtfertigen. Dagegen bietet die technische Umtriebszeit für sich allein gar keine Reserve dar, weil sie grundsätzlich das Holz eben nur „die zu einem gewissen Behufe notwendige Größe" — und nicht mehr — erreichen läßt.

F. Zum Bau von Schiffen sei starkes Holz erforderlich, dessen Erziehung von den Privaten nicht erwartet werden könne, weil der Preis die Produktionskosten nicht lohne[3]).

Ist letzteres wirklich der Fall, so geht hieraus hervor, daß die seitherige Art der Starkholz-Produktion eine unwirtschaftliche war und

---

1) Grebe, a. a. O., S. 198.

2) Schenck: Das Bedürfniß der Volkswirthschaft, 1831, II, S. 222. — Grebe, a. a. O., S. 200. Der eben angegebene Grund, welchen man für die Einhaltung höherer Umtriebe in Staatswaldungen vorgebracht hat, würde, wenn er stichhaltig wäre, ebensogut für Privatwälder gelten.

3) v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, 1850, S 293

daß entweder eine Verminderung derselben, welche höhere Preise zur Folge haben würde, oder eine Beschleunigung durch Anzucht ungleichaltriger Bestände, Ausnutzung des Lichtungszuwachses u. dgl., also Kostenersparnis geboten erscheint[1]). Beides führt auf die finanzielle Umtriebszeit bei zweckmäßiger Betriebseinrichtung.

Der „technischen Umtriebszeit" im Sinne Hundeshagens und Karl Heyers kann nach alledem eine maßgebende Bedeutung nicht beigelegt werden. Dagegen ist andererseits wiederholt hervorzuheben, daß auch die auf Grund bestehender Holzpreise berechneten „finanziellen Umtriebszeiten", sobald sie von den seither üblichen weit abweichen, nicht ohne weiteres als solche im wahren Sinne des Wortes (vgl. Seite 189) aufgefaßt werden dürfen. Denn ein Herabgehen unter diejenige Altersgrenze, bei welcher noch vorwiegend Holzsortimente von unbedingter Marktfähigkeit erzeugt werden, kann — für den Großbetrieb wenigstens — niemals vorteilhaft sein, d. h. das „größte reine Einkommen gewähren". Versteht man jene Altersgrenze — die übrigens nicht allgemein, sondern nur örtlich bestimmt werden kann — unter „technischer Umtriebszeit", so ist derselben als einem notwendigen Korrektiv des finanziellen Umtriebs ein zweifelloser Wert beizumessen[2]).

2) Umtriebszeit des größten Naturalertrages[3]).

Nennt man M_u, $m_a \ldots m_q$ die Massenerträge, welche ein Bestand von seiner Begründung bis zu seinem Abtriebe liefert, so würde die Umtriebszeit des größten Naturalertrages dasjenige Bestandsalter treffen, für welches

$$\frac{M_u + m_a + \cdots + m_q}{u}$$

ein Maximum ist.

1) Vgl. Preßler, Rationeller Waldwirth, 5. Heft, 1865, S. 37.

2) Danckelmann, Zeitschrift für F.- und J.-W., 1890, S. 633. — Wagener, Anleitung zur Regelung des Forstbetriebs, 1875, S. 37.

3) Königs Massen-Schlagbarkeitsalter. Siehe die Forstmathematik von König, 4. Auflage, S. 538. — Die Mehrzahl der Schriftsteller, welche für die Umtriebszeit des größten Naturalertrages eintraten, verlangte dieselbe nicht ausschließlich, sondern neben der Umtriebszeit des größten Gebrauchswertes. Aus der Verbindung dieser beiden Umtriebszeiten resultiert, wie unter 4 nachgewiesen werden wird, die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages. Um letztere zu würdigen, ist es erforderlich, zuvor jede der beiden Komponenten für sich zu betrachten.

Kulmination der durchschnittlich jährlichen Massenerzeugung.

Holzart	Nach den unten bezeichneten Ertragstafeln	erfolgt der größte durchschnittliche Zuwachs auf bestem Standort im Alter	auf bestem Standort mit fm pro ha	geringstem Standort im Alter	geringstem Standort mit fm pro ha
Kiefer	Weise, Ertragstafeln für die Kiefer 1880, exkl. Zwischennutzungen . . .	30—35	8,5	35—45	3,3
	" dgl. inkl. Zwischennutzungen nach Danckelmann, Zeitschr. für F.= u. J.=W. 1887, S. 73	50—60	10,1	50—70	4,0
	Schwappach, Wachstum und Ertrag normaler Kiefernbestände in der norddeutschen Tiefebene, exkl. Zwischennutzungen	35	8,1	55—65	2,4
	" dgl. inkl. Zwischennutzungen	50—65	10,0	65—80	3,2
	Kunze, Tharander forstl. Jahrb., Suppl. III. 1884, exkl. Zwischennutzungen	35	10,9	55—65	2,7
Fichte	Kunze, Tharander forstl. Jahrbuch, Suppl. 1877, " "	50	13,2	60—75	6,0
	Lorey, Allg. Forst= und Jagdzeitung. Suppl. 1883, " "	60—65	12,4	65—80	4,6
	" dgl. inkl. Zwischennutzungen nach Danckelmann a. a. O.	70	15,6	80	6,2
	Schwappach, Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände 1890; Mittel= und Norddeutschland exkl. Zwischennutzungen	50	13,2	90	4,1
	" dgl. inkl. "	70	16,6	90	5,1
	" dgl. Süddeutschland exkl. "	50	13,4	95	4,0
	" dgl. " inkl. "	60	16,9	über 100	5,2
Tanne	Lorey, Ertragstafeln für die Weißtanne 1884, exkl. "	100—105	10,4	115—130	6,6
	Schuberg, Aus deutschen Forsten, I. die Weißt. 1888 " "	50—55	12,2	95—105	4,5
	" dgl. (Schlußgrad b) inkl. "	70	15,5	110	6,6
Buche	Schuberg, Forstw. Centralblatt 1880, Heft 5 exkl. "	55—60	5,7	70—85	4,0
	Baur, Die Rothbuche rc. 1881 " "	82—83	7,3	113—119	2,5
	" dgl. inkl. Zwischennutzungen nach Danckelmann a. a. O.	80—100	9,8	100—120	3,2

Während dieses Maximum nach den Angaben älterer Schriftsteller entweder bei allen Standortsklassen gleichzeitig (Cotta) oder auf schlechteren Böden früher (Pfeil, Burckhardt u. a.) erfolgt, ist durch das übereinstimmende Verhalten der neueren, von den forstlichen Versuchsanstalten aufgestellten Ertragstafeln (s. S. 34) der Nachweis erbracht, daß die Kulmination des Durchschnittszuwachses um so frühzeitiger eintritt, je besser der Standort ist. Vgl. die jenseitige Zusammenstellung, aus welcher zugleich auch hervorgeht, daß das nach obiger Formel, also unter Einschluß der Zwischennutzungen berechnete Maximum durchgängig, und zwar um etwa 1 bis 3 Jahrzehnte, später erfolgt als dasjenige des bloßen Haubarkeits-Durchschnittszuwachses $\left(\frac{M_u}{u}\right)$. Die dort angegebenen Zahlen beziehen sich auf die gesamte oberirdische Holzmasse, also Derb- und Reisholz. Zieht man nur das Derbholz in Betracht, was namentlich bei den Nadelhölzern wegen der Wertlosigkeit des Reisigs für viele Waldgebiete gerechtfertigt sein kann, so wird der Kulminationspunkt meist abermals um ungefähr ein Jahrzehnt hinausgeschoben.

Die hiernach bemessene Umtriebszeit muß, weil bei ihrer Bestimmung auf den Preis des Holzes und auf die Produktionskosten gar keine Rücksicht genommen wird, als eine unwirtschaftliche bezeichnet werden, sofern sie von der finanziellen weit abweicht. Dies scheint übrigens, soweit die Höhe der letzteren sich übersehen läßt, gar nicht der Fall zu sein. Wenigstens stimmen die für Kahlschlagbetrieb bei Fichte und Kiefer auf Seite 215 angeführten finanziellen Umtriebszeiten mit denjenigen des größten Massenertrags (Seite 232) nahezu überein; für Buche und Tanne, die meist im Femelschlagbetriebe bewirtschaftet werden, würden letztere wohl auch noch nach Maßgabe des Lichtungszuwachses zu modifizieren sein, sodaß die Zahlen der Ertragstafeln nicht unmittelbar zur Verwendung kämen. Welche von beiden Ermittelungsarten hier in der Mehrzahl der Fälle zum höheren Umtrieb führen wird, läßt sich a priori nicht bestimmen. Da der eigentümliche Vorzug der Lichtungshiebe indessen häufig mehr in dem frühzeitigeren Eingang wertvoller Nutzungen als in der Steigerung des absoluten (summarischen) Ertrags zu finden ist, so kann es sehr wohl vorkommen, daß ein höherer Umtrieb sich vom Standpunkte der Reinertragslehre eher rechtfertigen läßt, als von demjenigen der größten durchschnittlich jährlichen Massenerzeugung.

Man hat die Umtriebszeit der letzteren — welche beim Nachhaltbetrieb zugleich den höchsten jährlichen Holzertrag in Aussicht stellt — aus dem Grunde empfohlen, weil sie gestatte, den Holzbedarf

auf der kleinsten Fläche zu erziehen und das überschüssige Areal, soweit es nicht absoluter Waldboden ist, einer anderen vorteilhafteren Benutzung (als Ackerland, Wiese 2c.) zuzuwenden[1]). In neuerer Zeit nimmt sogar noch v. Helferich (Schönbergs Handbuch der politischen Ökonomie 1886, II. S. 301) diesen Standpunkt ein, indem er von der Ansicht ausgeht, es müsse die finanzielle Umtriebszeit stets weniger als das Maximum an absolutem Holzertrag liefern. Diese Auffassung kann nur als eine veraltete und irrige bezeichnet werden und zwar aus folgenden Gründen:

1) läßt sich, wie wir gesehen haben, eine höhere Umtriebszeit in vielen Fällen gerade vom Standpunkte der Reinertragslehre aus rechtfertigen;

2) erscheint es noch keineswegs als erwiesen, daß die Forstwirtschaft auch auf relativem Waldboden immer weniger rentabel sein müsse als die Landwirtschaft[2]).

3) Wäre dies aber auch der Fall und erschiene es demgemäß als vorteilhaft, den forstlichen Betrieb auf anderweitig nicht verwendbare Standorte einzuschränken, so könnte doch nur dann das Maximum der Massenerzeugung als entscheidend angesehen werden, wenn heute noch die Brennholzzucht, bei welcher der Unterschied der Sortimente mehr zurücktritt, das Hauptwirtschaftsziel bildete. Da dies aber nicht der Fall ist, vielmehr die Nutzhölzer immer mehr in den Vordergrund treten, bei diesen aber nicht die Masse, sondern der Gebrauchswert entscheidet, so ist klar, daß eine Methode der Umtriebsbestimmung nicht brauchbar sein kann, welche die Holzpreise, in denen jener Wert ja seinen Ausdruck findet, gänzlich unbeachtet läßt.

3) **Umtriebszeit des größten Gebrauchswertes**[3]).

Da die Abhängigkeit des Gebrauchswertes von dem Alter des Holzes durch direkte Untersuchungen sehr wenig festgestellt ist, da ferner die Gebrauchsfähigkeit eines Sortimentes nur dann einen prak-

---

1) Müller, Versuch zur Begründung eines allgemeinen Forstpolizeigesetzes, 1825, S. 76. — Schenck, Das Bedürfniß der Volkswirthschaft, 1831, II, S. 30. — Cotta, Grundriß der Forstwissenschaft, 2. Aufl., 1836, zweite Abtheilung, S. 136.

2) Thaer, Unter welchen Voraussetzungen ist es gerathen, landwirthschaftlich benutzten Boden aufzuforsten? Landwirthschaftliche Jahrbücher, 1890. Vgl. auch 2. Titel, Wahl zwischen land- und forstwirthschaftlicher Benutzung des Bodens.

3) Cotta, Waldbau, 5. Aufl., 1835, S. 19. Vergl. auch die Note 3) auf Seite 231.

tischen Nutzen gewährt und gewürdigt wird, wenn thatsächlich ein Verbrauch desselben stattfinden kann, so ist man, wie Pfeil[1]) sehr richtig bemerkt, darauf angewiesen, an die Stelle des Gebrauchswertes den Preis zu setzen und sich dabei zu beruhigen, daß für jetzt der Preis Vorurteil und wirklichen Gebrauchswert in sich faßt.

Von der „technischen Umtriebszeit" unterscheidet sich diejenige des größten Gebrauchswertes dadurch, daß jene die untere Grenze der Gebrauchsfähigkeit, diese deren Maximum, ausgedrückt durch den höchsten Preis der Maßeinheit, entscheidend sein läßt. Wollte man die Umtriebszeit auf diesen Kulminationspunkt verlegen, so würde man damit in vielen Fällen über das Ziel der „vorteilhaftesten Wirtschaft" hinausschießen, weil die Rentabilität der letzteren nicht blos von dem Preise, sondern auch von der Menge des gewonnenen Holzes und von dem Aufwande abhängt, welcher zur Erzielung des höchsten Preises gemacht werden muß.

Die Umtriebszeit des höchsten Gebrauchswertes trifft beim Hochwalde sehr hohe Bestandsalter. So weisen die Geldertragstafeln Burckhardts für die Eiche bis zum 150., für die Buche bis zum 120., diejenigen Schwappachs für Fichte und Kiefer, wenigstens auf den besseren Standorten, bis zum 140. Jahre noch erhebliche Steigerungen des Festmeterpreises nach.

4) Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages (Wald-Rohertrages).

Diese Umtriebszeit wird von einigen Schriftstellern direkt gefordert[2]). Sie ergiebt sich aber auch indirekt, wenn man die Aufgabe zu lösen versucht, neben dem höchsten Naturalertrage den höchsten Gebrauchswert zu erzielen. Denn da diese beiden Maxima nicht immer in den nämlichen Zeitpunkt fallen, so muß man sich begnügen, mit der Umtriebszeit ein Bestandsalter zu treffen, für welches das Produkt aus der Masse und dem Preise der Maßeinheit ein Maximum wird. Nennen wir, wie unter 2),

$$M_u, m_a \ldots, m_q$$

die Massen, welche ein Bestand von seiner Begründung bis zu seinem Abtriebe pro Flächeneinheit liefert,

---

1) A. a. O., II, 200.

2) So u. a. von v. Berg, Staatsforstwirthschaftslehre, S. 79. Bei dieser Gelegenheit wollen wir darauf aufmerksam machen, daß einige Schriftsteller Forderungen erheben, welche zu verschiedenen Umtriebszeiten führen. Beispiele dieser Art ergeben übrigens schon die vorhergehenden Citate.

$$T_u, t_a, \ldots, t_q$$

die korrespondierenden Preise der Maßeinheiten, so ist

$$M_u T_u + m_a t_a + \cdots + m_q t_q = A_u + D_a + \cdots + D_q \text{ und}$$

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

der Brutto-Geldertrag, welchen die Flächeneinheit bei dem jährlichen Betriebe gewährt. Die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages wird also in denjenigen Zeitpunkt fallen, für welchen

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

kulminiert[1]).

Nach den auf Seite 215 erwähnten Geldertragstafeln erreicht der Waldrohertrag (exkl. Erntekosten) sein Maximum

- bei Fichten III. Bonität nach Judeich mit 110 Jahren und 90,3 Mark pro ha,
- bei Fichten II. Bonität nach Pöpel mit 100 Jahren und 141,4 Mark pro ha,
- bei Fichten I. Bonität nach Schwappach mit 100 Jahren und 217,2 Mark pro ha,
- bei Fichten III. Bonität nach Schwappach mit 120 Jahren und 119,3 Mark pro ha,
- bei Kiefern I. Bonität nach Schwappach mit 120 — 130 Jahren und 97,6 Mark pro ha,
- bei Kiefern II. Bonität nach Schwappach mit 130 Jahren u. 77,5 Mark pro ha,
- bei Kiefern IV. Bonität nach Schwappach mit 120 Jahren u. 33,1 Mark pro ha,
- bei Kiefern V. Bonität nach Schwappach mit 70 Jahren und 23,1 Mark pro ha,
- bei Kiefern II. u. III. Bonität in der Main-Rhein-Ebene mit 140 Jahren und 59,2, resp. 37,2 Mark pro ha,
- bei Kiefern II. u. III. Bonität im Hess. Odenwald mit 140 Jahren und 71,9, resp. 45,2 Mark pro ha,
- bei Kiefern II. u. III. Bonität im n. ö. Vogelsberg mit 140 Jahreu und 84,8, resp. 53,3 Mark pro ha,

---

1) Die Ansicht, daß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ auch den größten durchschnittlich-jährlichen Geldertrag des aussetzenden Betriebes vorstellen könne, wird unter 5. widerlegt werden.

bei Buchen III. Bonität im Femelschlagbetrieb nach Wimmenauer mit 120 Jahren und 74,3 Mark pro ha.

Auch die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages ist unvorteilhaft, weil sie den ganzen Produktionsaufwand unbeachtet läßt.

Müller[1]) und nach ihm Grebe[2]) bezeichnen die Umtriebszeit des größten und wertvollsten Materialertrages, welche, wie wir soeben gesehen haben, lediglich die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages ist, als die nationalökonomische Umtriebszeit, setzen sich aber hierdurch in Widerspruch mit den Schriftstellern der Volkswirtschaftslehre, welche der Ansicht sind, daß auch für die Nation die Gewinnung des größten Reinertrages am vorteilhaftesten ist. So sagt z. B. Rau[3]): „Das Verhältnis zwischen dem rohen und reinen Ertrage eines Volkes zeigt die Ergiebigkeit der hervorbringenden Geschäfte an und läßt auf die denselben günstigen oder hinderlichen äußeren Umstände schließen. Bei einerlei Umfang des ganzen Erzeugnisses ist offenbar diejenige Anwendung der Güterquellen die vorteilhafteste, welche den größten reinen Überschuß abwirft. — Demnach sind sowohl die Hilfskräfte des Staates, welche seine Wirksamkeit im Innern und seine Festigkeit gegen Außen bedingen, als die Mittel zur Pflege aller persönlichen Güter der Menschen, z. B. der Wissenschaften und Künste, und auch die Vermehrungen des Volksvermögens hauptsächlich von der Größe des reinen Einkommens abhängig." Fast ebenso Roscher[4]): „Da die wirtschaftliche Produktion zunächst keinen andern Zweck hat, als menschliche Bedürfnisse zu befriedigen, so ist die bloße Vermehrung des Roheinkommens gleichgültig. Eine Vermehrung des reinen giebt der Nation die Möglichkeit, entweder ihre Zahl, oder ihren Genuß zu vergrößern."

5) Umtriebszeit des größten Waldreinertrages.

Zieht man von dem Brutto-Geldertrage $A_u + D_a + \cdots + D_q$ des jährlichen Betriebes die baren Ausgaben für Verwaltung, Schutz, Steuern und Kultur, also $uv + c$ ab, so stellt der Rest den Wald-

1) Versuch zur Begründung eines allgemeinen Forstpolizeigesetzes, 1825, S. 77.

2) Die Betriebs- und Ertrags-Regulierung der Forste, 1867, S. 155, 2. Aufl., 1879, S. 194. Vgl. den Artikel: „Die nationalökonomische Umtriebszeit" von J. Lehr in der Allgemeinen Forst- und Jagd-Zeitung von 1870, S. 249 u. 289.

3) Grundsätze der Volkswirthschaftslehre, 1863, S. 310.

4) Grundlagen der Nationalökonomie, 1883, § 147, S. 369.

reinertrag, d. h. die Rente des Boden- und Vorratskapitalwertes von u Flächeneinheiten dar[1]); folglich bezeichnet der Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u}$$

den durchschnittlichen Waldreinertrag der Flächeneinheit. Diese Formel unterscheidet sich von derjenigen des Waldrohertrags (exkl. Holzerntekosten) unter Nr. 4 nur durch den konstanten Betrag v und den mit der Umtriebszeit wechselnden Quotienten $\frac{c}{u}$. Von beiden kann mithin nur der letztere einen Unterschied zwischen der Umtriebszeit des größten Waldrohertrags und derjenigen des höchsten Waldreinertrags bedingen. Wird die erstere mit u bezeichnet, so ist

$$\frac{A_u + D_a + \cdots}{u} > \frac{A_{u+n} + D_a + \cdots}{u+n};$$

sowie auch, falls der Kulturaufwand der Flächeneinheit sich mit der Umtriebszeit nicht ändert,

$$\frac{c}{u} > \frac{c}{u+n}.$$

Folglich ist es möglich, daß

$$\frac{A_u + D_a + \cdots - c}{u} < \frac{A_{u+n} + D_a + \cdots - c}{u+n},$$

wenn nämlich die Differenz $\frac{c}{u} - \frac{c}{u+n}$ größer ist als der Unterschied der beiderseitigen Roherträge. Mit anderen Worten: wenn die letzteren mit steigendem Umtriebe bereits sinken, kann der Reinertrag unter Umständen noch zunehmen. Da indessen der Gesamtaufwand für Kultur bei höheren Umtriebszeiten nur wenig abnimmt[2]) und ohnehin den Erträgen gegenüber kaum ins Gewicht fällt, so können beide Methoden der Umtriebsbestimmung keine erheblich verschiedenen Resultate liefern. In der That fällt denn auch nach den sämtlichen unter Nr. 4 angeführten Ertragstafeln (bei 10jähriger Altersabstufung) der Umtrieb des größten Waldreinertrags mit demjenigen des höchsten Brutto-Geldertrags zusammen, während die Ertragsziffern selbst, und zwar um etwa 6—8 Mark, differieren.

---

1) S. Seite 128.

2) S. Seite 66.

Einen wesentlichen praktischen Vorzug besitzt demnach dies Verfahren der Umtriebsbestimmung nicht. Dagegen wird ihm von seinen zahlreichen Anhängern (Baur, Bose, Urich, Borggreve, Schnittspahn u. a.) theoretisch nachgerühmt, daß es dem Waldbesitzer den größten Überschuß der Einnahmen über die Ausgaben gewähre, bezw. das gleiche reine Einkommen von der kleinsten Waldfläche in Aussicht stelle. Dies ist unzweifelhaft dann der Fall, wenn der jenem Umtrieb entsprechende normale Holzvorrat in normaler oder wenigstens annähernd regelmäßiger Altersabstufung gerade vorhanden ist. Da dieser Holzvorrat aber ein Kapital von bestimmter Größe darstellt, so bleibt die Frage offen, ob dieses samt dem Bodenwerte durch die Walderträge genügend verzinst werde; oder ob es nicht vorteilhafter wäre, einen Teil desselben anderweitig zinstragend anzulegen. Zu letzterem wird sich allerdings jeder gewissenhafte Wirtschafter erst dann entschließen, wenn er sich überzeugt hat, daß es auf keine Art möglich ist, die Walderträge ohne Schmälerung ihrer künftigen Größe, bezw. ohne Verminderung des Grundkapitals, bis zu der gewünschten Verzinsungshöhe zu heben; wenn ferner eine vorteilhafte Verwertung des überschüssigen Holzvorrats sowie eine sichere und einträgliche Anlage des dafür zu lösenden Geldkapitals in bestimmter Aussicht steht. Vgl. Seite 214.

Ist aber der zur Einhaltung der Umtriebszeit u des größten Waldreinertrags erforderliche Holzvorrat nicht vorhanden, vielmehr nur ein solcher, der einem kürzeren Umtriebe u_1, z. B. demjenigen des größten Boden-Erwartungswertes entspricht; so kann von jetzt ab zwar der Waldreinertrag

$$\frac{A_{u_1} + D_a + \cdots - c - u_1 v}{u_1}$$

dauernd bezogen werden, nicht aber der größere, welcher durch die Formel

$$\frac{A_u + D_a + \cdots - c - u v}{u}$$

beziffert wird. Den letzteren kann der Waldbesitzer erst dann jährlich erhalten, nachdem der größere zum Umtrieb u gehörige Normalvorrat allmählich hergestellt, während des Übergangszeitraums aber weniger als der Reinertrag des $u_1$jährigen Umtriebs genutzt worden ist. Wenn man gleichwohl die Zahlenergebnisse beider obigen Formeln einander gegenüberstellt, so vergleicht man zwei Werte mit einander, welche zu ganz verschiedenen Zeiten fällig werden, ohne sie auf einen

und denselben Zeitpunkt zu reduzieren und die Verluste zu berücksichtigen, welche während der Übergangsperiode entstehen [1]). Mit anderen Worten: Wer im gedachten Falle die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags anstrebt, mutet damit zu Gunsten einer fernen und ungewissen Folgezeit der Gegenwart und nächsten Zukunft Opfer zu, ohne sich darum zu bekümmern, ob diese, d. h. die neu in die Wirtschaft gesteckten Kapitalien, sich rentieren werden.

Es ist endlich der dritte Fall denkbar, daß der vorhandene Holzvorrat größer ist, als ihn beide Umtriebszeiten, u und u_1, erfordern. In diesem Falle wäre von beiden Standpunkten aus ein Vorratsüberschuß zu konstatieren. Da aber ein solcher sich nach Satz D auf Seite 182 nur dann genügend verzinst, wenn die „finanzielle" Umtriebszeit eingehalten wird, so werden wir auch in diesem Falle auf die letztere als die vorteilhafteste hingewiesen.

Die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags muß demnach grundsätzlich als eine *unwirtschaftliche* bezeichnet werden. Dessenungeachtet kann deren Einhaltung — oder doch eine Annäherung an dieselbe über den Umtrieb des größten Bodenerwartungswertes hinaus — unter Umständen zweckmäßig sein; wenn es z. B. an passender Gelegenheit zur Anlage überschüssiger Holzvorratskapitalien fehlt, wenn Preisänderungen zu Gunsten der stärkeren Sortimente in Aussicht stehen u. s. w.

Die Vorschrift *Boses* in der 1873er Monatschrift für das Forst- und Jagdwesen, Seite 431,

> „Richte deine Waldungen so ein, daß sämtliche Zukunftserträge des Normalwaldes auf die Gegenwart diskontiert ein Maximum bilden",

führt bei konsequenter Anwendung zum *finanziellen* Umtrieb im Sinne der Ausführungen unter I, 1, A, a und C, a (S. 189 und 208), keineswegs aber zu demjenigen des größten Waldreinertrags, wie Bose selbst irrigerweise annimmt. Sollte dies bezweckt werden, so wäre in obigem Satze anstatt der Worte „auf die Gegenwart" zu schreiben: „auf denjenigen, in näherer oder fernerer Zukunft gelegenen Zeitpunkt, bis zu welchem der Normalzustand hergestellt sein kann". Und dabei müßte noch besonders betont werden, daß jener Zeitpunkt selbst für jeden Umtrieb wieder ein anderer ist.

Auf Seite 63 seiner „Forstabschätzung" (1888) betont Borg-

---

1) In diesem Sinne erscheint es vollkommen gerechtfertigt, wenn Lehr (Loreys Handbuch, II, S. 85 u. a. O.) gegen die Theorie des größten Waldreinertrags den Vorwurf erhebt, sie stelle keine Zinsen in Rechnung.

greve mit Recht, daß nach dem heutigen Stande der Auffassungen in der forstlichen Litteratur eigentlich nur zwei Bestimmungsarten der Umtriebszeit prinzipiell einander gegenüberstehen, nämlich

1) der Umtrieb der größten Waldrente und
2) der Umtrieb der größten Bodenrente.

Der erstere wird a. a. O. als der „gemeinwirtschaftliche" bezeichnet, weil er die „dauernde Erzeugung des absoluten Maximums an Gebrauchswerten auf gegebener Fläche mit möglichst geringem Produktionsaufwande" oder die höchste Differenz zwischen durchschnittlich jährlicher Werterzeugung und Kostenaufwand bedinge. Der zweite oder „privatwirtschaftliche" dagegen bezwecke „die Erzielung des günstigsten Verhältnisses zwischen zu erzeugenden und vorhandenen Tauschwerten" oder den höchsten Quotienten:

$$\frac{\text{Nachhaltig durchschnittlich jährlicher Nettoertrag des bleibenden Waldes} + \text{Zinsen der herauszuziehenden Kapitalien}}{\text{Wert des bleibenden Waldes} + \text{der herauszuziehenden Kapitalien.}}$$

Könnten oder dürften keine Kapitalien aus der Wirtschaft gezogen werden, so liefere der Umtrieb des größten Waldreinertrags zugleich die höchste Verzinsung, weil die beiden hinteren Glieder im Zähler und Nenner des obigen Bruches = 0 würden, das erste Glied im Nenner aber konstant bleibe. Folglich seien beide Prinzipien nur insofern von einander zu unterscheiden, als Kapitalien, welche zur Erreichung größtmöglicher Wertproduktion notwendig seien, unter der Firma „Erniedrigung des Umtriebs" herausgezogen und anderweit verzinslich angelegt würden; also nur den Übergang vorhandener Werte (Zinsen) aus dem Privateigentum anderer in dasjenige des Waldbesitzers bewirkten, ohne die Werterzeugung im ganzen zu erhöhen.

Gegen diese Darstellung mit ihren Schlußfolgerungen ist folgendes einzuwenden:

1) die Bezeichnung „gemeinwirtschaftlich" für den Umtrieb der größten Waldrente ist nicht ganz zutreffend, weil auch die Vertreter dieses Prinzips sich auf den Standpunkt des Waldeigentümers stellen, indem sie z. B. die Holzerntekosten als Ausgaben in Rechnung bringen.

2) Die „dauernde Erzeugung des absoluten Maximums an Gebrauchswerten auf gegebener Fläche" könnte nur dann mit Recht als Wirtschaftsziel hingestellt werden, wenn die verschiedenen Umtriebszeiten gleiche Betriebskapitalien erforderten. Da aber dem Umtrieb der größten Waldrente häufig ein viel größeres Betriebskapital

in Gestalt des stockenden Holzvorrats zu Grunde liegt als der finanziellen Umtriebszeit, so arbeitet der erstere thatsächlich nicht „mit möglichst geringem Produktionsaufwande", entspricht also auch der Borggreveschen Forderung nicht.

3) Die „Bodenreinertragslehre" verlangt in Wirklichkeit nicht, wie Borggreve ihr fälschlich zuschreibt, das Maximum der Verzinsung von dem Gesamtkapitale (Wert des bleibenden Waldes + der herauszuziehenden Kapitalien), sondern sie will nur verhüten, daß jene Kapitalien oder einzelne Teile derselben unter das zu fordernde Minimum der Verzinsung herabsinken; hält es aber aus Gründen, welche in der Natur der Forstwirtschaft wie der Bodenwirtschaften überhaupt liegen, für gerechtfertigt, jenes maßgebende Minimum der Verzinsung verhältnismäßig gering zu beziffern.

4) Der Gegensatz zwischen beiden Grundprinzipien tritt nicht allein in dem Falle hervor, wenn Kapitalien aus der Wirtschaft herausgezogen werden können, sondern auch dann, wenn es sich um Vergrößerung des stockenden Holzvorrats behufs Einführung der höheren Umtriebszeit der größten Waldrente handelt. Sollen aber auf diese Weise neue Kapitalien in die Wirtschaft hineingesteckt werden, so ist die Frage nach deren Verzinsung denn doch zweifellos eine berechtigte.

5) Die „Erniedrigung des Umtriebs" ist keineswegs das einzige Mittel, welches uns zu Gebote steht, um die Verzinsung des Wirtschaftskapitals zu heben. Vielmehr läßt sich dieser Zweck unter Umständen auch durch sonstige Änderungen im Betriebe erreichen Vgl. Seite 214.

6) Der Vorteil solcher Betriebsänderungen, zu welchen z. B. vorkommenden Falls auch die Borggrevesche Plenterdurchforstung zu rechnen wäre, besteht häufig nicht sowohl in einer absoluten Erhöhung der gesamten Wertproduktion während eines Umtriebs, sondern vielmehr lediglich in einer zeitlichen Verschiebung, insbesondere in dem früheren Eingang eines Teiles der Nutzungen. In diesem Falle spricht sich aber jener Vorteil lediglich in der Bodenrente aus, während die Formel der Waldrente

$$= \frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - c - uv}{u}$$

ihn gar nicht zum Ausdruck kommen läßt, weil sie die Erträge ohne Rücksicht auf die Eingangszeit einfach summiert. Die letztere Erwägung allein genügt schon, um die völlige Unbrauchbarkeit dieser Formel für die Zwecke der Rentabilitätsrechnung zu beweisen.

Anmerkung 1. Der durchschnittlich-jährliche Reinertrag des aussetzenden Betriebes darf nicht, wie dies schon häufig (z. B. bei der Vergleichung der Rentabilität der Forst- und Landwirtschaft) geschehen ist, in der nämlichen Weise wie der durchschnittlich-jährliche Holzertrag berechnet werden. Denn wenn man die Summe der innerhalb einer Umtriebszeit erfolgenden Holzerträge $M_u + m_a + \cdots m_q$ durch u dividiert, so stellt der Quotient $\frac{M_u + m_a + \cdots m_q}{u}$ zwar den durchschnittlich-jährlichen Holzzuwachs dar, indem ja die Holzmasse $M_u + m_a + \cdots + m_q$ aus den Zuwachsbeträgen der Umtriebszeit, mögen diese nun als aussetzende oder jährliche, als jährlich gleiche oder ungleiche angenommen werden, sich zusammensetzt; addiert man hingegen die Geldwerte $A_u + D_a + \cdots + D_q$ jener Holzerträge und teilt man die Summe durch u, so giebt der Quotient $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ nicht für jeden Zinsfuß die Größe des durchschnittlich-jährlichen Geldertrages an, weil sowohl $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$, als auch $D_a, \cdots D_q$ bis zum Jahre u durch Zinsenansammlung ihren Wert ändern. Der Ausdruck $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$ ist nämlich, wenn er als durchschnittlich-jährlicher Geldertrag des aussetzenden Betriebes gelten soll, in zweifacher Weise unrichtig kalkuliert: einmal, weil er Einnahmen mit verschiedenen Eingangszeiten einfach summiert, ohne sie zuvor mittelst der Zinsrechnung auf einen gemeinschaftlichen Zeitpunkt zu reduzieren; zum anderen, weil er das arithmetische Mittel aus den Erträgen für die Rente derselben nimmt. Will man richtig rechnen, so kann man den durchschnittlich-jährlichen Geldertrag r etwa aus der Gleichung

$$r + r \cdot 1{,}0p + r \cdot 1{,}0p^2 + \cdots + r \cdot 1{,}0p^{u-1} = A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}$$

oder aus der Gleichung

$$\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots + \frac{r}{1{,}0p^u} = \frac{A_u}{1{,}0p^u} + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + \frac{D_q}{1{,}0p^q}$$

herleiten. Aus beiden Gleichungen folgt:

$$r = \left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1}\right) 0{,}0p \cdot$$

Behandelt man in der nämlichen Weise die Kulturkosten und die jährlichen Ausgaben für Verwaltung, Schutz und Steuern, so erhält man als durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebes

$$\left(\frac{A_u + D_a 1{,}0p^{u-a} + \cdots + D_q 1{,}0p^{u-q}}{1{,}0p^u - 1} - \frac{c \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V\right) 0{,}0p \cdot$$

Da der in der Parenthese stehende Teil dieses Ausdruckes die Formel des Boden-Erwartungswertes ist, so folgt hieraus, daß als wahrer wirtschaftlicher Reinertrag des aussetzenden Betriebes die Rente des Boden-Erwartungswertes betrachtet werden muß. Der Ausdruck

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u},$$

stellt, wie wir wissen, nichts anderes als den auf die Flächeneinheit bezogenen Reinertrag eines zum jährlichen Betriebe eingerichteten Waldes vor.

Der Irrtum, dem man sich hingab, indem man den zuletzt genannten Ausdruck für den Boden-Reinertrag des aussetzenden Betriebes nahm und denselben zur Ermittlung der vorteilhaftesten Umtriebszeit benutzen zu können meinte, wurde namentlich von Faustmann und Preßler gerügt. Beide wiesen insbesondere die Fehlerhaftigkeit der mathematischen Konstruktion dieses Ausdruckes nach. Später suchte Bose[1]) denselben zum Zwecke der Umtriebsbestimmung wieder zu Ehren zu bringen. Er zeigte, daß $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u}$ den Zinsenertrag des reinen Wald-Rentierungswertes einer normalen Betriebsklasse (für die Flächeneinheit, wenn A_u, D_a, ... D_q, c und v für eben dieses Maß gelten) bedeutet, und stellte, hierauf gestützt, die behauptete mathematische Unrichtigkeit dieser Formel in Abrede. Dabei übersah er aber, daß man $\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q - (c + uv)}{u}$ nur als Ausdruck für den durchschnittlich-jährlichen Reinertrag des aussetzenden Betriebes, nicht aber als Formel für den Wald-Reinertrag des jährlichen Betriebes beanstandet hatte. Einen Beweis dafür, daß die einträglichste Umtriebszeit diejenige sei, für welche der Waldreinertrag kulminiert, hat Bose übrigens nicht erbracht.

Anmerkung 2. Diesen Beweis zu führen, bezw. zu zeigen, daß die Umtriebszeit des größten Waldreinertrags den höchsten Wald-Erwartungswert liefere, hat Roth im Forstw. Centralblatt von 1880, S. 157, unternommen. Derselbe führt in die Formel des Wald-Erwartungswertes

$$We_m = \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots - V\,(1{,}0p^{u-m} - 1) + B}{1{,}0p^{u-m}}$$

anstatt B den Boden-Erwartungswert ein, wonach dieselbe (vgl. S. 121) lautet

$$We_m = 1{,}0p^m \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0p^u - 1} - V,$$

und setzt alsdann den Gesamtwert der Betriebsklasse gleich der Summe der

1) Beiträge zur Waldwerthberechnung, 1865, S. 51.

hiernach berechneten Wald-Erwartungswerte der einzelnen Schläge. „Letztere sind für den Bestand von

$$0 \text{ Jahren} = 1{,}0\,p^0 \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0\,p^u - 1} - V,$$

$$1 \text{ Jahr} = 1{,}0\,p^1 \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0\,p^u - 1} - V,$$

$$2 \text{ Jahren} = 1{,}0\,p^2 \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0\,p^u - 1} - V$$

und für den letzten von

$$u - 1 \text{ Jahren} = 1{,}0\,p^{u-1} \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0\,p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0\,p^u - 1} - V.$$

Die Summe dieser Werte giebt für den Wald-Erwartungswert des Wirtschaftsganzen:

$$We = (1 + 1{,}0p + 1{,}0\,p^2 + \cdots + 1{,}0p^{u-1}) \frac{A_u}{1{,}0p^u - 1}$$
$$+ \cdots\cdots$$
$$- (1 + 1{,}0p + 1{,}0p^2 + \cdots + 1{,}0\,p^{u-1}) \frac{c}{1{,}0\,p^u - 1} - uV$$

oder

$$We = \frac{(1{,}0p^u - 1)}{0{,}0p} \cdot \frac{A_u}{1{,}0p^u - 1} + \cdots\cdot$$
$$- \frac{1{,}0p^u - 1}{0{,}0\,p} \cdot \frac{c}{1{,}0p^u - 1} - uV,$$

$$We = \frac{A_u + D_a + \cdots - c}{0{,}0p} - uV = \frac{A_u + D_a + \cdots - c - uv}{0{,}0p},$$

weil V, das Kapital der jährlichen Kosten, $= \frac{v}{0{,}0p}$.

Da $A_u + D_a + \cdots - c - uv$ der Jahresertrag des Nachhaltswaldes, so geht hieraus hervor, daß — bei Unterstellung des Boden-Erwartungswertes, für den ja die Anhänger der mathematischen Schule gerade ins Feld treten — der Wald-Erwartungswert eines Wirtschaftsganzen des Normalwaldes gleich dem Wald-Rentierungswerte desselben ist.

Da aber der Jahresertrag resp. die Waldrente des Nachhaltswaldes $A_u + D_a + \cdots - c - uv$ auch gleich dem durchschnittlich-jährlichen Reinertrage ist, welchen ich erhalte, wenn ich die Summe aller Nutzungen (ersp. aller Einnahmen und Ausgaben) innerhalb der Umtriebszeit durch diese letztere dividiere, so ist demnach für das Wirtschaftsganze der kapitalisierte

durchschnittlich-jährliche Reinertrag ebensogut, wie der Wald-Erwartungswert, der Maßstab der Rentabilität. Der Wald-Erwartungswert des Einzelbestandes geht also bei dem Zusammenwirken mehrerer Bestände zu einem Wirtschaftsganzen in den Wald-Rentierungswert über, dessen Wertmesser (abgesehen von dem Zinsfuß) der durchschnittlich-jährliche Reinertrag ist."

Diese Rothsche Entwickelung enthält zwei Fehler. Zunächst gilt, was der Verfasser übrigens in einer Anmerkung selbst andeuten zu wollen scheint, die Formel

$$We_m = 1{,}0p^m \frac{A_u + D_a\, 1{,}0p^{u-a} + \cdots - c}{1{,}0p^u - 1} - V$$

nur für die Schläge, deren Alter m kleiner ist als a, während für die älteren nach Seite 121

$$We_m = 1{,}0p^m \frac{A_u + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c}{1{,}0p^u - 1} - V$$

zu setzen wäre. Ferner aber kann die Summierung nur eben gerade für die Umtriebszeit u, welcher die unterstellte Reihe von u Schlägen entspricht, in der obigen Form erfolgen. Wird dagegen irgend eine andere, größere oder kleinere Umtriebszeit x eingeführt, so bleibt gleichwohl die thatsächliche Altersstufenfolge von 0 bis u — 1 Jahren, die sich ja nicht auf einmal ändern läßt, bestehen und wir erhalten nun folgende Reihe der Waldwerte:

$$0\text{-jähriger Schlag} = 1{,}0p^0 \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - V,$$

$$1\text{-} \;\;„\;\;\;„\;\; = 1{,}0p^1 \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - V,$$

.
.
.

$$(a-1)\text{-} \;\;„\;\;\;„\;\; = 1{,}0p^{a-1} \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - V,$$

$$a\text{-} \;\;„\;\;\;„\;\; = 1{,}0p^a \frac{A_x + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - V,$$

.
.
.

$$(u-1)\text{-} \;\;„\;\;\;„\;\; = 1{,}0p^{u-1} \frac{A_x + \frac{D_a}{1{,}0\,p^a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - V.$$

Die Werte der letzten Glieder dieser Reihe (von a bis u — 1) werden

nicht geändert, wenn wir im Zähler $D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} - D_a \cdot 1{,}0p^{x-a}$ zufügen; dann ergiebt sich:

$$\text{a-jähriger Schlag} = 1{,}0p^a \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - \frac{D_a \cdot 1{,}0p^x - D_a}{1{,}0p^x - 1} - V$$

$$= 1{,}0p^a \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - D_a - V,$$

$$(a+1)\text{-} \quad " \quad " \quad = 1{,}0p^{a+1} \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - \frac{D_a \cdot 1{,}0p^{x+1} - D_a \cdot 1{,}0p}{1{,}0p^x - 1} - V$$

$$= 1{,}0p^{a+1} \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - D_a \cdot 1{,}0p - V,$$

$$(u-1)\text{-} \quad " \quad " \quad = 1{,}0p^{u-1} \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - \frac{D_a \cdot 1{,}0p^{u+x-a-1} - D_a \cdot 1{,}0p^{u-a-1}}{1{,}0p^x - 1} - V$$

$$= 1{,}0p^{u-1} \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} - D_a \cdot 1{,}0p^{u-a-1} - V.$$

Ziehen wir nun die Summe der Reihe, so folgt

$$We = \frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1} \cdot \frac{1{,}0p^u - 1}{0{,}0p} - \frac{D_a \cdot (1{,}0p^{u-a} - 1)}{0{,}0p} - uV.$$

Hierin ist nur noch der Bruch $\frac{A_x + D_a \cdot 1{,}0p^{x-a} + \cdots - c}{1{,}0p^x - 1}$ veränderlich; dies ist aber der Waldwert im Jahre 0 oder der Boden-Erwartungswert, vermehrt um V und die erstmaligen Kulturkosten; wenn also V und c bei verschiedenen Umtrieben gleich bleiben, so ist die Größe des Wald-Erwartungswertes einer Schlagreihe nur vom Boden-

Erwartungswert abhängig, das Maximum des letzteren somit auch hier maßgebend — vorausgesetzt, daß die einzelnen Schläge normal bestockt sind.

Bei dieser Entwickelung [1]) ist allerdings unterstellt, daß der x-jährige Umtrieb in allen Schlägen streng eingehalten, also der „Normalzustand des jährlichen Betriebs“ nicht hergestellt werde. Würde letzterer dagegen angestrebt, was nur durch Abweichungen von der normalen Umtriebszeit ausführbar wäre, so würde die Rechnung auf Grund eines Betriebsplanes (vgl. Seite 210) zu modifizieren sein. Immer aber wäre die Summe der Wald-Erwartungswerte der einzelnen Schläge und nicht deren lediglich ideeller Rentierungswert maßgebend.

Anmerkung 3. Vergleichende Übersicht der Umtriebszeiten und Würdigung derselben nach Maßgabe ihrer wirtschaftlichen Bedeutung.

In wirtschaftlicher Beziehung lassen sich die Umtriebszeiten nach dem Grade ordnen, in welchem bei der Bestimmung derselben die Produktionskosten beachtet werden. Man kann hiernach folgende Gruppen bilden:

I. Die Produktionskosten werden gar nicht in Rechnung gezogen. Hierher gehören.

1. die technische Umtriebszeit,
2. die Umtriebszeit des größten Naturalertrages,
3. „ „ „ „ Gebrauchswertes,
4. „ „ „ „ Brutto-Geldertrages (Wald-Rohertrages).

II. Die Produktionskosten werden teilweise in Rechnung gezogen.

Umtriebszeit des größten Waldreinertrages. Sie beachtet nur die jährlichen Kosten für Administration, Schutz und Steuern, sowie die Kulturkosten, aber nicht die Interessen des normalen Vorrates.

III. Sämtliche Produktionskosten werden in Rechnung gezogen.

Finanzielle Umtriebszeit oder Umtriebszeit des größten Bodenreinertrages, bezw. des größten Bestands- oder Wald-Erwartungswertes.

Um die Unterschiede der vorstehend aufgeführten Umtriebszeiten deutlicher hervortreten zu lassen, wollen wir hier noch einmal die Größen zusammenstellen, für welche diese Umtriebszeiten bei dem jährlichen Betriebe ein Maximum verlangen. Nur die technische Umtriebszeit muß hier außer Betracht bleiben, weil sie nach keiner Richtung hin ein Maximum der Produktion anstrebt.

Die Umtriebszeit des größten Naturalertrages fällt in den Zeitpunkt, in welchem

$$\frac{M_u + m_a + \cdots + m_q}{u}$$

1) Vgl. Lehr, Loreys Handbuch der Forstwissenschaft, II. Band, S. 86.

kulminiert. M_u, $m_a \ldots$, m_q bedeuten hier die jährlich erfolgenden Erträge an Haubarkeits- und Vornutzungen.

Die Umtriebszeit des größten Gebrauchswertes tritt ein, wenn die Preise

$$T_u,\ t_a,\ \ldots,\ t_q$$

der Maßeinheiten einen Maximalbetrag erreichen.

Die Umtriebszeit des größten Brutto-Geldertrages oder Wald-Rohertrages ist so zu wählen, daß

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u}$$

kulminiert, wobei $A_u + D_a + \cdots + D_q$ die jährlich erfolgenden rauhen Gelderträge bedeuten.

Die Umtriebszeit des größten Waldreinertrages verlangt ein Maximum von

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u} - \left(\frac{c + u\,v}{u}\right),$$

wobei c die Kulturkosten, v die jährlichen Kosten für Administration, Schutz und Steuern vorstellen.

Die Umtriebszeit des größten Bodenreinertrages (finanzielle Umtriebszeit) ergiebt sich, wenn die Differenz

$$\frac{A_u + D_a + \cdots + D_q}{u} - \left(\frac{u\,N \cdot 0{,}0p + c + u\,v}{u}\right)$$

ihr Maximum erreicht. Es bedeutet hier uN den Normalvorrat der Betriebsklasse.

2. Titel.

Wahl zwischen land- und forstwirtschaftlicher Benutzung des Bodens.

I. Die Frage, ob ein Grundstück zur Holzzucht oder zum Anbau von Agrikulturgewächsen zu benutzen sei, wird zumeist gegenüber einer Blöße oder einem abgetriebenen oder sofort abzutreibenden Walde gestellt. Folglich entscheidet die Summe aller auf diesen Zeitpunkt diskontierten künftigen Reinerträge, d. i. der Boden-Erwartungswert, weil dessen Maximum sowohl den größten Unternehmergewinn (Seite 176) als die höchste durchschnittliche Verzinsung des Produktionsaufwandes (Seite 181) bedingt.

Weil aber in der Landwirtschaft stets jährlicher Betrieb statt-

findet, zieht man es vor, deren Rente mit der forstlichen Bodenrente (Be.0,0p) zu vergleichen.

Die landwirtschaftliche Jahresrente, deren Veranschlagung selbstverständlich einen sachverständigen Taxator erfordert, ergiebt sich, indem man von dem mittleren rauhen Jahresertrage (an Feldfrüchten, verkauftem Vieh u. s. w.) abzieht

1) die jährlichen Grund- und Gebäudesteuern, Versicherungsbeiträge u. dgl.;
2) die jährliche Ausgabe an Gesinde- und Taglohn, Besoldungen, für Ankauf von Dung- und Futtermitteln, Brennmaterial u. dgl.;
3) Zins und Amortisation des Gebäudekapitals, bezw. die Kosten der Gebäude-Unterhaltung;
4) Zins und Amortisation (bezw. Unterhaltung) des Betriebskapitals, zu welchem Vieh, Geschirr, Geräte und Maschinen sowie das bare Geld gehören, welches zur Bestreitung der Wirtschaftskosten vor der ersten Ernte erforderlich ist.

Da diese Veranschlagung schwierig und unsicher ist, so hat man zum Ersatz derselben einen Gesamtausdruck für die landwirtschaftliche Grundrente in dem durchschnittlichen Ertrage gesucht, welcher bei verpachteten Grundstücken in die Tasche des Eigentümers fließt und aus dem Pachtschilling abzüglich der Steuern und Grundlasten besteht. Indessen ist zu beachten, daß hierbei nur die reine Bodenrente in Ansatz gebracht wird, während der Ausdruck Be.0,0p die Summe von Bodenrente und Unternehmergewinn umfaßt; diese beiden bleiben in der Waldwirtschaft ungetrennt, während bei verpachtetem Agrikulturgelände der letztere dem Pächter zukommt, also im Pachtschilling nicht enthalten ist. Eine völlige Vergleichbarkeit zwischen diesem und der forstlichen Bodenrente findet mithin nicht statt.

Um bei Veranschlagung der letzteren die Einschätzung von Erträgen und Kosten einer fernen Zukunft und die Diskontierung zu vermeiden, kann man vom jährlichen Betriebe ausgehen, d. h. die Bodenrente dadurch ermitteln, daß man von dem jährlichen Reinertrage

$$= A_u + D_a + \cdots + D_q$$

die jährlichen Produktionskosten, nämlich

$$c + uv + N \cdot 0{,}0p$$

in Abzug bringt. Dabei wäre der Wert des Normalvorrats (N) nach dem auf Seite 116 angegebenen Verfahren zu veranschlagen.

Beispiel. Für Kiefernbestände der Anlage A berechnet sich bei 80-jährigem Umtrieb und einem Zinsfuß von 3 %, 24 Mark Kultur- und 3,6 Mark jährlichen Kosten ein Bodenwert von 318 Mark, folglich eine Bodenrente von 9,54 Mark.

Der jährliche Rauhertrag des Nachhaltbetriebs ist für 80 ha = 348,0 + 3608,4 = 3956,4 Mark, also für ein 1 ha = 49,45 Mark. Der Normalvorrat setzt sich zusammen aus je 20 ha 10-, 30-, 50- und 70-jährigen Bestandes. Veranschlagen wir beide ersteren nach dem Erwartungs- oder Kostenwerte (mit B = 318), beide letzteren nach dem Verbrauchswerte, so ist, wenn wir sämtliche Bestände als soeben durchforstet in Ansatz bringen,

H_{10} pro ha = 182,88 Mark
H_{30} " " = 625,29 "
H_{50} " " = 1200,00 "
H_{70} " " = 2880,00 "
Summa = 4888,17 Mark
Hiervon ¼ = 1222,04 "

Demnach berechnet sich der jährliche Kostenaufwand pro ha zu

$$1222{,}04 \times 0{,}03 + \frac{24}{80} + 3{,}6 = 40{,}56 \text{ Mark},$$

und die Bodenrente = 49,45 — 40,56 = 8,89 Mark; d. i. 65 Pfg. weniger als vorhin. Der Unterschied rührt daher, daß nach der Tafel bei 80-jährigem Umtriebe der Erwartungs- resp. Kostenwert des 70-jährigen Holzes schon erheblich kleiner ist als dessen Verbrauchswert.

Der Vorteil der letzteren Berechnungsart ist übrigens nur ein scheinbarer, weil auch sie die Berechnung resp. Einschätzung des Bodenwertes und außerdem ein konstantes Gleichbleiben der Erträge und Kosten voraussetzt.

Während die meisten Schriftsteller stillschweigend oder ausdrücklich voraussetzen, daß die landwirtschaftliche Bodenrente im allgemeinen höher stehe, gelangt Thaer[1]) zu einem ganz anderen Ergebnisse, indem er die durchschnittlichen Pachterträge der Preußischen Domänen mit der forstlichen Bodenrente vergleicht, wie solche sich für gleichwertige Standorte aus den Ertragstafeln von Burckhardt und Baur mit Wertansätzen nach Helferich[2]) berechnen. Die Vergleichung erstreckt sich auf zwei Bodenarten:

1) Roggen-Haferboden (besserer Sandboden der norddeutschen Ebene), für welchen „im großen Durchschnitt je nach Lage, Gebäuden, Absatz 12 bis 20 Mark Pacht pro ha"

1) Landwirtschaftliche Jahrbücher 1890: „Unter welchen Voraussetzungen ist es geraten, landwirtschaftlich benutzten Boden aufzuforsten".

2) Schönbergs Handbuch der politischen Ökonomie, Band I, S. 711 ff.

bezahlt werden, wovon auf den bloßen Boden, ohne Gebäude, etwa 8 Mark zu rechnen sind;

2) Weizen-Haferboden (in Süd- und Mitteldeutschland), „thonig, etwas humos, kalt, schwer zu bearbeiten, aber von einer höheren Ertragsfähigkeit bei fleißiger Bearbeitung und reichlicher Düngung". Hier wird der durchschnittliche Jahrespacht in großen Gütern (Hof mit Gebäuden) zu 30 bis 40 Mark, der „Kahlpacht" (ohne Gebäude) zu 18 Mark angegeben.

Indem nun Thaer den landwirtschaftlichen Erträgen ad 1. solche von Kiefern I. Standortsklasse, denjenigen ad 2. Fichten II. Klasse gegenübergestellt, gelangt er zur folgenden Vergleichszahlen, wobei an Ausgaben allerdings nur Kulturkosten im Betrage von 36, bezw. 48 Mark in Ansatz gebracht sind, im übrigen aber die Rechnung derjenigen des Boden-Erwartungswertes analog geführt wird:

	Roggen-Haferboden	Weizen-Haferboden	
Landwirtschaftliche Bodenrente als „Kahlpacht"	8	18	Mark pro ha
Forstliche Bodenrente für p = 3 % und 30-jährigen Umtrieb	5,53	12,8	„ „
Forstliche Bodenrente für p = 3 % und 40-jährigen Umtrieb	9,39	23,4	„ „
Forstliche Bodenrente für p = 3 % und 50-jährigen Umtrieb	12,85	28,0	„ „
Forstliche Bodenrente für p = 3 % und 60-jährigen Umtrieb	15,05	30,0	„ „
Forstliche Bodenrente für p = 3 % und 70-jährigen Umtrieb	16,15	31,0	„ „

Bei höheren Umtrieben sinkt die forstliche Bodenrente zwar wieder, hält sich aber selbst über 100 Jahre hinaus noch über der landwirtschaftlichen. Hieraus wird geschlossen, daß die Landwirtschaft unter den angenommenen Verhältnissen nur durch intensiveren Betrieb — Errichtung von Gebäuden, Meliorationen, Anzucht von Handelsgewächsen 2c. — in den Stand gesetzt werde, mit der Forstwirtschaft zu konkurrieren.

Gegen diese Schlußfolgerung läßt sich zweierlei einwenden: erstens, daß die berechnete forstliche Bodenrente — wie bereits erwähnt — auch den Unternehmergewinn einschließt, welcher andererseits nicht dem Grundbesitzer, sondern dem Pächter zufällt, also in

den 8 resp. 18 Mark „Kahlpacht" nicht enthalten ist; zweitens, daß von letzterem nur die Grundsteuern, von der forstlichen Bodenrente dagegen auch die — von Thaer nicht in Anschlag gebrachten — sonstigen jährlichen Kosten noch abgehen, welche letzteren nur in dem Falle außer Acht gelassen werden dürfen, daß Verwaltung, Schutz ꝛc. ohne besonderen Aufwand durch das ohnehin vorhandene Personal besorgt werden können. Würde man demgemäß die obigen Zahlen abändern, so fiele das Ergebnis für die Landwirtschaft etwas günstiger aus. Es kann aber auch das Gegenteil eintreten, wenn nämlich die landwirtschaftliche Benutzung abgeholzten Waldbodens in Frage kommt; weil dieser erst urbar gemacht und angerodet werden müßte, was etwa 200 bis 500 Mark pro ha kosten, also bei Annahme einer dreiprozentigen Verzinsung die Bodenrente um 6 bis 15 Mark erniedrigen würde. Im nämlichen Sinne endlich kann die Vergleichung beeinflußt werden bei Abtrieb und Umwandlung unreifer Holzbestände, bei Preisdruck oder Lohnsteigerung infolge größeren Angebots an Holz, bei Windbruchgefahr u. dgl. für den verbleibenden Bestand.

Jedenfalls zeigen die Thaerschen Zahlen, daß es in Deutschland Örtlichkeiten genug giebt, an welchen die Forstwirtschaft den finanziellen Vergleich mit der Landwirtschaft wohl aushalten kann. Eine besondere praktische Bedeutung gewinnt dieser Vergleich in dem auf Seite 156 erwähnten Falle; wenn nämlich von dessen Ergebnis die Beantwortung der Frage gesetzlich abhängt, ob eine bestehende Forstberechtigung durch ein Geldkapital oder durch Landabtretung abzulösen sei. Vgl. die „Anleitung zur Waldwerthberechnung", verfaßt vom Kgl. Preuß. Ministerial-Forstbureau 1866, Abschnitt V, § 31—35. Den dortigen Ausführungen kann vom Standpunkte der forstlichen Statik in einzelnen Punkten nicht beigetreten werden, weil

1) der landwirtschaftlichen Bodenrente unter Umständen die Waldrente des forstlichen Nachhaltbetriebs ohne Abzug der Zinsen vom Normalvorratskapital gegenübergestellt wird und weil
2) der in § 32 betonte allgemein-volkswirtschaftliche Standpunkt nicht folgerichtig eingehalten wird; indem nämlich einerseits forstliche Einkünfte aus Leseholz u. dgl., welche anderen Personen als dem Waldbesitzer zufließen, in Anrechnung, dagegen andererseits die Rodungskosten in Abzug gebracht werden, während diese das landwirtschaftliche Einkommen doch nur für den Grundeigentümer belasten.

II. Soll eine bestandene Waldfläche in Feld oder Wiese umgewandelt werden, so ist die vorteilhafteste Abtriebszeit zu

ermitteln, welche sich nach dem Maximum des Wald-, bezw. des mit dem landwirtschaftlichen Bodenwerte berechneten Bestandes-Erwartungswertes bemißt. Die betr. Formeln lauten nach Seite (123 u. 82):

$$We_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V \text{ und}$$

$$He_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots - (B + V)\, 1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}.$$

Beide unterscheiden sich nur um den konstanten Betrag B.

Beispiel. Eine mit 60jährigen Kiefern (Anlage A) normal bestandene Fläche soll angerodet und zu Wiese angelegt werden. Der jährliche Reinertrag der letzteren sei zu 42 Mark, die Ausgabe für Anrodung und Einsaat zu 500 Mark pro ha zu veranschlagen. Zinsfuß = 3 %. Wann ist der Bestand abzutreiben?

Würde die Fläche als Wald fortbewirtschaftet, so wäre die vorteilhafteste Umtriebszeit nach Anlage B die 70jährige. Setzt man aber $B = \frac{42}{0{,}03} - 500 = 900$, so berechnet sich der Bestandes-Erwartungswert für 70jährigen Umtrieb wie folgt:

A_{70} =	2970	Mark,
$D_{60} \cdot 1{,}03^{10} = 79{,}2 \times 1{,}3439$ =	106,4	"
Summe =	3086,4	"
$(B + V)\,(1{,}0p^{u-m} - 1) = 1020 \cdot 0{,}3439$ =	350,8	"
Rest =	2735,6	"
$He_{60} = 2735{,}6 \times 0{,}7441$ =	2035,6	".

Dies ist weniger als der augenblickliche Verkaufswert des 60jährigen Holzes (= 2062,8 Mark); folglich sofortiger Abtrieb vorteilhafter.

3. Titel.

Auswahl der Holz- und Betriebsart.

Freie Wahl der Holzart ist nur zu Anfang eines Umtriebs möglich; dagegen läßt ein vorhandener Bestand unter Umständen verschiedene Betriebsarten zu; z. B. können junge Eichen als Hoch- oder Niederwald, Kiefern im Kahlschlag- oder Lichtungsbetrieb mit Unterbau bewirtschaftet werden. Gleichwohl lassen beide Fragen sich nicht völlig trennen, weil die Wahl einer Holzart ohne gleichzeitige Bestimmung der Betriebsart keine Berechnung des finanziellen Erfolges gestattet. Wir unterscheiden daher nur Blößen einer- und

bestandene Flächen andererseits, wobei im letzteren Falle der „Bestand“ unter Umständen nur aus den im Boden befindlichen Stöcken bestehen kann.

I. Wahl der Holz- und Betriebsart für eine Blöße.

Da im vorliegenden Falle Wald- und Boden-Erwartungswert gleich sind, so entscheidet das Maximum des letzteren über die vorteilhafteste Bewirtschaftungsart. Kommen verschiedene Holzarten in Betracht, so ist für eine jede derselben zunächst diejenige Betriebsart und Umtriebszeit zu ermitteln, welche den größten Boden-Erwartungswert in Aussicht stellt. Dann sind diese Maximalwerte wieder unter einander zu vergleichen.

Bezüglich der im Prinzip einzuhaltenden „finanziellen Umtriebszeit“ wird auf den ersten Titel und die dort besprochenen Modifikationen verwiesen; insbesondere darf im Großbetriebe nicht außer Acht gelassen werden, daß

1) diejenige untere Grenze des Umtriebs nicht überschritten wird, bei welcher die große Masse des Holzes noch aus Sortimenten von unbedingter Marktfähigkeit besteht, und
2) daß die verschiedenen Holz- und Betriebsarten in verschiedenem Maße gewissen Gefahren unterworfen sind.

Mit Rücksicht auf den letzteren Punkt werden entweder entsprechende Abzüge an den Ertragstafelansätzen zu machen oder wird der Zinsfuß verschieden zu bemessen sein: höher bei denjenigen Holz- und Betriebsarten, welche der Gefahr einer Entwertung ihrer Erzeugnisse durch auswärtige Konkurrenz oder durch Surrogate besonders ausgesetzt sind (Eichen-Schälwald), welche leichter elementaren Schäden wie Sturm, Feuer, Insektenfraß erliegen (Nadelhölzer) und deren Nutzholzausbeute schon dem erreichbaren Maximum nahe steht (Fichte); niedriger unter den entgegengesetzten Verhältnissen, also insbesondere beim Laubholz-Hochwald, dessen Erträge noch einer erheblichen Steigerung durch vermehrte Anzucht und Ausbeute an Nutzholz fähig sind.

In der jenseitigen Tabelle ist eine Anzahl von der Litteratur entnommenen, Maximal-Boden-Erwartungswerten für verschiedene Holz- und Betriebsarten, Umtriebszeiten 2c. im Hochwald zusammengestellt.

Zusammenstellung der aus Ertragstafeln berechneten Waldboden-Erwartungswerte.

Ord. Nr.	Bezeichnung des Autors und der Schrift.	Holz- und Betriebsart.	Örtlichkeit.	Zinsfuß %	Standortsklasse I. u	I. Be	II. u	II. Be	III. u	III. Be	IV. u	IV. Be
1	Schwappach, Wachsthum und Ertrag normaler Kiefernbestände 2c., 1889.	Kiefer im Kahlschlagbetrieb.	Eberswalder Lehrreviere.	2	80	1650	80	1203	80	767	80	471
2		dgl.	dgl.	3	80	608	80	416	80	230	80	97
3	Wimmenauer, Grundriß 2c., 1891.	dgl.	Revier bei Gießen	3,5			80	142				
4	Derselbe, Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, 1891, S. 253.	Kiefer im Kahlschlagbetrieb.	Main - Rhein-Ebene.	2,5			60/70	395	60	118		
5		dgl. mit stärkerer Durchforstung.	dgl.	2,5			60	506				
6	dgl.	Kiefer im Lichtungsbetrieb mit Unterbau.	dgl.	2,5			120	330 u. m.				
7	dgl.	Kiefer im Kahlschlagbetrieb.	Odenwald.	2,5			60	390	70	109		
8	dgl.	dgl.	Östl. Vogelsberg.	2,5			70	285	70	56		
9	dgl.	dgl.	dgl.	2,5			110	246	110	31		
10	dgl.	dgl.	dgl.	2			110	611				

11	Walther, Allgem. Forst- und Jagd-Zeitung, 1888, S. 202.	Kiefer im Kahlschlagbetr.	Östl. Vogelsberg.	2			100	614				
12		dgl.	dgl.	2,5			80	415				
13		dgl.	dgl.	3			60	281				
14	Schwappach, Wachsthum u. Ertrag normaler Fichtenbestände, 1890.	Fichte im Kahlschlagbetrieb.	Harz und Thüringen.	2	60	4675	60	2937	80	1672	80	905
15		dgl.	dgl.	3	60	2104	60	1276	60	576	80	241
16	Pöpel, Allg. Forst- und Jagd-Ztg., 1888, S. 88.	dgl.	Reichstein i. S.	2			80	2304				
17		dgl.	dgl.	3			70	847				
18	Wimmenauer, Grundriß 2c., 1891.	dgl.	Revier bei Gießen.	3,5			80	633				
19	Kraft, Zur Praxis der Waldwerthrechnung.	dgl.	Hannover.	2,5			80	1276				
20		dgl.	dgl.	3			80	752				
21	Wimmenauer, Grundriß 2c., 1891.	Buche im Kahlschlagbetrieb.	Revier b. Gießen.	3					60	288		
22		Buche im Femelschlagbetrieb.	dgl.	3					90	332		
23	Kraft, Zur Praxis der Waldwerthrechnung.	Buche im Femelschlagbetrieb.	Hannover.	3			108	111				
24		Buche im zweihiebigen Hochwald.	dgl.	3			70/140	177				
25	dgl.	Buche im Seebachschen Lichtungsbetrieb.	dgl.	3			120	228				
26	dgl.	Eiche im Kahlschlagbetrieb.	dgl.	3			120	265				
27	dgl.	dgl.	dgl.	3			80	331				
28	dgl.	Eiche im Lichtungsbetrieb mit Unterbau.	dgl.	3			120	582				

Aus dieser Tabelle ist insbesondere auch zu ersehen, in welch auffallendem Maße die Rentabilität der Wirtschaft bei einer und derselben Holzart durch Modifikationen der Betriebsweise bedingt wird. Siehe Ord. Nr. 4 bis 6, 21 und 22, 23 bis 28. Vgl. auch Anlage H, J und K im Anhang.

Unter den Betriebsarten, welche auf der Ausschlagfähigkeit der Stöcke beruhen, nimmt der Eichen-Schälwald ein besonderes Interesse in Anspruch. Anlage L enthält eine Reihe von Angaben über dessen Erträge in zwei hervorragenden Rindenproduktions-Gebieten, Rheinhessen und Odenwald.

Unterstellt man durchgängig die von Walther angegebenen Kostenaufwände, nämlich 5,4 Mark pro ha an jährlichen Kosten und 10 Mark für jedesmalige Nachbesserung der abgetriebenen Schläge, so berechnen sich folgende Boden-Erwartungswerte für bestehende Eichenschälwaldungen, also einschließlich der Stöcke:

1) Nach Walther bei 16-jährigem Umtrieb im Alzeyer Stadtwald, $p = 3\%$:

   B = 1033 Mark pro ha.

2) Nach demselben bei 18-jährigem Umtrieb im Domanialwald Vorholz bei Alzey und für

   2-prozentige Verzinsung: B = 2330 Mark pro ha,
   3- " " B = 1409 " "
   4- " " B = 956 " ".

3) Nach Ostner bei 15-jährigem Umtrieb in der Gräfl. Oberförsterei Beerfelden (Odenwald) und dreiprozentiger Verzinsung:

   für schlechte Schläge (a): B = 241 Mark pro ha,
   " gute " (c): B = 690 " "
   " vorzügliche " (e): B = 1140 " "

   Rechnet man dagegen mit 4 %, so ergiebt sich für „gute Schläge" ein Bodenwert von nur 468 Mark pro ha.

Anders stellt sich die Rechnung für neu begründete Schälwaldungen, wenn also der bloße Bodenwert ausschließlich der Stöcke ermittelt wird. Solche Neuanlagen haben nach Ostner auf gutem Boden im 20. Jahre 34 bis 126 Centner Kernwuchsrinde ergeben. Nimmt man durchschnittlich 80 Centner à 5 Mark = 400 Mark Bruttoerlös für Rinde und hiervon 0,9 als Nettoertrag (inkl. Holz) an, so ist letzterer = 360 Mark pro ha. Betragen endlich die erstmaligen Kulturkosten 50 Mark und werden vom zweiten

(15-jährigem) Umtriebe ab die obigen Normalerträge ad c unterstellt, so berechnet sich bei dreiprozentiger Verzinsung

$$B = \frac{360 + 690 + 180}{1{,}03^{20}} - 50 - 180 = 451 \text{ Mark pro ha.}$$

Der Erwartungswert der Stöcke wäre demnach = 690 — 451 = 239 Mark pro ha. Da nun im Falle des Übergangs zu einer anderen Betriebsart nicht dieser, sondern der Verbrauchswert der Stöcke (abzüglich der Rodungskosten) in Betracht kommt, letzterer aber = 0 oder gar negativ sein dürfte; so kann es wohl vorkommen, daß für den gleichen Boden die Fortführung bestehenden Eichenschälwald-Betriebes geboten erscheint, während bei Neukulturen eine andere Betriebsart vorzuziehen wäre.

Die vorstehend mitgeteilten Zahlen gewinnen an Vergleichbarkeit, wenn man daraus die Bodenrenten (B.0,0p) berechnet, weil in diesem Ausdruck der Einfluß der verschiedenen Prozentsätze mehr zurücktritt. So erhalten wir folgende Bodenrenten der am häufigsten vorkommenden Standorte und Bestockungsverhältnisse:

für Kiefern II. und III. Standortsklasse	= 1	bis 24	Mark	pro ha,
„ Fichten II. und III. „	= 17	„ 58	„	„
„ Buchen II. und III. „	= 3	„ 10	„	„
„ Eichenhochwald II. „	= 8	„ 18	„	„
„ Eichenschälwald einschließlich der Stöcke	= 21	„ 47	„	„ .

Wenn nun diese Zahlen auch keineswegs die Maxima und Minima an Bodenrente darstellen, welche überhaupt möglich sind, so scheint aus ihnen doch hervorzugehen, daß im allgemeinen Fichtenhochwald und Eichenschälwald (mit vorhandenen Stöcken) die einträglichsten Betriebsarten sind; dann würden nach obiger Zusammenstellung Eichenhochwald und Kiefer, zuletzt der reine Buchenhochwald folgen. Die Rentabilität des letzteren dürfte übrigens durch Beimischung von Nutzhölzern erheblich zu steigern sein.

Dem Anbau der Fichte und des Eichenschälwaldes sind durch die Standortsverhältnisse seine natürlichen Grenzen gezogen. Aber selbst da, wo diese Betriebsarten möglich sind, wird man sie im Großen nicht ausschließlich zur Anwendung bringen, weil gerade sie den oben erwähnten Gefahren am meisten ausgesetzt sind und weil mit allzuweiter Ausdehnung derselben die Rentabilität voraussichtlich sinken würde. Ebenso wie ein umsichtiger Kapitalist bei seinen Geldanlagen den Zinsfuß nicht allein entscheiden läßt und sein ganzes Vermögen nicht in ein einziges, wenn auch noch so vorteilhaftes, fremdes Unternehmen steckt; so wird der rationelle Waldwirt auch

die übrigen Holz- und Betriebsarten auf passenden Standorten kultivieren, deren Einträglichkeit aber durch geeignete Maßregeln zu heben suchen. Es muß immer wiederholt werden, daß unsere Ertragstafeln, also auch die daraus abgeleiteten Bodenrenten, keine unbedingten Normen, vielmehr nur die Ergebnisse der seither üblichen Betriebsweisen darstellen, und demgemäß alle möglichen Modifikationen zulassen.

In vielen Fällen erfordert übrigens die Vergleichung verschiedener Wirtschaftsmethoden nicht einmal den vollen Ansatz der Be-Formel. Da nämlich die Steuern oft nur wenig, die Verwaltungskosten gar nicht von Holz- und Betriebsart abhängen, so dürfen in diesem Falle die jährlichen Kosten vernachlässigt, mithin nur die Brutto-Bodenwerte oder -Renten berechnet werden. Die Kulturkosten müssen hauptsächlich dann berücksichtigt werden, wenn die erste Waldanlage erheblich teuerer kommt als die späteren Verjüngungen; anderenfalls können auch sie häufig außer Acht gelassen werden, sodaß nur der Vorwert der Erträge entscheidet. Bei gleichen Umtriebszeiten endlich brauchen jene nur für einen Turnus veranschlagt und auf dessen Anfang oder Ende reduziert zu werden.

Eine Vergleichung der Haubarkeitserträge von Buchen, Fichten, Kiefern und gemischtem Hochwald auf gleichwertigen Standorten (Oberhessen) findet sich im 1882. Augustheft der Allg. Forst- und Jagdzeitung, S. 283. Das Endergebnis derselben ist folgendes:

Bezeichnung der untersuchten Bestände	Verhältnis des Geldwertes derselben zum Werte gleichaltriger reiner	
	Buchen	Fichten
50- bis 54-jährige Fichten	3,8	—
100-jährige Fichten	2,4	—
80- „ Kiefern	1,4	—
104- „ Buchen mit 31 % Eichen	1,2	—
88- „ Buchen mit 10 % Eichen	1,04	—
75- „ Buchen mit 27 % Nadelholz	1,2	0,5
102- „ Kiefern mit 10 % Fichten u. Tannen u. 35 % Buchen und Eichen	1,3	0,6
79- „ Kiefern mit 14 % Buchen	1,5	—
70- „ Kiefern mit 20 % Buchen	1,6	—

„Hiernach würden Buchenbestände mit reichlicher Beimischung von Eichen und Nadelholz ungefähr die Ertragsleistung reiner Kiefern erreichen, also wegen ihrer sonstigen Vorzüge diesen vielleicht vorzuziehen sein; Kiefern mit Buchen-Unterholz würden noch etwas höhere Erträge liefern; denjenigen reiner Fichtenbestände kämen alle übrigen Kombinationen jedoch bei weitem nicht gleich, wobei freilich unbeschränkte Verkäuflichkeit des

Fichtenholzes vorausgesetzt und von den bekannten Gefahren, von welchen die Fichte besonders bedroht ist, abgesehen werden müßte.“ Hierbei ist noch zu bemerken, daß der Verfasser nur die Erträge geschlossener Bestände in Ansatz bringt; bei Femelschlagbetrieb u. dgl. würde sich das Verhalten ohne Zweifel zu Ungunsten der Fichte ändern.

Die Zwischennutzungen können im Nachwert etwa nach den Kraftschen Verhältniszahlen (s. Seite 75) in Ansatz gebracht werden. Die Eingangszeit derselben ist nur auf die Bodenrente, nicht aber auf die Waldrente des Nachhaltbetriebs von Einfluß; woraus auch wieder hervorgeht, daß die letztere keinen richtigen Maßstab für die Rentabilität eines Wirtschaftsverfahrens abgiebt. Ein früherer Eingang der Zwischennutzungen kann die finanzielle Umtriebszeit herabdrücken, aber auch für solche Orte, wo hohe Umtriebe bestehen müssen, weil nur Starkholz unbedingt absatzfähig ist, deren Rentabilität erhöhen.

Wollte man im Großbetriebe, wo alljährlich oder doch in jeder Periode Verjüngungen vorkommen, die verschiedenen wahlfähigen Wirtschaftsmethoden in Bezug auf ihre Rentabilität vergleichen, so wäre für eine jede derselben ein Betriebsplan (vgl. Seite 210) aufzustellen und der Vorwert der periodischen Erträge zu berechnen.

Die einzige forstliche Betriebsart, bei welcher alljährlich Abtriebserträge erfolgen, findet sich in den Weidenhegern. Obgleich diese nun als Niederwaldungen mit einjährigem Umtriebe aufgefaßt werden können, so muß doch bei ihnen die Rechnung etwas anders geführt werden, weil nur eine begrenzte Ausschlagfähigkeit der Stöcke — auf etwa 12 bis 20 Jahre hinaus — angenommen werden darf. Ziehen wir also zunächst nur einen solchen Zeitraum = n in Betracht und bezeichnen mit A den durchschnittlich-jährlichen erntekostenfreien Ertrag[1]) vom Weidenschnitt, so ist der Vorwert der jährlichen Erträge

$$= \frac{A\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^n}.$$

Der Vorwert der Kosten setzt sich aus zwei Beträgen zusammen, nämlich

1) den ursprünglichen Anlagekosten K für Anrodung, Beschaffung und Einsetzen der Stecklinge und
2) den jährlichen Unterhaltungskosten k für Lockerung, Reinigung

1) Dieser Ertrag pflegt erst im zweiten Jahre den normalen Betrag zu erreichen und gegen Ende des n-jährigen Zeitraums wieder zu sinken.

und Düngung des Bodens, Nachbesserungen u. s. w., im Vorwert

$$= \frac{k\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^n}.$$

Die jährliche Bodenrente R berechnet sich demnach aus der Gleichung

$$\frac{R\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^n} = \frac{(A - k)\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p \cdot 1{,}0p^n} - K$$

oder

$$R = A - k - \frac{K \cdot 0{,}0p \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}.$$

Der hiernach berechnete Betrag R wäre mit etwaigen sonstigen Bodenrenten zu vergleichen; dabei aber noch die Frage zu erwägen, ob nach Ablauf von n Jahren der Boden eine abermalige Weidenkultur ertragen und ob eine solche wieder mit dem Kostenaufwande K zu bewirken oder — wegen der alten Stöcke — teurer sein wird. Im letzteren Falle wäre K um den Vorwert des Mehrbetrags zu erhöhen. Würde dagegen nach n Jahren eine andere Betriebsart ꝛc. mit dem Bodenwert B′ eingeführt, so wäre der gegenwärtige Bodenwert

$$= \frac{R\,(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p} + \frac{B'}{1{,}0p^n}.$$

Erfordert endlich der Weidenbetrieb eine anfängliche einmalige Ausgabe für Schäleinrichtungen, Instrumente, Räume zur Aufbewahrung der Ernte u. dgl., so ist diese wiederum dem Posten K zuzuschreiben.

II. Wahl der Betriebsart für mit Holz bestandene Flächen.

Da es unmöglich ist, alle denkbaren Fälle einzeln zu besprechen, so begnügen wir uns damit, folgende 4 Kombinationen herauszugreifen, nach deren Analogie dann auch andere zu behandeln sein möchten.

1) Bei haubaren Hochwaldungen entsteht die Frage, ob dieselben kahl abgetrieben und künstlich verjüngt oder allmählich ausgelichtet werden sollen, wobei natürliche oder künstliche Verjüngung unter Schutzbestand stattfindet; ferner, ob vielleicht einzelne Oberständer in den folgenden Umtrieb übergehalten werden sollen.
2) Stangenhölzer können entweder bis zum Haubarkeitsalter geschlossen erhalten oder licht gestellt und nötigenfalls unterbaut werden.

3) Junge Kernwuchsbestände von Eichen, Erlen ꝛc. können sowohl im Hochwald- als im Niederwaldbetriebe bewirtschaftet werden.
4) Nieder- und Mittelwaldungen kann man entweder als solche fortbestehen oder hochwaldartig heranwachsen lassen oder nach erfolgter Ausrodung der Stöcke künstlich zu Hochwald umwandeln.

In allen diesen Fällen entscheidet über die Frage der vorteilhaftesten Betriebsart grundsätzlich (s. Seite 168) der Wald-Erwartungswert, d. h. die Summe aller auf die Gegenwart diskontierten reinen Einnahmen. Da aber dessen Berechnung häufig auf Schwierigkeiten stößt, so behilft man sich, soweit möglich, mit dem Weiserprozent oder einem ähnlichen Näherungsverfahren.

1) Behandlung haubarer Hochwaldungen.

Bezeichnet man den Verkaufswert eines vorhandenen m-jährigen Bestandes mit A_m, den berechneten oder eingeschätzten Bodenwert mit B, so ist im Falle sofortigen Kahlabtriebes

$$We' = A_m + B.$$

Findet dagegen zunächst nur ein Vorbereitungshieb im Betrage von $n \,.\, A_m$ — wobei $n < 1$ — statt, infolgedessen der Bestandeswertzuwachs auf $x\,\%$ gesteigert wird; folgen dann die weiteren Lichtungshiebe bis zur völligen Schlagräumung in einem Zeitraum von t Jahren und bezeichnet man mit A_u deren auf die Mitte des Verjüngungszeitraums reduzierten Gesamtwert, wonach $u = m + \frac{t}{2}$; unterstellt man endlich, daß die Verjüngung selbst ebenfalls im Jahre u erfolgt, sodaß die jährlichen Kosten bis dahin dem alten, weiterhin dem neuen Bestande zur Last zu setzen sind, so folgt

$$We'' = n \cdot A_m + \frac{A_u + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V.$$

Wie A_u aus A_m, t und x zu berechnen, ist auf Seite 57 ꝛc. ausführlich erörtert. Annähernd kann übrigens nach Seite 58

$$A_u = A_m\,(1-n) \cdot 1{,}0x^{\frac{t}{2}} = A_m\,(1-n) \cdot 1{,}0x^{u-m}$$

gesetzt werden; dann folgt

$$We'' = n \cdot A_m + \frac{(1-n)\,A_m \cdot 1{,}0x^{\frac{t}{2}} + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V.$$

Setzen wir nun beide Wald-Erwartungswerte We′ und We″ einander gleich oder

$$A_m + B = n \cdot A_m + \frac{(1-n)\, A_m \cdot 1{,}0x^{u-m}}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V,$$

so kann aus dieser Gleichung derjenige Mindestbetrag des Wertzuwachsprozentes x berechnet werden, welcher erforderlich ist, wenn der allmähliche Abtrieb sich rentieren soll. Wir erhalten

$$\frac{(1-n)\, A_m \cdot 1{,}0x^{u-m}}{1{,}0p^{u-m}} = A_m\,(1-n) + \frac{B + V\,(1{,}0p^{u-m} - 1)}{1{,}0p^{u-m}}$$

$$1{,}0x^{u-m} = 1{,}0p^{u-m} + \frac{B + V}{A_m \cdot (1-n)}\,(1{,}0p^{u-m} - 1).$$

Beispiel. Nehmen wir für einen 110-jährigen Buchenbestand A_m = 4936, B = 332, V = 200, p = 3, n = ⅓, t = 2 (u—m) = 20, so wird

$$1{,}0x^{10} = 1{,}03^{10} + \frac{532}{\frac{2}{3} \cdot 4936}\,(1{,}03^{10} - 1) = 1{,}4095.$$

Hieraus ergiebt sich für x ein Betrag von nicht ganz 3,5 %. Da ein solcher Wertzuwachs recht wohl noch vorkommen kann, so zeigt dieses Beispiel, daß es vom Standpunkte der Reinertragslehre keineswegs immer geboten ist, Bestände, welche die finanzielle Umtriebszeit überschritten haben, sofort kahl abzutreiben. Vielmehr berechnet sich für x = 3,5 ein Wald-Erwartungswert We″ = 5316, während We′ nur 5278 Mark beträgt; also ein Überschuß von 38 Mark.

Dabei sind die Kulturkosten unberücksichtigt geblieben. Wäre aber bei Kahlabtrieb sofort ein Aufwand c erforderlich, dagegen beim Femelschlagbetrieb nur ein kleinerer = c′ in (u—m) Jahren, so würde sich das Ergebnis noch um $c - \frac{c'}{1{,}0p^{u-m}}$ günstiger für letzeren stellen.

Die weitere Frage, unter welchen Umständen sich das Überhalten einzelner Stämme in den zweiten Umtrieb rentiere, behandelt A. Täger in der Festschrift zur XIV. Versammlung Deutscher Forstmänner in Görlitz 1885: „Zum zweihiebigen Kiefernhochwald-Betrieb". Er unterstellt, daß die von den Oberständern überschirmte Fläche keinen nennenswerten Unterwuchs erzeuge, und setzt diese Fläche gleich dem regelmäßigen Sechseck, welches in den mit dem Kronendurchmesser k gezogenen Kreis eingezeichnet werden kann, also

$$= \frac{3\,k^2 \sqrt{3}}{8} = 0{,}6495\ k^2.$$

Bezeichnet man nun mit r die Bodenrente pro ha, so wird der 2 u-jährige Oberständer die auf seine Anzucht verwendeten Kosten

gerade decken, wenn sein Wert W gleich ist dem auf u Jahre prolongierten Werte w des u-jährigen Stammes, vermehrt um den Nachwert von u Bodenrenten der Beschirmungsfläche; es muß also die Gleichung bestehen:

$$W = w \cdot 1{,}0p^u + \frac{r}{10000} \cdot \frac{1{,}0p^u - 1}{0{,}0p} \cdot 0{,}6495\ k^2.$$

Nennt man x das durchschnittliche Wert-Zuwachsprozent des zweiten Umtriebs, so ist W auch $= w \,.\, 1{,}0x^u$; folglich

$$1{,}0x^u = 1{,}0p^u + \frac{r}{10000} \cdot \frac{1{,}0p^u - 1}{0{,}0p \cdot w} \cdot 0{,}6495\ k^2.$$

Aus dieser Gleichung und den von Täger für die Wachstums- und Absatzverhältnisse der Görlitzer Heide gegebenen Zahlen [1]) berechnet sich x für die 3 in Betracht kommenden Standortsklassen (II, III und IV) übereinstimmend = 2,1 %.

Dagegen stellen sich die aus Stammanalysen abgeleiteten wirklichen Prozentsätze des Massen- und Wertzuwachses — a und a + b — von Kiefern-Oberständern der Görlitzer Heide im zweiten Umtrieb wie folgt:

für II. Standortsklasse a = 1,1 % und a + b = 1,9 %,
„ III. „ a = 1,4 % „ a + b = 2,2 %,
„ IV. „ a = 1,5 % „ a + b = 2,3 %.

Diese entsprechen also der gestellten Forderung teils nahezu, teils sogar reichlich.

Da nach vorstehendem Beispiel die Bodenrente auf den Wert von x keinen sehr erheblichen Einfluß ausübt, wird man allgemein annehmen dürfen, daß der Überhalt sich rentiere, wenn das Wert-Zuwachsprozent der Stämme im zweiten Umtrieb (a + b) um ein oder zwei Zehntel höher steht als der geforderte Zinsfuß.

Die zulässige Anzahl der Oberständer berechnet Täger — von der Forderung ausgehend, daß jeder Baum des Unterstandes während der Vegetationszeit nur von dem wandernden Schatten eines Oberständers getroffen werde — zu 20 bis 35 pro ha.

Nach demselben Autor läßt sich die Waldrente des Nachhaltbetriebes durch den Überhalt auf das 1,5- bis 2-fache von derjenigen der einfachen Kahlschlagwirtschaft heben; ferner wird bezüglich der

---

1) Diese Zahlen sind für u : 90, 80 und 70 Jahre; für r : 6,54, 4,20 und 1,77 Mark; für k : 7, 6 und 5 Meter; für w : 23,94, 7,74 und 2,08 Mark; für p nimmt Täger zwei verschiedene Werte an: 3 % zur Summierung der Bodenrente, dagegen zur Prolongierung von w, mit Rücksicht auf wahrscheinlichen Teuerungszuwachs, nur 2 %.

Ausführung die Vorschrift erteilt, daß die demnächstigen Oberständer — und zwar anfänglich etwa 10 Stück pro ha mehr als die normale Anzahl — schon frühzeitig und sorgfältig aus der Kraftschen Stammklasse II[1]) zu wählen und durch Freihiebe im Wuchs zu fördern seien, auch im Wurzelbereich derselben keine Stöcke gerodet werden sollen.

2) **Bewirtschaftung von Stangenhölzern.**

Der Waldwert eines m-jährigen Stangenholzes ist im Falle des Kahlschlagbetriebs

$$We' = He_m + B,$$

wobei He_m den aus der Ertragstafel abgeleiteten Bestandes-Erwartungswert bedeutet, dessen Maximum bei normaler Bestockung mit demjenigen des Boden-Erwartungswertes zusammenfällt; unter B aber grundsätzlich dies letztere Maximum, sofern es überhaupt erreichbar scheint, zu verstehen ist.

Wählt man dagegen einen Lichtungsbetrieb etwa mit höherer Umtriebszeit u, so sind anstatt der Tafelansätze einzuführen:

1) der demnächst im Jahre q — oder während eines gewissen Zeitraums allmählich — erfolgende Lichtungshieb, dessen Ertrag $= n \cdot A_q$ etwa auf die Mitte dieses Zeitraums zu reduzieren wäre, und
2) der Abtriebsertrag A_u, event. einschließlich des um den Nachwert der Anbaukosten verminderten Erlöses aus Unterholz.

Demnach wird

$$We'' = \frac{n \cdot A_q}{1{,}0p^{q-m}} + \frac{A_u + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V.$$

Streng genommen müßten für beide Betriebsarten verschiedene Bodenwerte in Ansatz gebracht werden; doch kann man für die Praxis hiervon wohl absehen, weil die Unterschiede meist nicht sehr ins Gewicht fallen.

Diejenige Betriebsart, welche den größeren Wald-Erwartungswert liefert, ist die vorteilhaftere. Um aber in dem Wert-Zuwachsprozent wieder einen einfacheren Maßstab zu gewinnen, setzen wir $We' = We''$ und unter der Voraussetzung, daß Ertrag und Kosten des etwaigen Unterbaues sich gegenseitig ausgleichen,

$$A_u = (1 - n)\, A_q \cdot 1{,}0x^{u-q}.$$

---

1) Kraft, Beiträge zur Lehre von den Durchforstungen ꝛc. 1884.

Nun ergiebt sich der zu fordernde Mindestbetrag von x aus der Gleichung

$$He_m + B = \frac{n \cdot A_q}{1{,}0p^{q-m}} + \frac{(1-n)\,A_q \cdot 1{,}0x^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}} + \frac{B+V}{1{,}0p^{u-m}} - V,$$

$$\frac{(1-n)\,A_q \cdot 1{,}0x^{u-q}}{1{,}0p^{u-m}} = He_m + \frac{(B+V)\,(1{,}0p^{u-m}-1}{1{,}0p^{u-m}} - \frac{n \cdot A_q}{1{,}0p^{q-m}},$$

$$1{,}0x^{u-q} = \frac{He_m \cdot 1{,}0p^{u-m} + (B+V)\,(1{,}0p^{u-m}-1)}{(1-n)\,A_q} - \frac{n \cdot 1{,}0p^{u-q}}{1-n}.$$

Beispiel. Ein 50-jähriger, soeben durchforsteter Kiefernbestand (Anlage A) besitzt für 70-jährigen Umtrieb nach der Tafel einen Bestandes-Erwartungswert

$$He_m = 1488{,}1 \text{ Mark.}$$

Erfolgt statt dessen im Alter von 50 bis 70, also durchschnittlich mit 60 Jahren ein Lichtungshieb, welcher die Hälfte des 60-jährigen Bestandes wegnimmt, so ist zu setzen

$$n = 0{,}5 \text{ und } A_q = 2062{,}8.$$

Nehmen wir endlich $u = 120$ und $p = 3$, so wird

$$1{,}0x^{60} = \frac{1488{,}1 \cdot 1{,}03^{70} + 482{,}5\,(1{,}03^{70}-1)}{0{,}5 \cdot 2062{,}8} - 1{,}03^{60} = 8{,}7684,$$

$$x = 3{,}7.$$

Es müßte also, wenn der Lichtungsbetrieb sich rentieren soll, der Wertzuwachs der Überhälter bis zum 120. Jahre durchschnittlich jährlich 3,7 % betragen. Wäre nun z. B. der Massenzuwachs während dieser Periode nur = 2,5 %, so müßte noch ein Qualitätszuwachs von 1,2 % hinzukommen, d. h. es müßte der Wert der Maßeinheit auf das Doppelte steigen, was — selbst ohne einen besonderen Teuerungszuwachs — sehr wohl sein kann.

Die beiden Waldwerte selbst berechnen sich, wenn $x = 3{,}7$ %, wie folgt:

$$We' = 1488{,}1 + 362{,}5 = 1850{,}6.$$

$$We'' = \frac{0{,}5 \cdot 2062{,}8}{1{,}03^{10}} + \frac{9125 + 482{,}5}{1{,}03^{70}} - 120 = 1860{,}9.$$

Übertrifft der Erlös vom Unterholze den Nachwert der Anbaukosten desselben, was bei 60-jährigem Alter immerhin anzunehmen, so erhöht sich We'' noch entsprechend.

3) Behandlung junger Kernwuchsbestände.

Ein m-jähriger Jungwuchs einer zu Niederwald tauglichen Holzart verspreche, wenn er frühzeitig auf den Stock gesetzt wird, den Abtriebsertrag A_q und bei nachheriger Fortbenutzung als Niederwald mit n-jährigem Umtriebe einen Vorwert aller künftigen Er-

tragsüberschüsse d. i. einen Boden-Erwartungswert einschließlich der Stöcke = Be_n. Demnach ist

$$We' = \frac{A_q + Be_n + V}{1{,}0p^{q-m}} - V.$$

Läßt man den Bestand dagegen als Hochwald fortwachsen und wählt man einen Umtrieb von u Jahren, so wird

$$We'' = \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots + Be_u + V}{1{,}0p^{u-m}} - V.$$

Ist V in beiden Fällen gleich, so kann das negative Glied in beiden Formeln vernachlässigt werden. Dagegen ist der Boden-Erwartungswert hier jedesmal besonders zu berechnen, weil möglicherweise dem höheren Be_n des Niederwaldes ein geringerer Vorwert der Erträge des ersten Umtriebs gegenübersteht.

Beispiel. Eine 20-jährige Eichenhege entspreche der Burckhardtschen Ertragstafel Anlage E, stelle also beim Abtrieb mit 30 Jahren, wenn für Kernwuchsrinde kein Absatz vorhanden ist, einen Erlös von 220 Mark pro ha in Aussicht. Kommen weiterhin die Niederwald-Erträge „guter Schläge" nach Ostner (vgl. Anlage L und S. 258) in Ansatz, so berechnet sich bei dreiprozentiger Verzinsung

$$Be_n + V = 690 + 180 = 870$$

und

$$We' + V = \frac{220 + 870}{1{,}03^{10}} = 811.$$

Der negative Bestandswert ($We' - Be_n$) deutet hier darauf hin, daß sofortiger Abtrieb, falls dessen Erträge nur die Erntekosten decken würden, vorteilhafter wäre. Könnten dagegen im letzteren Falle noch 360 Mark für Rinde erlöst werden, so wäre

$$We' + V = 360 + 870 = 1230.$$

Würde man aber mit Rücksicht auf die Unsicherheit der Niederwalderträge p = 4 % setzen, so wäre bei Abtrieb im 30. Jahre

$$Be_n + V = 468 + \frac{5{,}4}{0{,}04} = 603$$

und

$$We' + V = \frac{220 + 603}{1{,}04^{10}} = 556.$$

Für Eichenhochwald berechnen sich zwei Maxima des Boden-Erwartungswertes im 70. und 110. Jahre; das letztere mit 334 Mark ist das größere; da aber bei 120-jährigem Umtrieb noch fast ebensoviel (332,1 Mark) sich ergiebt und eher erwartet werden darf, daß der Erlös vom Unterholz die Anbaukosten desselben deckt, so wählen wir diesen; demnach wird bei dreiprozentiger Verzinsung

$$B_{en} + V = 332,1$$

und

$$We'' + V = 690,8 \text{ Mark pro ha},$$

folglich stellt sich die Niederwaldwirtschaft bei dreiprozentiger Verzinsung als die vorteilhaftere, bei 4 % dagegen als die weniger einträgliche heraus.

4) Bewirtschaftung der Nieder- und Mittelwaldungen.

Vorhandene Bestände, welche aus Stockausschlag hervorgegangen sind, lassen, wie schon oben angedeutet, eine dreifach verschiedene Behandlung zu, nämlich:

A. Fortsetzung des seitherigen Betriebs, nötigenfalls mit entsprechenden Nachbesserungen, Ausläuterungen u. dgl. Der Waldwert einer mit m-jährigem Holze bestandenen Niederwaldfläche ist bei n-jährigem Umtrieb

$$We' = \frac{A_n + Be' + V}{1,0p^{n-m}} - V,$$

wobei unter A_n der demnächstige Abtriebsertrag der gegenwärtigen Bestockung einschließlich des Nachwertes etwaiger Zwischennutzungen, unter Be′ der aus den Normalerträgen berechnete Boden-Erwartungswert zu verstehen ist. Erfordert letzterer einen außerordentlichen Aufwand k an Kulturkosten beim nächsten Abtrieb, so ist — k im Zähler zuzusetzen.

Bei sehr unregelmäßig bestockten Nieder- sowie bei Mittelwaldungen werden die Normalerträge häufig erst vom dritten, vierten 2c. Umtriebe ab unterstellt werden dürfen; in diesem Falle müßten Erträge und Kulturkosten mehrerer Umtriebe besonders veranschlagt und auf die Gegenwart diskontiert werden.

B. Umwandlung in Hochwald durch Abtrieb im Jahre n, Ausrodung der Stöcke und künstlichen Anbau mit einer passenden Holzart. Nennt man r die Rodungskosten, s den Erlös aus Stockholz, so wird

$$We'' = \frac{A_n + s - r + Be'' + V}{1,0p^{n-m}} - V,$$

wobei Be″ den Boden-Erwartungswert der Nachzucht bedeutet.

Bei gleichem Abtriebsalter n der gegenwärtigen Bestockung fällt die Vergleichung dieses Verfahrens mit dem vorigen für letzteres günstig oder ungünstig aus, jenachdem

$$Be' \gtrless Be'' + s - r$$

oder

$$Be' - Be'' \gtrless s - r.$$

Ist $Be' > Be''$, so kann die Umwandlung nur in dem, an sich wenig wahrscheinlichen, Falle vorteilhaft werden, daß die Ausrodung der Stöcke einen erheblichen Überschuß des Erlöses über die Kosten verspricht. Dies wäre allenfalls bei vorübergehender landwirtschaftlicher Benutzung möglich. Ist dagegen $Be' < Be''$, so empfiehlt sich die Fortsetzung des Niederwaldbetriebs nur dann, wenn die Rodung mehr kostet als einbringt und wenn der Mindererlös den Unterschied der Bodenwerte übertrifft.

C. Spätere Umwandlung in Hochwald, indem man die Stockausschläge zunächst bis zum Jahre q heranwachsen läßt, ein- oder mehrmals durchforstet und schließlich entweder mit nachfolgendem künstlichen Anbau kahl abtreibt oder allmählich auslichtet, wobei die Nachzucht sowohl auf natürlichem Wege als durch Saat oder Pflanzung erfolgen kann. Die Formel des Wald-Erwartungswertes lautet in diesem Falle

$$We''' = \frac{A_q + D_n \cdot 1{,}0p^{q-n} + \cdots + Be''' + V}{1{,}0p^{q-m}} - V.$$

Hierin bedeutet Be''' wieder den Boden-Erwartungswert der Nachzucht; A_q kann je nach der Art der Behandlung sehr verschieden ausfallen und ist, ebenso wie $D_n \cdots$, aus Ertragstafeln nicht zu entnehmen, weil letztere, bis jetzt wenigstens, nur Kernwuchsbestände voraussetzen; vielmehr wäre, wenn We''' mit We'' und We' verglichen werden sollte, der gegenwärtige Bestandes-Verbrauchswert zu ermitteln und der Zuwachs bis zum Jahre q, etwa auf Grund von Stamm-Analysen, besonders zu veranschlagen. Vgl. Allg. Forst- u. Jagdzeitung, Oktober 1880, S. 366.

Hat man sich aber einmal für das hier besprochene Umwandlungsverfahren entschieden und handelt es sich nur noch um die Bestimmung des Abtriebsalters q, so wird die ein- oder mehrmalige Untersuchung des Weiserprozents hierüber Aufschluß geben. Man wird etwa eine kräftige Durchforstung oder einen Lichtungshieb führen, nach einigen Jahren den vorhandenen Holzwert H sowie das laufende Massenzuwachsprozent a ermitteln, den Bodenbruttowert $(B + V)$ sowie das Qualitätszuwachsprozent b einschätzen. Dann ist

$$w = (a + b) \frac{H}{H + B + V}.$$

So lange nun w noch die genügende Größe ($\geqq p$) besitzt, läßt man den Bestand fortwachsen, sofern die Rücksicht auf Erhaltung der Bodenkraft und Gedeihen des Nachwuchses es gestattet.

4. Titel.

Wahl der Bestandesbegründungsart.

Der Vorteil, welchen eine Bestandesbegründungsart vor einer andern zu bieten vermag, besteht entweder

1) in einer Ersparnis an Kulturkosten oder darin, daß
2) höhere Erträge bei gleichem oder
3) gleiche oder höhere Erträge bei kürzerem Umtrieb erzielt werden.

In allen drei Fällen entscheidet über die Frage des vorteilhaftesten Verfahrens ebenso wie unter Nr. I des 3. Titels die Vergleichung der Boden-Erwartungswerte. Übrigens ist wie auch dort nicht immer die Anwendung der vollen Be-Formel

$$Be = \frac{A_u + D_a \cdot 1{,}0p^{u-a} + \cdots - c \cdot 1{,}0p^u}{1{,}0p^u - 1} - V$$

notwendig; vielmehr genügt es, wenn die jährlichen Kosten von der Anbaumethode unabhängig sind,

ad 1) bei gleichen Erträgen und Umtriebszeiten nur die Kulturkostenaufwände, ferner

ad 2) nur die Zähler der Formel, d. h. die Ertragsnachwerte, eventuell vermindert um $c \cdot 1{,}0p^u$, und

ad 3) die Bodenbruttowerte

einander gegenüberzustellen.

Einige Beispiele mögen aus der einschlägigen Litteratur angeführt werden. Nach Kraft[1]) kann die Rabattenkultur die Erträge eines Fichtenbestandes von denjenigen der III. auf die der II. Standortsklasse der Baurschen Ertragstafeln steigern. Für 80 jährigen Umtrieb berechnet sich demgemäß

bei gewöhnlichem Anbau à 80 Mark ein Boden-Bruttowert von 793,50 Mk. pro ha,

bei Rabattenkultur à 200 Mark ein solcher von 1129,17 Mark pro ha.

Ähnliche Wirkung hat nach demselben Autor eine Riolkultur auf Ortsteinboden bei Kiefern, wofür bei einem Kostenaufwand von 200 Mark ein Boden-Bruttowert von 344,22 Mark pro ha berechnet wird, während ohne Riolung (c = 80) nur 207,40 Mark sich ergeben.

Auch bei Buchenhochwald beruht der Vorteil des Femelschlagbetriebs nicht sowohl in der Ersparnis an Kulturkosten, als vielmehr in

---

1) Zur Praxis der Waldwerthrechnung und forstlichen Statik, S. 45 ff.

der Steigerung der Erträge durch den Lichtungszuwachs. Kraft berechnet a. a. O. bei 100 jährigem Umtrieb und 16 jähriger Verjüngungsdauer 368,57 Mark (B + V), für Kahlhieb dagegen nur 242,32 Mark. Vgl. auch die Zusammenstellung auf Seite 257.

Für Eichenhochwald endlich werden a. a. O. folgende Boden-Bruttowerte verzeichnet:

bei Saatkultur à 80 Mark und 120 jährigem Umtrieb mit Lichtung und Unterbau 773,32 Mark pro ha,

bei Heisterpflanzung à 200 Mark und Ermäßigung des Umtriebs auf 100 Jahre 904,34 Mark pro ha.

Im allgemeinen wird angenommen werden dürfen, daß Pflanzung die gleichen Abtriebserträge früher liefert als Saat und natürliche Verjüngung. Dagegen ergeben sich bei den letzteren Verjüngungsarten meist frühere und größere Zwischennutzungen. Dies kann je nach den Sortiments- und Absatzverhältnissen sowohl vorteilhaft als auch nachteilig sein; ersteres z. B., wenn bei den Durchforstungen schon Nutzhölzer wie Bohnen- und Hopfenpflanzen gewonnen werden, letzteres, wenn nur geringwertiges Brennholz sich ergiebt.

5. Titel.

Bestimmung der vorteilhaftesten Bestandesdichte, insbesondere Statik des Durchforstungsbetriebes.

Bezeichnen wir die Stammzahl einer Fläche mit a und den von einem Mittelstamme zu erwartenden reinen Ertrag summarisch mit e, so stellt $e \cdot a$ den Gesamtreinertrag dieser Fläche vor. Beobachtungen haben ergeben, daß innerhalb gewisser Grenzen e eine Funktion von a ist. Die Aufgabe der Statik geht dahin, die Beschaffenheit dieser Funktion zu untersuchen, um hieraus zu ermitteln, wann der Reinertrag einer Fläche ein Maximum erreicht. Zu diesem Zwecke hat man nicht blos die Abhängigkeit des Bestandswertszuwachses von der Bestandesdichte zu untersuchen, sondern auch das Rechnungsverfahren festzustellen, mittelst dessen die bei verschiedenen Funktionen sich ergebenden Reinerträge zu vergleichen sind.

Wir werden uns hier vorzugsweise mit dem zweiten Teile dieser Aufgabe beschäftigen; der erste gehört in das Gebiet des forstlichen Versuchswesens.

Die finanzielle Wirkung der Durchforstungen kann eine zweifache[1]) sein, nämlich

1) Bezug einer frühzeitigen Nutzung aus solchen Bestandes-

---

1) Vgl. Preßler, Hochwaldsideal, 4. Aufl. von Neumeister, 1888, S. 36.

gliedern, die im Bestande selbst keinen erheblichen Zuwachs mehr liefern, und

2) Steigerung des Zuwachses in dem verbleibenden Bestande während einer Reihe von Jahren.

Die Untersuchung dieses Zuwachses wird sich immer auf mehrere Jahre erstrecken müssen, weil die Wirkung häufig nicht sofort eintritt und weil diejenige zufälliger Nebenumstände ausgeschlossen werden muß.

Ihre obere Grenze finden alle Durchforstungen vor demjenigen Grade der Bestandesauslichtung, durch welchen die Standortsgüte gefährdet werden würde.

I. Betrachten wir zunächst eine Durchforstung für sich allein, so wird auf die Frage: „Wann ist dieselbe vorteilhaft?" die Antwort lauten: „Wenn nach Ablauf von n Jahren der durchforstete Bestand einschließlich des prolongierten Aushiebsergebnisses mehr wert ist als der undurchforstete Bestand". Denn dem größeren Nachwerte im Jahre $m + n$ werden aller Wahrscheinlichkeit nach auch höhere Ertragsendwerte im Umtriebsalter und folglich ceteris paribus auch der größere Wald-Erwartungswert entsprechen. Wir werden also, mathematisch ausgedrückt, folgende Vergleichung anstellen:

$$A_{m+n} + D_m \cdot 1{,}0p^n \gtreqless A'_{m+n},$$

wobei D_m den Reinerlös der Durchforstung im Jahre m, A_{m+n} den Verbrauchswert des durchforsteten Bestandes und A'_{m+n} denjenigen des undurchforsteten Bestandes im Jahre $(m + n)$ bedeuten.

Drücken wir aber den Zuwachs in Prozenten der Masse, bezw. des Holzwertes im Jahre m aus, so ist

$$A_{m+n} = A_m \cdot 1{,}0z^n \text{ und}$$

$$A'_{m+n} = A_m \cdot 1{,}0y^n + D_m \cdot 1{,}0x^n,$$

wobei unter A_m der Wert des Haupt- oder Restbestandes unmittelbar nach der Durchforstung, unter z das Zuwachsprozent des durchforsteten, unter y dasjenige des undurchforsteten Hauptbestandes und unter x das Zuwachsprozent des Nebenbestandes, dessen Aushieb in Frage kommt, zu verstehen ist. Führen wir diese Werte in unsere obige Formel ein, so nimmt dieselbe folgende Gestalt an:

$$A_m \cdot 1{,}0z^n + D_m \cdot 1{,}0p^n \gtrless A_m \cdot 1{,}0y^n + D_m \cdot 1{,}0x^n \text{ oder}$$

$$A_m (1{,}0z^n - 1{,}0y^n) \gtrless D_m (1{,}0x^n - 1{,}0p^n).$$

Führen wir endlich die durchschnittlichen Prozentsätze der n jährigen Periode in Bezug auf den einjährigen Zuwachs ein, d. h. setzen wir $n = 1$, so bleibt

$$A_m (z - y) \gtreqless D_m (x - p).$$

Diese einfache Vergleichungsformel entscheidet über die Einträglichkeit einer Durchforstung. Im Falle $>$ ist die letztere unbedingt nützlich — sofern keine sonstigen Rücksichten mitsprechen; im Falle $=$ ist sie gleichgültig; im Falle $<$ schädlich.

Werden nur dürre und absterbende Bäume ausgeforstet, deren $x = 0$ zu setzen, so ist die Durchforstung unter allen Umständen vorteilhaft. Denn $D_m (x - p)$ wird in diesem Falle negativ, also unbedingt $< A_m (z - y)$, selbst wenn $z = y$, d. h. wenn keine Zuwachssteigerung beim Hauptbestande eintritt. Nur wenn $y > z$ — was aber kaum jemals vorkommen dürfte —, könnte eine solche Durchforstung unvorteilhaft erscheinen.

Das nämliche gilt für unterdrückte u. dgl. Bäume, solange $x < p$. Alle derartigen Bestandesglieder sind also ebenfalls wegzunehmen — sofern nicht etwa deren Erhaltung im Interesse des Bodenschutzes geboten wäre.

Wird $x = p$, so ist die Durchforstung nur dann, aber auch — abgesehen von dem soeben erwähnten Ausnahmefall — unbedingt vorteilhaft, wenn z nur etwas größer ist als y. Die Beseitigung derjenigen Bestandesglieder, deren $x = p$, wird also durch jede Zuwachssteigerung im Hauptbestande rentabel.

Steigt endlich x über p, werden also auch Bäume von ansehnlichem Zuwachs von der Durchforstung getroffen, so kommt es nicht allein auf das gegenseitige Verhalten der Zuwachsprozente, sondern auch auf dasjenige der Massen resp. Holzwerte A_m und D_m an; denn es ergiebt sich in diesem Falle die zur Rentabilität des Aushiebs erforderliche Zuwachssteigerung aus dem Ansatz

$$z - y \gtreqless \frac{D_m}{A_m} (x - p).$$

Wäre z. B. $x - p = 1$ und $\frac{D_m}{A_m} = 0{,}1$, so würde die Durchforstung sich nur dann als vorteilhaft erweisen, wenn

$$z - y > 0{,}1,$$

d. h. wenn der Zuwachs des Hauptbestandes um mehr als 0,1 % gesteigert

würde. Ebenso müßte für $x - p = 1{,}5$ und $\frac{D_m}{A_m} = 0{,}3$ ein besonderer Lichtungszuwachs $(z - y)$ von mehr als 0,45 % zu erwarten sein.

Wir gelangen somit — immer abgesehen von der Rücksichtnahme auf die Standortsgüte — zu folgender allgemeinen Regel: Es verlohnt sich die Wegnahme

1) derjenigen Stammklassen, deren Wertzuwachsprozent im Falle des Stehenbleibens den geforderten Zinsfuß nicht erreicht, unbedingt;
2) derjenigen, deren $x = p$, im Falle einer dadurch bewirkten Zuwachssteigerung im Hauptbestande;
3) derjenigen, deren $x > p$, nur dann, wenn diese Zuwachssteigerung größer ist als $\frac{D_m}{A_m}(x - p)$.

Der Fall $x = p$ dürfte häufig die Grenze zwischen Durchforstung und Lichtungshieb bilden.

Bei der vorstehenden Entwickelung ist unterstellt, daß D_m jedenfalls eine positive Größe oder mindestens $= 0$ sei, d. h. daß die Kosten der Durchforstung durch deren Ertrag übertroffen oder doch gedeckt werden. Im letzteren Falle ($D_m = 0$) würde die Ausführung stets dann zu empfehlen sein, wenn dadurch eine Zuwachssteigerung im Hauptbestande ($z > y$) bewirkt werden könnte.

Übersteigt dagegen der Kostenaufwand den Ertrag ($D_m < 0$), so nimmt die Durchforstung den Charakter einer Ausgabe an. Gleichwohl läßt sich auch hier die Rentabilitätsfrage in analoger Weise beantworten. Nur ist dabei zu berücksichtigen, daß jene Ausgabe, wenn die Vornahme der Durchforstung verschoben würde, nicht größer, sondern eher kleiner werden dürfte. Die aufzuwerfende Frage wird in der Regel die sein, ob es sich verlohnt, die fragliche Maßregel sofort mit Kostenaufwand auszuführen, oder ob dieselbe später ohne einen solchen, bezw. mit einem Ertragsüberschuß vollzogen werden soll; mathematisch ausgedrückt, ob

$$A_{m+n} - D_m \cdot 1{,}0p^n \gtreqless A'_{m+n} + D_{m+n} \quad \text{oder}$$

$$A_m\,(1{,}0z^n - 1{,}0y^n) \gtreqless D_m \cdot 1{,}0p^n + D_{m+n}.$$

Im Falle $D_{m+n} = 0$, welcher auch dann eintritt, wenn der Nebenbestand etwa durch Leseholzträger entfernt wird oder im Walde verfault, müßte die Zuwachssteigerung am Hauptbestande den Kostenaufwand der Durchforstung, bezw. dessen Nachwert mindestens decken. Im Falle $D_{m+n} > 0$ würde eine größere Zuwachssteigerung erforderlich sein.

II. Sollen zwei oder mehrere Durchforstungsmethoden in Bezug auf ihren finanziellen Erfolg verglichen werden, so bilden wir für eine jede derselben die Differenz

$$\triangle = A_m (z - y) - D_m (x - p).$$

Dasjenige Verfahren, welches das größere $\triangle$ liefert, ist das vorteilhaftere.

Eine Verschiedenheit des Verfahrens kann nun, da dürre und absterbende Bäume jedenfalls wegzunehmen sind, nur darin bestehen, daß außerdem entweder in die schwächeren oder mittleren oder stärkeren Klassen des noch lebensfähigen Bestandes eingegriffen wird. Wir verstehen also weiterhin unter y das Zuwachsprozent des letzteren für den Fall, daß nur Dürrholz ausgeforstet wird; unter x dasjenige, welches die jeweilig zur weiteren Durchforstung vorgesehenen Bäume haben würden, wenn sie stehen blieben; unter z dasjenige des jeweiligen Hauptbestandes nach dem Hiebe.

1) Bei gleichen Durchforstungs-Wertmengen D_m bleibt auch A_m konstant. Wäre außerdem für alle Stammklassen die nämliche Zuwachssteigerung $(z - y)$ zu erwarten, so würde es sich empfehlen, diejenige wegzunehmen, welche das kleinste Zuwachsprozent x in Aussicht stellt. Anderen Falles, wenn das Zuwachsprozent des Hauptbestandes in den verschiedenen Klassen verschiedene Erhöhungen durch den Hieb erfährt, muß die Differenz $\triangle$ selbst ausgerechnet werden.

1. Beispiel. Bei den Aufnahmen der deutschen forstlichen Versuchsanstalten werden bekanntlich in der Regel 5 Stärkeklassen von gleicher Stammzahl ausgeschieden und wird für eine jede dieser Klassen ein Probestamm sektionsweise analysiert. Hierbei hat sich in 11 ca. 55jährigen Kiefernbeständen des Großherzogtums Hessen, also bei der Untersuchung von 55 Probestämmen folgendes ergeben, wenn die Klasse der schwächsten Stämme mit I, diejenigen der stärksten mit V bezeichnet wird.

Stärkeklasse	Anteil an der Gesamtmasse im 50. Jahre	Jährliches Zuwachsprozent vom 50. bis 55. Jahre.
I	9 %	1,7 bis 6,2, durchschnittlich 3,7 %
II	14 %	2,1 „ 5,9 „ 4,2 %
III	19 %	1,9 „ 5,4 „ 3,4 %
IV	23 %	2,6 „ 9,0 „ 4,4 %
V	35 %	2,4 „ 6,7 „ 4,4 %
Summa	100 %.	

Sehen wir zunächst von dem Preisunterschied der Sortimente ab, unterstellen also gleiche Werte der Masseneinheit, und werfen wir die Frage auf, welche Klasse von der Durchforstung zu treffen wäre, wenn in einem Be-

stande von 100 fm bei obiger Zusammensetzung noch ein Aushieb von 9 fm stattfinden sollte.

Könnte in diesem Falle das Zuwachsprozent aller Klassen gleichmäßig um 0,5 gesteigert werden, so wäre unbedingt Klasse III, deren x nur 3,4 beträgt, anzugreifen.

Wäre dagegen die Zuwachssteigerung voraussichtlich folgende:

in Klasse	I	II	III	IV	V
$z - y =$	0,1	0,3	0,5	0,7	0,9 %,

so wäre bei Wegnahme der Klasse I und einem Zinsfuß p von 3 %:

$$A_m (z - y) = 14 \cdot 0{,}3 + 19 \cdot 0{,}5 + 23 \cdot 0{,}7 + 35 \cdot 0{,}9 = 61{,}3$$
$$D_m (x - p) = 9 \cdot 0{,}7 = 6{,}3$$
$$\Delta = 55{,}0.$$

Dagegen bei Wegnahme von 9 fm aus Klasse III:

$$A_m (z - y) = 9 \cdot 0{,}1 + 14 \cdot 0{,}3 + 10 \cdot 0{,}5 + 23 \cdot 0{,}7 + 35 \cdot 0{,}9 = 57{,}7$$
$$D_m (x - p) = 9 \cdot 0{,}4 = 3{,}6$$
$$\Delta = 54{,}1.$$

Endlich bei Wegnahme von 9 fm aus Klasse V:

$$A_m (z - y) = 9 \cdot 0{,}1 + 14 \cdot 0{,}3 + 19 \cdot 0{,}5 + 23 \cdot 0{,}7 + 26 \cdot 0{,}9 = 54{,}1$$
$$D_m (x - p) = 9 \cdot 1{,}4 = 12{,}6$$
$$\Delta = 41{,}5.$$

Das erste Verfahren, d. h. Aushieb der schwächsten Stämme, wäre sonach das vorteilhafteste[1]).

Das gleiche Ergebnis stellt sich heraus, wenn man

in Klasse	I	II	III	IV	V
$z - y =$	0,3	0,5	0,7	0,5	0,3

annimmt; nämlich

bei Aushieb von 9 fm aus Klasse	I	III	V
$\Delta =$	36,0	35,1	29,7.

Unterstellt man dagegen das Verhältnis der Zuwachssteigerungen wie folgt:

in Klasse	I	II	III	IV	V
$z - y =$	0,9	0,7	0,5	0,3	0,1,

so ergiebt sich

bei Aushieb von 9 fm aus Klasse	I	III	V
$\Delta =$	23,4	29,7	24,2,

d. h. der Hieb hat die Klasse III zu treffen.

1) Der Kürze halber wurden überhaupt nur die drei Klassen I, III und V in Betracht gezogen.

In keinem der seither betrachteten Fälle würde die grundsätzliche Wegnahme der stärksten Stämme gerechtfertigt sein.

2. Beispiel. Die analoge Untersuchung in 7 ca. 75jährigen Kiefernbeständen, also bei 35 Probestämmen, hat folgendes Ergebnis geliefert:

Stärkeklasse	Anteil an der Gesamtmasse im 70. Jahre	Durchschnttl. jährliches Zuwachsprozent vom 70. bis 75. Jahr.
I	9 %	2,6 %
II	14 %	2,0 %
III	19 %	2,0 %
IV	22 %	2,5 %
V	36 %	1,9 %
Summa	100 %.	

Könnte nun in einem 70jährigen Bestande von dieser Zusammensetzung und 100 fm Massengehalt durch den Aushieb von 19 fm eine Steigerung des Zuwachsprozents aller Klassen um 1,0 bewirkt werden, so würde ein Teil der stärksten Stämme (Klasse V) zur Wegnahme zu bestimmen sein.

Ebenso wenn

in Klasse	I	II	III	IV	V
$y - z =$	1,4	1,2	1,0	0,8	0,6

zu setzen wäre. Denn wir würden in diesem Falle folgende Beträge für $\triangle$ erhalten:

Bei Wegnahme von 19 fm aus Klasse I und II:

$$A_m (z - y) = 4 \cdot 1{,}2 + 19 \cdot 1{,}0 + 22 \cdot 0{,}8 + 36 \cdot 0{,}6 = 63{,}0$$
$$D_m (x - p) = -(9 \cdot 0{,}4 + 10 \cdot 1{,}0) = -13{,}6$$
$$\triangle = 76{,}6.$$

Bei Wegnahme von 19 fm aus Klasse III:

$$A_m (z - y) = 9 \cdot 1{,}4 + 14 \cdot 1{,}2 + 22 \cdot 0{,}8 + 36 \cdot 0{,}6 = 68{,}6$$
$$D_m (x - p) = -19 \cdot 1{,}0 = -19{,}0$$
$$\triangle = 87{,}6.$$

Bei Wegnahme von 19 fm aus Klasse V:

$$A_m (z - y) = 9 \cdot 1{,}4 + 14 \cdot 1{,}2 + 19 \cdot 1{,}0 + 22 \cdot 0{,}8 + 17 \cdot 0{,}6 = 76{,}2$$
$$D_m (x - p) = -19 \cdot 1{,}1 = -20{,}9$$
$$\triangle = 97{,}1.$$

Auch wenn

in Klasse	I	II	III	IV	V
$z - y =$	0,8	1,0	1,2	1,0	0,8,

stellt sich der Aushieb stärkster Stämme als der vorteilhafteste heraus, denn wir erhalten:

bei Aushieb von 19 fm aus Klasse I und II III V
$\triangle = 91{,}2$ 91,0 100,5.

Nimmt man dagegen von Klasse I bis V eine zunehmende Steigerung des Zuwachsprozentes, nämlich

in Klasse	I	II	III	IV	V
$z - y =$	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4

an, so ergiebt sich

bei Aushieb von 19 fm aus Klasse I und II III V
$\triangle = 112{,}6$ 112,4 106,7.

Es empfiehlt sich also die Wegnahme der geringsten Stammklassen.

2) Kommen verschiedene Durchforstungs-Wertmengen D_m, also stärkere und schwächere Aushiebe in Betracht, so ändert sich auch der Wert des jedesmaligen Restbestandes A_m. Im übrigen erfolgt die Beurteilung der Rentabilität nach Maßgabe der Differenz $\triangle$ ebenso wie unter Nr. 1.

1. Beispiel. Würde in dem obigen 50jährigen Kiefernbestande durch Aushieb

a) von 9 fm eine Zuwachssteigerung aller Klassen um 0,5 %, dagegen

b) von 19 fm eine solche von 0,8 %

bewirkt, so wäre in beiden Fällen Klasse III anzugreifen und würde sich

ad a) $\triangle = 91 \cdot 0{,}5 - 9 \cdot 0{,}4 = 41{,}9$

ad b) $\triangle = 81 \cdot 0{,}8 - 19 \cdot 0{,}4 = 57{,}2$

herausstellen, also die stärkere Durchforstung vorzuziehen sein.

2. Beispiel. Könnte das Zuwachsprozent des 70jährigen Bestandes durch den Aushieb von 25 fm gleichmäßig um 1,2, durch Wegnahme der ganzen V. Klasse (= 36 fm) aber auch nicht mehr gesteigert werden, so ergäbe sich

im ersten Falle $\triangle = 75 \cdot 1{,}2 + 25 \cdot 1{,}1 = 117{,}5$,

im zweiten Falle $\triangle = 64 \cdot 1{,}2 + 36 \cdot 1{,}1 = 116{,}4$.

Hier würde also der geringere Aushieb genügen.

Über das Maß der Zuwachssteigerung, welche je nach Art und Größe des Aushiebs in einem Bestande zu erzielen ist, liegen bis jetzt ausreichende Untersuchungen nicht vor. Wir haben uns daher bei den vorangeführten Beispielen mit Hypothesen behelfen müssen; glauben aber eben hierdurch auch den Nachweis erbracht zu haben, daß gewisse neuere Durchforstungsregeln, wie z. B. die Borggrevesche Plänterdurchforstung, eben auch nur hypothetischen Wert besitzen.

Wollte man zuverlässige Grundlagen gewinnen, so müßten in gleichmäßigen Beständen verschiedenen Alters je mehrere Probeflächen abgesteckt werden, von welchen

a) in der ersten behufs Ermittelung der Größen x und y nur dürres und abständiges Holz gehauen würde, während
b) in den übrigen weitere entweder gleiche oder auch verschiedene Holzmengen, aber jedesmal nur aus einer bestimmten Stammklasse wegzunehmen wären, wonach sich für die übrigen das zugehörige z ergäbe.

Bei Beginn des Versuchs müßte jeder Stamm mit seiner Klassennummer bezeichnet werden und diese fortwährend beibehalten. Behufs Ermittelung des finanziellen Effekts wären übrigens nicht nur die Holzmengen der einzelnen Klassen in periodischer Wiederholung zu ermitteln, sondern auch die Sortimentsverhältnisse und -Preise derselben sowie deren Gesamtwert, auf welchen die Prozentsätze x, y und z bezogen werden müßten. Einseitige Steigerung der Masse ohne Rücksicht auf die Stammform kann unter Umständen sogar schädlich sein.

Wenn wir seither, mit Rücksicht auf die Einfachheit des mathematischen Ausdrucks bei Einführung der Zuwachsprozente, stets die minimale Durchforstung zum Vergleiche mit allen anderen benutzt haben, so darf schließlich nicht unerwähnt bleiben — wenn es sich auch von selbst versteht —, daß die verschiedenen stärkeren Durchforstungsgrade und -Methoden auch direkt unter einander verglichen werden können. Die hierbei anzuwendende Formel würde lauten

$$A'_{m+n} + D'_m \cdot 1{,}0p^n \gtreqless A''_{m+n} + D''_m \cdot 1{,}0p^n.$$

Wollte man auch hier wieder die Zuwachsprozente einführen, so müßte bei jeder Durchforstungsart ein solches für den jeweiligen Restbestand in Ansatz gebracht werden; also etwa

$$A'_{m+n} = A'_m \cdot 1{,}0z_1{}^n$$

und

$$A''_{m+n} = (A'_m + D'_m - D''_m)\, 1{,}0z_2{}^n.$$

Dies oben eingesetzt giebt

$$A'_m\,(1{,}0z_1{}^n - 1{,}0z_2{}^n) \gtreqless (D'_m - D''_m)\,(1{,}0z_2{}^n - 1{,}0p^n)$$

und wenn wir n = 1 annehmen,

$$A'_m\,(z_1 - z_2) \gtreqless (D'_m - D''_m)\,(z_2 - p).$$

Da aber diese Formel nur in dem an sich unwahrscheinlichen

Falle anwendbar wäre, daß alle Stammklassen jeweilig mit gleichem Prozentsatz fortwüchsen, so dürfte das seither von uns eingehaltene Verfahren den Vorzug verdienen; um so mehr, als der hierbei stets mögliche prozentische Ausdruck des Zuwachses die Übertragung der Versuchsergebnisse auf andere Örtlichkeiten und Bestände am leichtesten gestattet.

Versuche, in der angedeuteten Art eingeleitet, würden vielleicht schon bald recht brauchbare Ergebnisse geliefert haben. Der Verein deutscher forstlicher Versuchsanstalten hat nicht diesen Weg, sondern einen anderen eingeschlagen, der vielleicht sicherer, aber jedenfalls erst nach längerer Zeit zum Ziele führen wird und unter III. besprochen werden soll.

III. Wie schon auf Seite 273 angedeutet, ist es, wenn auch nicht wahrscheinlich, so doch denkbar, daß dem größeren Bestandesnachwert im Jahre $m + n$ nicht zugleich auch der höhere Wald-Erwartungswert entspricht. Völlige Sicherheit hierüber kann nur gewonnen werden, wenn man nicht allein zwei oder mehrere Durchforstungsarten in bestimmten Bestandesaltern, sondern die Gesamtwirkungen verschiedener Methoden bis zum Umtriebsalter einander gegenüberstellt. Dies hat nach der Formel des Wald-Erwartungswertes

$$We_m = \frac{A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V}{1{,}0p^{u-m}} - V$$

zu geschehen, worin A_u, $D_n \cdots$ die bei dem betr. Verfahren zu erwartenden, resp. versuchsweise erzielten Erträge, B den zugehörigen Boden-Erwartungswert bedeutet. Ist der Bestand normal, so kann nach Seite 121

$$We_m = \frac{\left(A_u + \frac{D_a}{1{,}0p^a} + \cdots + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots - c\right) 1{,}0p^m}{1{,}0p^u - 1} - V$$

gesetzt werden.

Sind die jährlichen Kosten, wie gewöhnlich, von der Verschiedenheit des Verfahrens unabhängig, so ist V außer Ansatz zu lassen. Ist der Umtrieb in allen Fällen der nämliche, so kann auch der Nenner wegbleiben und es ist dann schließlich, wenn nur gleichaltrige normale Bestände mit einander verglichen werden sollen, da in diesem Falle die Faktoren $\frac{D_a}{1{,}0p^a}$, c und $1{,}0p^m$ konstant sind, der Ausdruck:

$$A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots,$$

d. h. der Nachwert aller Erträge zu Ende des Umtriebs maßgebend

Erstreckt sich dagegen die Vergleichung auch auf abnorme Bestände von gleichem Alter, so ist

$$A_u + D_n \cdot 1{,}0p^{u-n} + \cdots + B + V$$

für einen jeden zu ermitteln.

Um das Material zu solchen Berechnungen zu gewinnen, haben die deutschen forstlichen Versuchsanstalten angefangen, vergleichende Versuche anzustellen und zwar mittelst Wegnahme

a) nur der abgestorbenen und absterbenden oder
b) auch der unterdrückten, aber noch lebensfähigen, oder
c) auch der zurückbleibenden Stämme, d. h. derjenigen, welche noch am Kronenschluß teilnehmen, deren Krone aber tiefer liegt, als diejenige der eigentlich herrschenden Stammklassen [1].

In Frankreich [2]) hat man ähnliche Versuche mit zwei Durchforstungsarten, éclaircie par le haut und éclaircie par le bas eingeleitet. Bei letzterer werden nur die dürren und unterdrückten Stämme weggenommen; bei ersterer die unterständigen, sofern sie noch lebensfähig sind, grundsätzlich nicht, vielmehr wird nur der obere Kronenschluß gelockert.

Der Verein deutscher forstlicher Versuchsanstalten will nach neuestem Beschlusse (1891) seine Versuche auch auf diese Durchhiebsart ausdehnen. Daß dieselbe in vielen Fällen vorteilhaft sein könne, hat schon Kraft [3]) hervorgehoben. Derselbe unterscheidet folgende Stammklassen:

1) Vorherrschende Stämme mit ausnahmsweise kräftig entwickelten,
2) herrschende mit gut entwickelten Kronen,
3) gering mitherrschende,
4) beherrschte Stämme und zwar
   a) mit eingeklemmten,
   b) mit teilweise unterständigen Kronen,
5) ganz unterdrückte Stämme und zwar
   a) mit lebensfähigen,
   b) mit absterbenden oder abgestorbenen Kronen.

---

1) Arbeitsplan des V. d. f. V. von 1873, § 8, mit späteren Ergänzungen.

2) Vgl. Dimitz, Centralblatt für das gesamte Forstwesen, 1890. S. 57.

3) Beiträge zur Lehre von den Durchforstungen, Schlagstellungen und Lichtungshieben, 1884.

Nach Seite 42 des genannten Werkes wird es als zweifellos bezeichnet, daß gerade die Klasse 4a den herrschenden Bestand am meisten schädige, während Schonung der Klasse 5a im Interesse der Erhaltung der Standortsgüte geboten sei.

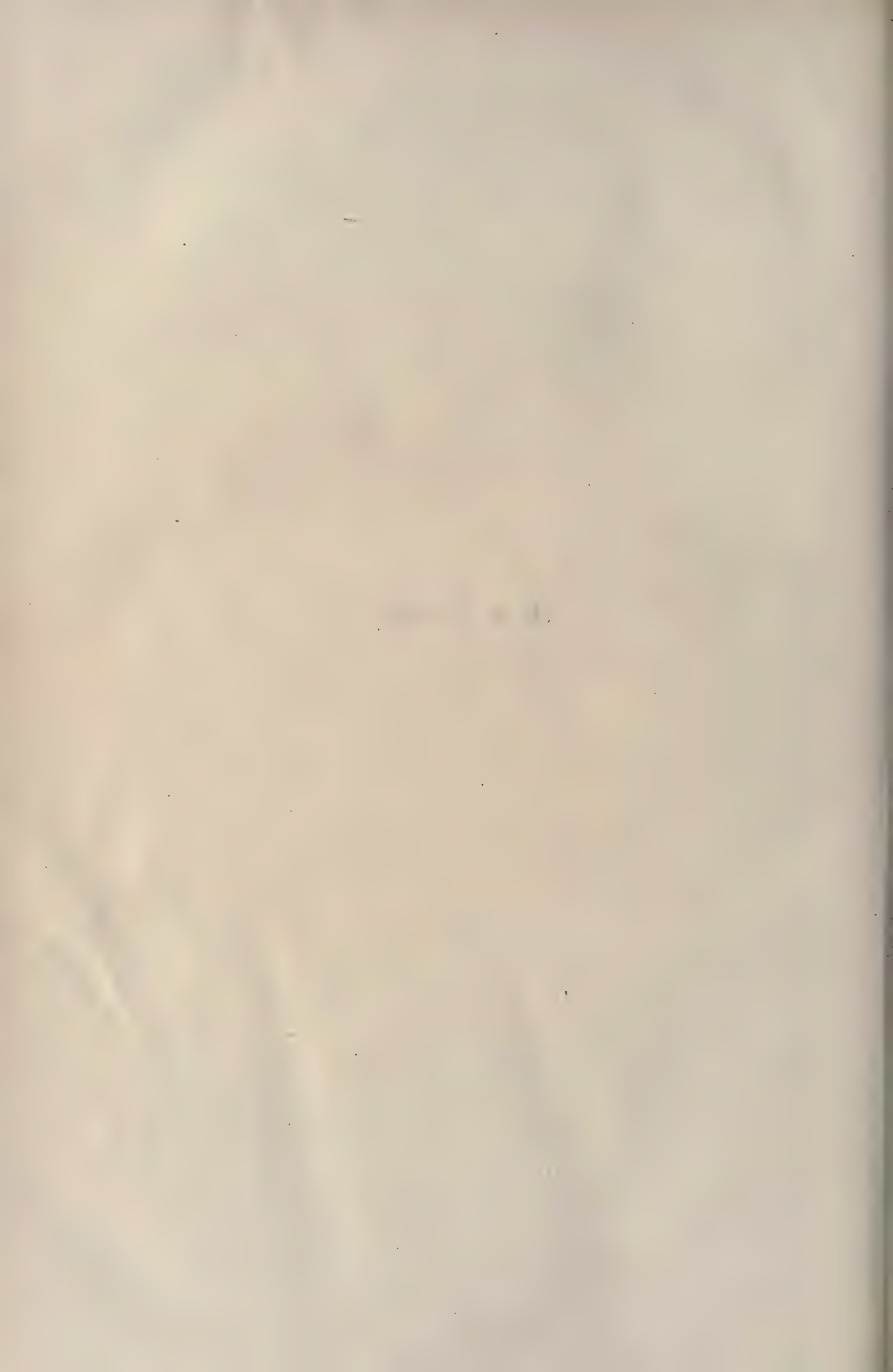
Endgültige Ergebnisse wird man von den eingeleiteten Versuchen erst nach Ablauf eines Umtriebs erwarten dürfen. Vorläufige Vergleichungen dürften jedoch auch schon früher nach der Formel

$$A'_{m+n} + D'_m \cdot 1{,}0p^n \gtreqless A''_{m+n} + D''_m \cdot 1{,}0p^n$$

angestellt werden können. Streng genommen wäre hierzu völlig gleiche Bestockung der Versuchsflächen zu Anfang der Beobachtung erforderlich; da dieser Bedingung in Wirklichkeit nirgends entsprochen werden dürfte, so wird man die Vergleichbarkeit der Resultate, wenn auch nur annähernd, dadurch herbeiführen müssen, daß man alle späteren Erträge nach Verhältnis der anfänglichen Holzmassen resp. -Werte reduziert. Statt dessen könnten jedoch auch wie unter II. die Prozentsätze des Zuwachses ermittelt und der Vergleichung zu Grunde gelegt werden.



Noten.



Note 1.

Wahl der Zinsenberechnungsart.

I. Methoden der Zinsenberechnung.

Für die bei Waldwertrechnungen vorkommenden Prolongierungen, Diskontierungen und Rentenrechnungen hat man folgende Zinsenberechnungsarten vorgeschlagen.

1) Die Rechnung mit einfachen Zinsen.

Dieselbe setzt voraus, daß nur das Kapital Zinsen trägt, daß dagegen die Zinsen, welche das Kapital jährlich abwirft, nicht wieder Zinsen bringen.

2) Die Rechnung nach Zinseszinsen oder Doppelzinsen.

Alle eingegangenen Zinsen nehmen die Natur von Kapitalien an, liefern also selbst wieder Zinsen.

3) Die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen.

Die Resultate derselben sind das arithmetische Mittel aus den nach 1) und 2) erhaltenen Resultaten. Bezeichnet man letztere mit a und b, so würde also die Rechnung nach arithmetisch-mittleren Zinsen $\frac{a+b}{2}$ ergeben. So z. B. ist der Jetztwert von 40 Mark, welche nach 60 Jahren eingehen, unter Zugrundelegung eines Zinsfußes von 3 % und der Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen

$$= \left[\frac{40}{1{,}03^{60}} + \frac{40 \quad 100}{100 + 180}\right] : 2 = [40 \cdot 0{,}1697 + 40 \cdot 0{,}3571] : 2$$

$= 10{,}536$ Mark.

Über die Bestimmung des Jetztwertes einer Einnahme nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung siehe Note 2. Der Jetztwert derselben Einnahme, berechnet nach den Regeln der einfachen Zinsrechnung, ergiebt sich durch folgende Betrachtung. Nennt man x das Kapital, welches bei einem Zinsfuß von p Prozent nach 60 Jahren mit einfachen Zinsen auf 40 Mark anwächst, so ist

$$40 = x + \frac{x \cdot 60 \cdot p}{100}\text{; hieraus folgt } x = \frac{40 \cdot 100}{100 + 60 \cdot p}.$$

4) Die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen.

Die Resultate derselben sind das geometrische Mittel aus den Resultaten von 1) und 2), also $\sqrt{ab}$. So berechnet sich das vorhergehende Beispiel nach geometrisch-mittleren Zinsen zu

$$\sqrt{\left(\frac{40}{1{,}03^{60}} \times \frac{40 \cdot 100}{100 + 180}\right)} = 9{,}847.$$

5) Die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen.

Die jedesmaligen einfachen Zinsen des ursprünglichen Kapitals tragen von der Zeit ihres Eingangs an ebenfalls einfache Zinsen. Es wird also z. B. aus einem Kapital 100 bei 4 % werden:

nach Ablauf des 1. Jahres $100 + 4 = 104$

" " " 2. " $100 + 8 + 4 \cdot 0{,}04 = 108{,}16$

" " " 3. " $100 + 12 + 4 \cdot 0{,}04 \cdot 2 + 4 \cdot 0{,}04 = 112{,}48$

" " " 4. " $100 + 16 + 4 \cdot 0{,}04 \cdot 3 + 4 \cdot 0{,}04 \cdot 2 + 4 \cdot 0{,}04 = 116{,}96.$

Die allgemeine Formel zur Prolongierung nach der Regel der beschränkten Zinseszinsen lautet für das Kapital 1 und einen Zeitraum von n Jahren:

$$1 + n \cdot 0{,}0p + (n-1)\,0{,}0p^2 + (n-2)\,0{,}0p^2 + \cdots + 0{,}0p^2$$
$$= 1 + \left(n + \frac{n\,(n-1)}{2}\,0{,}0p\right) 0{,}0p.$$

II. Würdigung der Zinsenberechnungsarten.

1) Würdigung der Rechnung nach einfachen Zinsen.

Gegen die Anwendung der Rechnung mit einfachen Zinsen spricht Folgendes.

A. Diese Rechnungsweise beruht auf Voraussetzungen, welche mit der Natur des Geldes in Widerspruch stehen.

Denn es ist in Bezug auf die Eigenschaft des Geldes, Zinsen zu tragen, ganz gleichgültig, ob dasselbe ursprünglich Kapital war oder von den Zinsen eines Kapitales herrührt. Thatsächlich kann alles Geld zinsentragend angelegt werden.

Die Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen lassen sich aber bei Waldwertrechnungen um so weniger einhalten, als es häufig gar nicht entschieden werden kann, ob eine gewisse Geldsumme als Kapital oder als Zins zu betrachten ist. Fälle dieser Art folgen unter B.

B. Die Rechnung mit einfachen Zinsen führt bei der Bestimmung des Kapitalwertes immerwährender Renten zu unanwendbaren Resultaten.

Der Kapitalwert K einer immerwährenden, alle n Jahre eingehenden Rente R läßt sich nach der Rechnung mit einfachen Zinsen in zweifacher Weise ermitteln:

a) Man betrachtet R als die n maligen Zinsen eines Kapitals K. Es besteht dann die Proportion

$$R : K = np : 100$$

und hieraus folgt

$$K = R \frac{100}{np}.$$

Vergleicht man nun den Wert von K mit dem gegenwärtigen Kapitalwert K_1 einer endlichen Anzahl von Renten R, welche in Zwischenräumen von n Jahren und im Ganzen m mal eingehen, so erhält man, wenn man m hinlänglich groß annimmt, das absurde Resultat, daß $K < K_1$, d. h. daß der gegenwärtige Wert einer unendlichen Anzahl von Renten kleiner ist, als der gegenwärtige Wert einer endlichen Anzahl von Renten.

Denn es läßt sich, will man den Voraussetzungen der Rechnung mit einfachen Zinsen getreu bleiben, K_1 nur in der Weise bestimmen, daß man jedes R auf die Gegenwart diskontiert. Hiernach wären die nach n, 2n .... mn Jahren eingehenden Renten R aus Anfangswerten $R_1, R_2 \ldots R_m$ hervorgegangen, deren Größe sich jeweilig aus der Proportion

$$R_m : R = 100 : (100 + mnp)$$

berechnen ließe. Die Summe aller dieser Anfangswerte aber wäre

$$K_1 = R \frac{100}{100 + np} + R \frac{100}{100 + 2np} + \cdots + R \frac{100}{100 + mnp}.$$

Setzt man nun z. B. R = 1, n = 40, p = 5, so ist

$$K = R \frac{100}{np} = \frac{1 \cdot 100}{40 \cdot 5} = 0{,}5000.$$

Es bedarf aber nur der Annahme von zwei Gliedern, um $K_1 > K$ zu machen, denn setzen wir m = 2, so ist

$$K_1 = \frac{1 \cdot 100}{100 + 40 \cdot 5} + \frac{1 \cdot 100}{100 + 80 \cdot 5}$$
$$= 0{,}3333 + 0{,}2000 = 0{,}5333,$$

mithin $K_1 > K$.

Dieses Resultat erklärt sich dadurch, daß man R bei der Berechnung von K blos als Zins, dagegen bei der Berechnung von K_1

als Kapital und Zins angesehen hat. Da es nun für die Ermittelung von K_1 keine andere Rechnungsweise, als die vorhin geführte, giebt, so muß die Methode, nach welcher oben der Wert von K ermittelt wurde, als unanwendbar betrachtet werden.

b) Man betrachtet jede Einnahme R als den Nachwert eines im Jahre 0 verzinslich angelegten Kapitals. Hiernach berechnet sich der Kapitalwert K_2 der ganzen immerwährenden Rente folgendermaßen:

$$K_2 = R \frac{100}{100 + np} + R \frac{100}{100 + 2np} + R \frac{100}{100 + 3np} + \cdots\cdots$$

$$= R \left(\frac{1}{1 + n \cdot 0{,}0p} + \frac{1}{1 + 2n \cdot 0{,}0p} + \frac{1}{1 + 3n \cdot 0{,}0p} + \cdots\cdot \right)$$

Wir erhalten hier eine unendliche harmonische Reihe, deren Summenwert unendlich groß ist, mithin wäre $K_2 = \infty$.

Unter einer harmonischen Reihe versteht man eine Folge von Brüchen, deren Zähler alle gleich sind, während die Nenner eine arithmetische Reihe bilden. Daß die Summe einer solchen (unendlichen) Reihe den Wert ∞ besitzt, läßt sich nach Lehrs Waldwertrechnung (Loreys Handbuch der Forstwissenschaft, II. Band, Seite 17) folgendermaßen beweisen. Setzen wir $n \cdot 0{,}0p = m$, so nimmt obige Reihe die Form an:

$$\frac{1}{1+m} + \frac{1}{1+2m} + \frac{1}{1+3m} + \cdots\cdots$$

Zerlegen wir dieselbe in Gruppen wie

$$\frac{1}{1+m} + \left(\frac{1}{1+2m} + \cdots\cdot + \frac{1}{1+xm} \right) +$$
$$+ \left(\frac{1}{1+(x+1)\,m} + \cdots\cdot + \frac{1}{1+ym} \right) +$$
$$+ \left(\frac{1}{1+(y+1)\,m} + \cdots\cdot + \frac{1}{1+zm} \right) + \cdots\cdot$$

so ist die Summe der $(x-1)$ Glieder der zweiten Gruppe offenbar $> \frac{x-1}{1+xm}$, diejenige der $(y-x)$ Glieder der dritten Gruppe $> \frac{y-x}{1+ym}$ u. s. w. Bestimmen wir nun $x, y, z \ldots .$ so, daß

$$\frac{x-1}{1+xm} = \frac{y-x}{1+ym} = \frac{z-y}{1+zm} = \cdots\cdot = \frac{1}{1+m},$$

so sind die Summenwerte aller folgenden Gruppen einzeln größer als $\frac{1}{1+m}$; d. h. wir erhalten eine unendliche Folge von Werten, die sämtlich größer als der erste, mithin im Ganzen $= \infty$ sind.

Die Werte von x, y, z .... selbst ergeben sich hierbei aus der aufgestellten Bedingungsgleichung wie folgt

$$x = m + 2 = \frac{m^2 + 2m}{m} = \frac{(m+1)^2 - 1}{m}$$

$$y = m^2 + 3m + 3 = \frac{m^3 + 3m^2 + 3m}{m} = \frac{(m+1)^3 - 1}{m}$$

$$z = m^3 + 4m^2 + 6m + 4 = \frac{(m+1)^4 - 1}{m}$$

u. s. w. Da aber jede unendliche harmonische Reihe sich in dieser Weise zerlegen läßt, so gilt der geführte Beweis allgemein.

Diese Rechnungsweise hat den Vorzug, daß sie vollständig mit derjenigen übereinstimmt, nach welcher oben (a) der Wert einer endlichen Rente ermittelt wurde; es kann daher hier auch nicht der Fall eintreten, daß der Jetztwert einer endlichen Rente größer, als der einer immerwährenden Rente wird: dagegen stellt sich der Wert $K_2 = \infty$ als gänzlich unanwendbar dar, weil der Wert eines Gutes, welches alle n Jahre den Reinertrag R liefert, thatsächlich kein unendlich großer, sondern ein endlicher ist.

Die Rechnung mit einfachen Zinsen bietet demnach zur Ermittelung des Kapitalwertes einer immerwährenden Rente keinen brauchbaren Ausdruck dar. Denn nimmt man für letzteren $R \frac{100}{p}$ an, so kann es vorkommen, daß der Jetztwert einer endlichen Rente größer ausfällt, als derjenige einer immerwährenden Rente; der Ausdruck $K_2 = \infty$ ist aber an und für sich absurd.

Von den früheren Schriftstellern wandte nur G. L. Hartig die einfache Zinsrechnung bei Waldwertrechnungen ausschließlich an, gestattete jedoch auch den Gebrauch der Zinseszinsrechnung. (Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes eines ꝛc. Forstes, 1812, S. 11: „Da bei weitem der größte Theil von allen Capitalisten und Waldeigenthümern die Zinsen aus ihren Capitalien jährlich oder periodisch verzehren oder zu ihrer Subsistenz verwenden müssen, so kann nur die einfache Zinsrechnung bei dem Verkauf der Waldungen statt finden, und die Berechnung der Zwischenzinsen nicht in Anwendung kommen." In Hartigs Forsttaxation von 1813, S. 175 findet sich der Zusatz: „Sollte man aber darin nicht meiner Meinung sein, so kann auch die Rechnung, unter Gestattung von Zwischenzinsen, nach meinen Grundsätzen gemacht werden.") G. L. Hartig näherte indessen die Resultate seiner Rechnungsweise denjenigen der Zinseszinsrechnung dadurch, daß er einen ziemlich hohen Zinsfuß annahm, auch denselben periodisch nicht unbeträchtlich steigen ließ, wovon bereits früher (S. 37) die Rede war.

Die späteren Schriftsteller verließen alle mehr oder weniger die einfache Zinsrechnung und wandten sich entweder der Zinseszinsrechnung oder der gemischten Zinsrechnung zu; selbst Th. Hartig, welcher in der Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1855 noch einmal zu Gunsten der einfachen Zinsrechnung in die Schranken trat, zog ebenfalls ein gemischtes Verfahren vor. Einige Anhänger der Zinseszinsrechnung wollten indessen die einfache Zinsrechnung doch noch in dem Falle bestehen lassen, wenn die Waldwertrechnung im Auftrage der Gerichte erfolge, so u. a. Pfeil (Forsttaxation, 3. Aufl., 1858, S. 384 und 386). Wir werden unten sehen, daß auch diese Ausnahme unzulässig ist.

2) Würdigung der Zinseszinsrechnung.

Gegen die Anwendbarkeit der Rechnung mit Zinseszinsen hat man folgendes vorgebracht:

A. Das Anwachsen der Kapitalien erfolge nicht immer nach den Gesetzen der Zinseszinsrechnung,

a) weil die Zinsen häufig nicht im Verfalltermin, sondern erst später eingingen, mithin auch nicht sogleich im Verfalltermin zinsentragend angelegt werden könnten (v. Gehren, S. 1), die Gesetze aber die Anrechnung von Zinseszinsen nicht gestatteten. Hiergegen läßt sich aber einwenden:

α) Daß das Ausleihen der Kapitalien nicht die einzige Art der Kapitalanlage ist und daß z. B. bei vielen gewerblichen Unternehmungen die Zinsen allerdings regelmäßig eingehen. Auch die meisten Staatspapiere liefern die Zinsen stets im Verfalltermine.

β) Daß viele Kassen, z. B. die Sparkassen, die Renten- und Lebensversicherungsbanken, dem Darleiher Zinseszinsen vergüten, also auch selbst mit Zinseszinsen operieren und hierbei ihre Rechnung finden müssen. Sie bedienen sich freilich eines niedrigen Zinsfußes und rechnen somit gleichsam einen Teil der Zinsen als Prämie für Verluste.

γ) Daß die einfache Zinsrechnung jedenfalls zu weit geht, indem sie alle Zinsen verloren giebt.

b) Weil die Mehrzahl der Kapitalisten und Waldeigentümer die Zinsen aus ihren Kapitalien jährlich oder periodisch verzehren oder zu ihrer Subsistenz verwenden müssen (G. L. Hartig, Anleitung zur Berechnung des Geldwerthes 2c., 1812, S. 11).

Diese Annahme steht mit der Erfahrung im Widerspruch, wie das Anwachsen des Kapitalvermögens vieler Personen und Familien beweist; auch sind solche Zinsen, welche wirtschaftlich verzehrt (nicht

vergeudet) werden, als zinsentragend anzusehen, wenn sich ihre Rentabilität auch nicht unmittelbar in Geld ausdrücken läßt.

B. Daß die Zinseszinsrechnung zu niedrige Resultate liefere, indem z. B. 600 Thlr., welche in 100 Jahren eingehen, bei einem Zinsfuß von 5 Prozent, gegenwärtig nur 4 Thlr. 18 Gr. 11¾ Pf. wert seien (Cotta, Waldwerthberechnung, 1. Aufl., 1818, S. 6).

S. 129 der 2. Auflage seiner Waldwerthrechnung (1819) sagt Cotta: „Bei der Zinseszinsrechnung kommt ein Resultat zum Vorschein, das den Taxator, welcher es geltend machen wollte, in den Verdacht brächte, er sei dem Tollhause entsprungen!“

Hierzu ist zu bemerken:

a) daß es nicht erwiesen werden kann, ob dieses Resultat unter allen Umständen zu niedrig ist, indem mancher für 600 Thlr., welche in 100 Jahren eingehen, gegenwärtig gar nichts bieten wird;

b) daß jenes niedrige Resultat lediglich von dem der Diskontierung zu Grunde gelegten hohen Zinsfuß (5 %) herrührt.

C. Daß die Gesetzgebung vieler Staaten die Aufrechnung von Zinseszinsen nicht gestatte.

Dieser Einwand ist von Burckhardt schlagend widerlegt worden. Er sagt (Waldwerth, S. 102): „Wenn die Gerichte bei rückständigen Zinsen von Darlehen und bei sonstigen Schuldforderungen auf Zinseszinsen nicht erkennen, sondern nur einfache Zinsen zulassen, so handelt es sich hierbei um eine Maßregel gegen Zinswucher, die auf Wertanschläge ebensowenig angewandt werden kann, wie die Gerichte befugt sind, die Geldinstitute zu hindern, Zins vom Zins zu nehmen. Nach neueren nationalökonomischen Anschauungen wird selbst die Zweckmäßigkeit der Wuchergesetze angezweifelt.“ In der That pflegen die Gerichte die Zinsen von solchen Kapitalien, welche sie in eigener Verwaltung haben (z. B. Pupillengelder) auch wieder auf Zinsen auszuleihen.

D. Daß die Aufrechnung von Zinseszinsen selbst bei denjenigen Geldinstituten, welche wie Sparkassen, Rentenanstalten ꝛc. solche gewähren, doch nur innerhalb gewisser Grenzen erfolge und demgemäß auch in der Forstwirtschaft nicht unbeschränkt in Anwendung gebracht werden dürfe.

Auf Seite 72 seiner Waldwertrechnung weist F. Baur darauf hin, daß die Forstwirtschaft in den Hochwald-Umtrieben mit längeren Verzinsungszeiträumen zu rechnen habe als irgend ein anderer Pro-

duktionszweig. Ebenso nun, wie jene Geldinstitute nur für geringere Kapitalbeträge und Zeiträume (höchstens 30 bis 40 Jahre) Zinseszinsen aufrechneten, dürfe auch in der Forstwirtschaft kein unaufhörliches Anwachsen der Anlagekosten u. dgl. unterstellt werden. Bei 200-jährigem Umtrieb und einem Zinsfuß von 3% z. B. wachse jede zur Bestandsbegründung ausgegebene Mark rechnungsmäßig auf den Betrag von 369, eine jährliche Ausgabe von einer Mark sogar auf den Endwert von 12278 Mark an. In Wirklichkeit komme ein solches Anwachsen aber nicht vor. „Wir unterstellen daher, daß ein Kapital nur höchstens 40 Jahre stehen bleiben darf, dann herausgenommen werden muß, um bei höheren als 40-jährigen Umtrieben mit dem Anfangswert wieder verzinslich angelegt zu werden." Mittelst dieser Unterstellung gelangt Baur zu der Schlußfolgerung, daß der Zinsfuß bei Umtrieben bis zu 40 Jahren auf etwa $3\frac{1}{2}$%, bei 50 Jahren auf 3, 80 Jahren auf $2\frac{1}{2}$, 100 und mehr Jahren auf 2% zu bestimmen sei.

Wenn es nun auch (vgl. Kapitel II des vorbereitenden Teils) unter Umständen gerechtfertigt ist, bei höheren Umtrieben mit geringerem Zinsfuße zu rechnen, so kann doch der Baurschen Unterstellung und somit auch der darauf gegründeten Prozentskala keine Berechtigung zuerkannt werden. Denn es läßt sich durchaus nicht absehen, aus welchem Grunde z. B. von 326 Mark, auf welchen Betrag eine 3-prozentige Sparkasseneinlage von 100 Mark in 40 Jahren angewachsen ist, jetzt weiterhin nur 100 Mark wieder (anderweitig) zinstragend, z. B. in Staatspapieren, sollen angelegt werden können, die übrigen 226 Mark aber nicht.

Nach Vorstehendem kann es keinem Zweifel unterliegen, daß die Vorwürfe, welche man gegen die Rechnung mit Zinseszinsen erhoben hat, ungegründet sind, und daß diese Rechnungsweise bei Waldwertrechnungen umsomehr in Anwendung kommen muß, als man es durch Wahl eines angemessenen Zinsfußes ganz in der Hand hat, beliebige Kapitalwerte zu erzielen — ein Hilfsmittel, auf welches Cotta schon im Jahre 1804 (Taxation II, 156) hinwies.

Die Zinseszinsrechnung wurde schon im vorigen Jahrhundert zur Lösung einzelner Aufgaben der Waldwertrechnung und forstlichen Statik benutzt; Cotta war aber der erste Schriftsteller, welcher die Notwendigkeit ihrer Anwendung bei der gesamten Waldwertrechnung begründete (a. a. O. S. 155—156). Er ging jedoch später (in seiner Anweisung zur Waldwerthberechnung, 1818) zu der gemischten Zinsrechnung über. Nach ihm erklärten sich vorzugsweise J. Nördlinger und Hoßfeld (Diana von 1805, S. 376 und 432), sowie Hundeshagen (Forstabschätzung, 1826,

§ 100) und Pfeil (Forsttaxation von 1833, S. 398) für die Zinseszinsrechnung. Später änderte Pfeil, welcher in der ersten Auflage seiner Forsttaxation die gegen die Zinseszinsrechnung erhobenen Einwände und namentlich auch denjenigen, „daß die Gerichte keine Rechnung von Zinseszinsen gestatteten," für „so unhaltbar und lächerlich" erklärt hatte, „daß sie keiner Widerlegung wert seien," seine Ansicht darin ab, daß er die Anwendung der einfachen Zinsrechnung bei Expropriationen gestattete, einesteils, weil einfache Zinsen diejenigen seien, welche bei gerichtlichen Verhandlungen und Berechnungen angewendet würden, anderenteils um das Maximum des Preises, den der Eigentümer rechtlicher- und billigerweise fordern könne, zu ermitteln (S. 385 und 387 der 3. Auflage der Forsttaxation von 1858). Von den neueren Schriften über Waldwertrechnung erklären sich diejenigen von Breymann, Preßler und Albert ausschließlich für Anwendung der Zinseszinsrechnung; nur in Boses „Beiträgen zur Waldwerthrechnung", 1863, S. 101 wird noch einmal die einfache Zinsrechnung und zwar für den Fall empfohlen, daß der Schaden, welcher durch Zerstörung jungen Holzes oder durch Verhinderung der Kultur von Waldblößen, z. B. bei Weideservitutprozessen, entstanden ist, bei Gericht zu liquidieren sei.

3) **Würdigung der gemischten Zinsrechnung** (arithmetische und geometrische Mittelzinsen, beschränkte Zinseszinsen).

Die der Zinseszinsrechnung (jedoch mit Unrecht) gemachten Vorwürfe, sowie die Wahrnehmung, daß bei Anwendung des landesüblichen Zinsfußes die einfache Zinsrechnung zu hohe, die Zinseszinsrechnung zu niedrige Diskontowerte liefere, haben zu der Verbindung dieser beiden Rechnungsarten geführt. Da indessen alle Schattenseiten der einfachen Zinsrechnung auch den gemischten Zinsrechnungen eigentümlich sind, da außerdem die üblichen Waldkapitalwerte sich auch mittelst der Zinseszinsrechnung erlangen lassen, wenn man nur den richtigen Zinsfuß annimmt, so ergiebt sich, daß auch die gemischten Zinsrechnungen keine Anwendung verdienen.

Der Hauptgrund, welcher zur Einführung der gemischten Zinsrechnung Veranlassung gab, lag, wie Th. Hartig (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung von 1855, S. 122) ganz richtig bemerkt, unzweifelhaft darin, daß die mittelst der Zinseszinsrechnung berechneten Waldkapitalwerte mit den durchschnittlichen Verkaufspreisen von Waldgrundstücken nicht stimmten. Man suchte aber die Ursache dieser Abweichung irrigerweise in der Zinsenberechnungsart, während sie nur in der Wahl des Zinsfußes lag. In der That ist das Beispiel, auf welches Cotta seine Vorwürfe gegen die Zinseszinsrechnung stützte, mit einem Zinsfuß von 5 % berechnet.

Cotta wandte (zuerst 1818) die Rechnung mit arithmetisch-mittleren Zinsen an. Mosheim (Allg. Forst- und Jagd-Zeitung, 1829, 573), schlug statt deren die Rechnung nach geometrisch-mittleren Zinsen vor, welche

v. Gehren (1835) und Hierl (1852) adoptierten. Durch Burckhardt (1860) wurde endlich die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen, welche nach demselben Autor (S. 106 seines „Waldwerths") in Preußen bei Berechnung der Bau-Abfindungs-Kapitalien angewandt wird, in die forstliche Litteratur eingeführt.

Indessen ist auch die Rechnung nach beschränkten Zinseszinsen von den oben erwähnten Inkonsequenzen der einfachen Zinsrechnung nicht frei; sie berechnet insbesondere den Jetztwert endlicher Renten zu groß im Verhältnis zu dem Jetztwerte immerwährender Renten. So z. B. erhält man nach Burckhardts Tafel III b, S. 198, den Jetztwert einer jährlichen Rente 1, welche im Ganzen 160 mal erfolgt, bei 4 Prozent = 32,2843, während der Wert einer immerwährenden jährlichen Rente in derselben Tafel zu 25,5984 angegeben ist.

Note 2.

Entwickelung der Formeln der Zinseszinsrechnung.

Erster Abschnitt.

Summierung der geometrischen Reihe, als Vorbereitung für die Entwickelung der Zinseszinsformeln.

I. Begriff.

Eine geometrische Reihe ist eine Folge von Größen, von welchen jede aus der nächstvorhergehenden durch Multiplikation mit einer ständigen Größe, dem Quotienten, erzeugt werden kann.

Ist der Quotient größer als 1, so entsteht eine steigende, ist er kleiner als 1, so entsteht eine fallende Reihe.

Ist die Anzahl der Glieder begrenzt, so heißt die Reihe eine endliche; im entgegengesetzten Falle eine unendliche.

Von den unendlichen Reihen kommen bei Waldwertrechnungen nur die fallenden zur Anwendung.

II. Summierung der geometrischen Reihe.

1) Steigende geometrische Reihe.

Nennen wir a das erste Glied, q den Quotienten, n die Zahl der Glieder, S die Summe der Reihe, so ist

$$S = a + aq + aq^2 + \cdots + aq^{n-1}. \qquad \dagger$$

Multiplizieren wir diese Gleichung mit q, so ist

$$Sq = aq + aq^2 + aq^3 + \cdots + aq^n. \qquad \dagger\dagger$$

Ziehen wir † von †† ab, so erhalten wir

$Sq - S = aq^n - a$, oder

$S(q - 1) = a(q^n - 1)$; hieraus die Summenformel für die steigende geometrische Reihe:

$$S = a\,\frac{(q^n - 1)}{q - 1}. \qquad (1.$$

2) **Fallende geometrische Reihe.**

a) Fallende geometrische **endliche** Reihe.

Als Summenformel der fallenden geometrischen Reihe kann diejenige der steigenden gebraucht werden. Da aber, wenn $q < 1$, sowohl Zähler als Nenner dieser Formel negativ werden und dies bei Anwendung der Formel einige Unbequemlichkeit verursacht, so multiplizieren wir Zähler und Nenner mit -1 und erhalten dann als Summenformel für die fallende geometrische endliche Reihe:

$$S = a\,\frac{(1 - q^n)}{1 - q}. \qquad (2.$$

b) Fallende geometrische **unendliche** Reihe.

Bei einer unendlichen Reihe ist $n = \infty$. Setzen wir diesen Ausdruck in die unter a) gewonnene Formel, so erhalten wir

$$S = a\,\frac{(1 - q^\infty)}{1 - q}.$$

Es ist hier q ein echter Bruch: die Mathematik lehrt aber, daß der Wert eines solchen, wenn man ihn zur Potenz ∞ erhebt, $= 0$ wird. Somit ist

$$S = \frac{a}{1 - q} \qquad (3.$$

die Summenformel für die fallende geometrische unendliche Reihe. Die Summe einer solchen ist eine endliche Größe.

Zweiter Abschnitt.

Entwickelung der gebräuchlichsten Formeln der Zinseszinsrechnung.

Die Zinseszinsrechnung setzt bekanntlich voraus, daß die Zinsen, welche ein Kapital abwirft, sogleich nach ihrem Eingange selbst wieder zinsentragend angelegt werden können.

I. **Prolongierung oder Bestimmung des Nachwertes.**

Ein gegenwärtig verzinslich angelegtes Kapital V wächst bei einem Zinsfuße von p% nach n Jahren zu dem Werte

$$N = V \cdot 1{,}0p^n \qquad \text{I.}$$

an.

Beweis. Das Kapital 100 wächst bis zum Ende des ersten Jahres auf den Betrag $100 + p$ an, folglich wächst das Kapital V

innerhalb der nämlichen Zeit zu $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$ an. (Nach der Proportion $100 : 100 + p = V : x$).

Zu Anfang des zweiten Jahres ist $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$ der Stand des Kapitals; dieses wächst bis zum Ende des zweiten Jahres, nach der Proportion $100 : 100 + p = V\left(\frac{100+p}{100}\right) : x$, auf den Betrag $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$ an.

Zu Anfang des dritten Jahres beträgt das Kapital $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$; dieses wächst, nach der Proportion $100 : 100 + p = V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2 : x$, bis zum Ende des dritten Jahres zu dem Werte $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$ an.

Aus den vorstehenden Gliedern ist das Gesetz, nach welchem das Kapital anwächst, schon ersichtlich. Wir erhielten:

für das Ende des ersten Jahres $V\left(\frac{100+p}{100}\right)$

" " " " zweiten " $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^2$

" " " " dritten " $V\left(\frac{100+p}{100}\right)^3$;

somit wird das Kapital V mit seinen Zinsen bis zum Ende des n ten Jahres auf den Betrag $N = V\left(\frac{100+p}{100}\right)^n$ angewachsen sein. Dividieren wir den Zähler und Nenner des zweiten Gliedes dieser Gleichung durch 100, so erhalten wir:

$$N = V\left(1 + \frac{p}{100}\right)^n = V\,(1 + 0{,}0p)^n = V \cdot 1{,}0p^n.$$

Anmerkung. Aus vorstehender Formel ergiebt sich

1) das Prozent $p = 100\left(\sqrt[n]{\frac{N}{V}} - 1\right)$;

2) der Prolongierungszeitraum $n = \left(\frac{\log N - \log V}{\log 1{,}0p}\right)$.

II. Diskontierung oder Bestimmung des Vorwertes.

Der gegenwärtige Wert V einer nach n Jahren nur einmal eingehenden Einnahme N ist

$$V = \frac{N}{1{,}0p^n}, \qquad \text{II.}$$

wie sich aus Formel I. ableiten läßt.

III. Rentenrechnung.

1) Summierung von Renten.

A. Summierung der **Nach**werte von Renten.

a) Aussetzende Renten.

Eine zum ersten Male nach m Jahren, im ganzen n mal in Zwischenräumen von m Jahren verzinslich angelegte Rente R erlangt nach mn Jahren den Summenwert

$$S_n = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}. \qquad \text{III.}$$

Der Beweis läßt sich in zweifacher Weise führen:

1) Man prolongiert jede einzelne Rente auf die Zeit des Empfanges der letzten Rente und bestimmt die Summe dieser Nachwerte nach der Formel für die steigende geometrische Reihe. Es ist

$$S_n = R + R \cdot 1{,}0p^m + R \cdot 1{,}0p^{2m} + \cdots + R \cdot 1{,}0p^{(n-1)\,m}.$$

Die Summenformel der steigenden geometrischen Reihe lautet: $\frac{a\,(q^n - 1)}{q - 1}$.
In dem vorliegenden Falle ist $a = R$, $q = 1{,}0p^m$, die Zahl der Glieder $= n$, somit

$$\frac{a\,(q^n - 1)}{q - 1} = \frac{R\,(1{,}0p^{nm} - 1)}{1{,}0p^m - 1} = S_n.$$

2) Man sucht das Kapital auf, welches nach m Jahren die Interessen R liefert, prolongiert dasselbe auf das Jahr mn und zieht von dem erhaltenen Nachwerte das ursprüngliche Kapital wieder ab. Nennt man letzteres x, so hat man:

$$x \cdot 1{,}0p^m - x = R;\ x\,(1{,}0p^m - 1) = R;\ x = \frac{R}{1{,}0p^m - 1};$$

$$x \cdot 1{,}0p^{mn} - x = \frac{R \cdot 1{,}0p^{nn}}{1{,}0p^m - 1} - \frac{R}{1{,}0p^m - 1} = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}.$$

b) Jährliche Renten.

Eine jährlich am Jahresschlusse und im ganzen n mal verzinslich angelegte Rente r erlangt nach n Jahren den Summenwert

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p}. \qquad \text{IV.}$$

Diese Formel ergiebt sich, wenn man in Formel III. m = 1 setzt; es ist dann

$$S_n = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p - 1} = \frac{r\,(1{,}0p^n - 1)}{0{,}0p}.$$

B. Summierung der **Vor**werte von Renten.

a) Zeitrenten.

α) Aussetzende Renten.

Eine in Zwischenräumen von m Jahren und im ganzen n mal eingehende Rente R hat m Jahre vor dem Bezug der ersten Rente den Wert

$$S_v = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}. \qquad \text{V.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{2m}} + \cdots + \frac{R}{1{,}0p^{mn}}$.

Diese Reihe summiert man nach der Formel $\frac{a\,(1 - q^n)}{1 - q}$. Man setzt $a = \frac{R}{1{,}0p^m}$, $q = \frac{1}{1{,}0p^m}$ und erhält

$$S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^m}\left[1 - \left(\frac{1}{1{,}0p^m}\right)^n\right]}{1 - \frac{1}{1{,}0p^m}} = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}.$$

2) Formel V. ergiebt sich auch, wenn man Formel III. mittelst Formel II. auf die Gegenwart diskontiert. Man setzt also

$$S_v = \frac{\text{Formel III.}}{1{,}0p^{mn}} = \frac{\frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^m - 1}}{1{,}0p^{mn}} = \frac{R\,(1{,}0p^{mn} - 1)}{1{,}0p^{mn}\,(1{,}0p^m - 1)}.$$

β) Jährliche Renten.

Eine n mal jährlich am Jahresschlusse eingehende Rente r hat gegenwärtig den Wert

$$S_v = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}. \qquad \text{VI.}$$

Beweis. Man setzt in Formel V. $m = 1$ und erhält alsdann

$$S_v = \frac{r(1{,}0p^n - 1)}{1{,}0p^n \cdot 0{,}0p}.$$

b) Immerwährende Renten.

α) Der gegenwärtige Wert S_v einer von jetzt an alljährlich am Jahresschlusse eingehenden Rente r ist

$$S_v = \frac{r}{0{,}0p}. \qquad \text{VII.}$$

Beweis. Es ist $S_v = \frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots\cdots$

Diese Reihe summiert man nach der Formel $\frac{a}{1-q}$; es ist somit

$S_v = \frac{\frac{r}{1{,}0p}}{1 - \frac{1}{1{,}0p}} = \frac{r}{0{,}0p}$. Die vorstehende Formel, welche man gemeinhin die Kapitalisierungs- oder Rentierungsformel zu nennen pflegt, erhält man auch, wenn man das Kapital x, dessen jährliche Interessen $= r$ sind, nach der Proportion $p : 100 = r : x$ aufsucht. Man hat alsdann $x = \frac{r \cdot 100}{p} = \frac{r}{\frac{p}{100}} = \frac{r}{0{,}0p}$.

β) Der gegenwärtige Wert S_v einer von jetzt an alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{VIII.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots\cdots$

Diese Reihe summiert man nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$ und erhält somit $S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^n}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man ermittelt das Kapital S_v, welches alle n Jahre durch seine Interessen die Summe R liefert. Aus $R = S_v \cdot 1{,}0p^n - S_v = S_v\,(1{,}0p^n - 1)$ folgt $S_v = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}$.

γ) Der gegenwärtige Wert S_v einer zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}. \qquad \text{IX.}$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = \frac{R}{1{,}0p^m} + \frac{R}{1{,}0p^{m+n}} + \frac{R}{1{,}0p^{m+2n}} + \cdots\cdot$

Summiert man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man $S_v = \frac{\frac{R}{1{,}0p^m}}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man berechnet nach Formel VIII. und Formel II. den Jetztwert einer Rente, welche zum ersten Male nach m + n Jahren, dann aber alle n Jahre eingeht, und addiert hierzu den Jetztwert desjenigen Rentenpostens R, welcher nach m Jahren erfolgt. Man erhält alsdann

$$S_v = \frac{R}{1{,}0p^m\,(1{,}0p^n - 1)} + \frac{R}{1{,}0p^m} = \frac{R \cdot 1{,}0p^{n-m}}{1{,}0p^n - 1}.$$

δ) Der gegenwärtige Wert S_v einer zum ersten Male augenblicklich, also im Jahre 0, dann aber alle n Jahre eingehenden Rente R ist

$$S_v = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}. \qquad X.$$

Beweis.

1) Es ist $S_v = R + \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots$

Summiert man diese Reihe nach der allgemeinen Formel $\frac{a}{1-q}$, so erhält man $S_v = \frac{R}{1 - \frac{1}{1{,}0p^n}} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$.

2) Man setzt in Formel IX. $m = 0$, oder man addiert zu dem Summenwerte von Formel VIII. noch R.

2) **Verwandlung einer aussetzenden Rente R in eine jährliche Rente r.**

a) Erfolgt die Rente R schon von jetzt an alle n Jahre, so ist

$$r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p. \qquad XI.$$

Beweis.

1) Man setzt die Summe der Jetztwerte der jährlichen Renten gleich der Summe der Jetztwerte der aussetzenden Renten und entwickelt aus dieser Gleichung den Wert von r. Es ist $\frac{r}{1{,}0p} + \frac{r}{1{,}0p^2} + \cdots = \frac{R}{1{,}0p^n} + \frac{R}{1{,}0p^{2n}} + \cdots$ Das linke Glied der Gleichung summiert man nach Formel VII., das rechte nach Formel VIII.; hiernach ist

$$\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}; \text{ also } r = \frac{R}{1{,}0p^n - 1}\, 0{,}0p.$$

2) Man ermittelt nach Formel VIII. den Kapitalwert der aussetzenden Rente R und durch Multiplikation mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitals.

Anmerkung. Formel XI. erhält man auch, wenn man eine nach n Jahren *nur einmal* eingehende Einnahme R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Denn es ist $\frac{R}{1,0p^n} = \frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots + \frac{r}{1,0p^n} = \frac{r}{0,0p}\left(\frac{1,0p^n - 1}{1,0p^n}\right)$; hieraus $r = \frac{R}{1,0p^n - 1} 0,0p$. Die vorliegende Aufgabe läßt sich auch auf dem Wege der Prolongierung lösen; es ist dann $R = r + r \cdot 1,0p + \cdots + r \cdot 1,0p^{n-1} = \frac{r}{0,0p}(1,0p^n - 1)$; hieraus $r = \frac{R}{1,0p^n - 1} 0,0p$.

b) **Erfolgt die Rente R zum ersten Male nach m Jahren, dann aber alle n Jahre, so ist**

$$r = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1} 0,0p. \qquad \text{XII.}$$

Beweis.

1) Es ist $\frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots = \frac{R}{1,0p^m} + \frac{R}{1,0p^{m+n}} + \frac{R}{1,0p^{m+2n}} + \cdots$ Summiert man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel XI., so erhält man $\frac{r}{0,0p} = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1}$; hieraus $r = \frac{R \cdot 1,0p^{n-m}}{1,0p^n - 1} 0,0p$.

2) Man ermittelt nach Formel IX. den Kapitalwert der aussetzenden Rente R und durch Multiplikation mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitals.

Anmerkung. Formel XII. erhält man auch, wenn man eine nach m Jahren *nur einmal eingehende Einnahme* R in eine n malige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

c) **Erfolgt die Rente R zum ersten Male augenblicklich, dann aber alle n Jahre, so ist**

$$r = \frac{R \cdot 1,0p^n}{1,0p^n - 1} 0,0p. \qquad \text{XIII.}$$

Beweis.

1) $\frac{r}{1,0p} + \frac{r}{1,0p^2} + \cdots = R + \frac{R}{1,0p^n} + \frac{R}{1,0p^{2n}} + \cdots$

Summiert man das linke Glied der Gleichung nach Formel VII., das rechte nach Formel X., so erhält man $\frac{r}{0{,}0p} = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1}$; hieraus $r = \frac{R \cdot 1{,}0p^n}{1{,}0p^n - 1} \, 0{,}0p.$

2) Man ermittelt nach Formel X. den Kapitalwert der Rente R und durch Multiplikation mit 0,0p die jährlichen Interessen dieses Kapitals.

Anmerkung. Formel XIII. erhält man auch, wenn man eine Einnahme R, welche nur einmal, und zwar im Jahre 0 erfolgt, in eine nmalige jährliche Rente r verwandelt. Der Beweis wird in analoger Weise, wie derjenige in der Anmerkung zu Formel XI. geführt.

Anlage A.

Ertragstafel
für 1 Hektar Kiefernwald II. Standortsklasse.

(Nach Burckhardt.)

Jahr	Zwischennutzung			Hauptbestand			Abtriebsertrag	
	Festmeter.	Geldwert pro Festmeter. Mark	Geldwert im Ganzen Mark	Festmeter.	Geldwert pro Festmeter. Mark	Geldwert im Ganzen Mark	Festmeter.	Geldwert Mark
20	15,0	0,8	12,0	80,0	1,2	96,0	95,0	108,0
30	26,3	1,6	42,0	124,0	2,1	260,4	150,3	302,4
40	24,0	2,4	57,6	190,13	3,2	608,4	214,13	666,0
50	21,0	3,2	67,2	245,0	4,9	1200,0	266,0	1267,2
60	18,0	4,4	79,2	291,7	6,8	1983,6	309,7	2062,8
70	15,0	6,0	90,0	347,0	8,3	2880,0	362,0	2970,0
80	12,0	7,4	88,8	378,45	9,3	3519,6	390,45	3608,4
90	10,8	8,0	86,4	408,7	10,1	4128,0	419,5	4214,4
100	—	—	—	428,6	10,5	4500,0	428,6	4500,0

Anlage B.

Berechnung des Boden-Erwartungswertes nach Anlage A. — Zinsfuß 3 %.

Der Zwischennutzungen										
Eingangszeit	Erlös	Nachwerte bis zum Jahre								
Jahr	Mark	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	12,0	—	16,1268	21,6732	29,1276	39,1440	52,6068	70,6992	95,0136	127,6908
30	42,0	—	—	56,4438	75,8562	101,9466	137,0040	184,1238	247,4472	332,5476
40	57,6	—	—	—	77,4086	104,0314	139,8125	187,8912	252,5126	339,3562
50	67,2	—	—	—	—	90,3101	121,3699	163,1146	219,2064	294,5981
60	79,2	—	—	—	—	—	106,4369	143,0431	192,2422	258,3504
70	90,0	—	—	—	—	—	—	120,9510	162,5490	218,4570
80	88,8	—	—	—	—	—	—	—	119,3383	160,3812
90	86,4	—	—	—	—	—	—	—	—	116,1130
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe der Nachwerte der Zwischennutzungen		—	16,1268	78,1170	182,3924	335,4321	557,2301	869,8161	1288,3093	1847,4943
Abtriebsertrag		108,0000	302,4000	666,0000	1267,2000	2062,8000	2970,0000	3608,4000	4214,4000	4500,0000
Summe		108,0000	318,5268	744,1170	1449,5924	2398,2321	3527,2301	4478,2229	5502,7093	6347,4943
Nachwert der Kulturkosten (c = 24 M.)		43,3464	58,2552	78,2880	105,2136	141,3984	190,0272	255,3816	343,2120	461,2464
Unterschied		64,6536	260,2716	665,8290	1344,3788	2256,8337	3337,2029	4222,8413	5159,4973	5886,2479
Bodenwert einschl. der jährl. Kosten .		80,2028	182,3463	294,3630	397,2639	461,2968	482,5595	437,9086	387,9426	323,0961
Kapitalwert d. jährl. Kosten (v=3,6 M.)		120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000	120,0000
Unterschied = reiner Bodenkapitalwert		—39,7972	62,3463	174,3630	277,2639	341,2968	362,5595	317,9086	267,9426	203,0961

Anlage C.

Berechnung des Boden-Erwartungswertes nach Anlage A. — Zinsfuß 2 %.

Der Zwischennutzungen										
Eingangszeit	Erlös	Nachwerte bis zum Jahre								
Jahr	Mark	20	30	40	50	60	70	80	90	100
20	12 0	—	14,6280	17,8308	21,7368	26,4960	32,2992	39,3720	47,9952	58,5048
30	42,0	—	—	51,1980	62,4078	76,0788	92,7360	113,0472	137,8020	167,9832
40	57,6	—	—	—	70,2144	85,5878	104,3366	127,1808	155,0362	188,9856
50	67,2	—	—	—	—	81,9168	99,8525	121,7261	148,3776	180,8755
60	79,2	—	—	—	—	—	96,5448	117,6833	143,4629	174,8736
70	90,0	—	—	—	—	—	—	109,7100	133,7310	163,0260
80	88,8	—	—	—	—	—	—	—	108,2472	131,9479
90	86,4	—	—	—	—	—	—	—	—	105,3216
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
Summe der Nachwerte der Zwischennutzungen		—	14,6280	69,0288	154,3590	270,0794	425,7691	628,7194	874,6521	1171,5182
Abtriebsertrag		108,0000	302,4000	666,0000	1267,2000	2062,8000	2970,0000	3608,4000	4214,4000	4500,0000
Summe		108,0000	317,0280	735,0288	1421,5590	2332,8794	3395,7691	4237,1194	5089,0521	5671,5182
Nachwert der Kulturkosten (c = 24 M.)		35,6616	43,4736	52,9920	64,5984	78,7440	95,9904	117,0096	142,6344	173,8704
Unterschied		72,3384	273,5544	682,0368	1356,9606	2254,1354	3299,7787	4120,1098	4946,4177	5497,6478
Bodenwert einschl. der jährl. Kosten		148,8580	337,1558	564,5901	802,2351	988,2130	1100,1462	1062,9883	1000,6603	880,7232
Kapitalwert d. jährl. Kosten (v=3,6 M.)		180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000	180,0000
Unterschied = reiner Bodenkapitalwert		-31,1420	157,1558	384,5901	622,2351	808,2130	920,1462	882,9883	820,6603	700,7232

Anlage D.

Berechnung des Wald-Reinertrags für verschiedene Umtriebszeiten nach Anlage A.

Jahr	Beträgt die Fläche einer Altersstufe 1 Hektar, so liefert eine Betriebsklasse von u Hektar bei Einhaltung einer Umtriebszeit von								
	20	30	40	50	60	70	80	90	100
	Jahren jährlich nachstehende Zwischennutzungserträge, ausgedrückt in Mark:								
20	—	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0	12,0
30	—	—	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0	42,0
40	—	—	—	57,6	57,6	57,6	57,6	57,6	57,6
50	—	—	—	—	67,2	67,2	67,2	67,2	67,2
60	—	—	—	—	—	79,2	79,2	79,2	79,2
70	—	—	—	—	—	—	90,0	90,0	90,0
80	—	—	—	—	—	—	—	88,8	88,8
90	—	—	—	—	—	—	—	—	86,4
100	—	—	—	—	—	—	—	—	—
	und nachstehenden Abtriebsertrag (Mark):								
	108,000	302,400	666,000	1267,200	2062,800	2970,000	3608,400	4214,400	4500,000
Summe der Zwischennutzungen und der Abtriebsnutzung	108,000	314,400	720,000	1378,800	2241,600	3228,000	3956,400	4651,200	5023,200
Die Kulturkosten betragen (Mark)	24,000	224,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000	24,000
Unterschied	84,000	90,400	696,000	1354,800	2217,600	3204,000	3932,400	4627,200	4999,200
Pro Hektar	4,200	9,680	17,400	27,096	36,960	45,771	49,155	51,413	49,992
Die jährlichen Kosten betragen (Mark)	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600	3,600
Jährlicher Wald-Reinertrag pro Hektar	0,600	6,080	13,800	23,496	33,360	42,171	45,555	47,813	46,392

Anlage E.

Holz- und Geldertragstafel für Eichenhochwald II. Standortsklasse

im Lichtungsbetrieb mit Unterbau nach Burckhardt

nebst Berechnung des jährlichen Wald-Rohertrags und des Boden-Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Holzertrag (fm)		Erntekosten freier Wert pro fm		Geldertrag				Vorwert zu Anfang des Umtriebs		Summe der Vorwerte			Kultur-kosten-kapital	Boden-Brutto-wert
	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Summe Au+SD	Durchschn. jährlich	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Erster Umtrieb	Folgende Umtriebe	Summe		
			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark
30	24	76	1,6	2,4	38	182	220	7,3	15,7	75,0	90,7	63,5	154,2	85,0	69,2
40	24	133	2,4	3,6	58	479	575	14,4	17,8	146,8	180,3	79,5	259,9	72,1	187,8
50	24	190	3,2	4,8	77	912	1085	21,7	17,6	207,9	259,0	76,5	335,5	64,8	270,7
60	24	247	4,0	5,6	96	1383	1652	27,5	16,3	234,7	302,1	61,7	363,8	60,2	303,6
70	24	304	4,8	6,4	115	1946	2330	33,3	14,5	245,8	327,7	47,2	374,9	57,2	317,7
80	24	352	6,0	7,2	144	2534	3062	38,3	13,5	238,2	333,6	34,5	368,1	55,2	312,9
90	263	160	8,3	8,4	2181	1344	4053	45,0	152,4	94,0	341,8	25,6	367,4	53,8	313,6
100		228		9,6		2189	4898	49,0		113,8	361,6	19,8	381,4	52,7	328,7
110		295		10,8		3186	5895	53,6		123,3	371,1	14,9	386,0	52,0	334,0
120		361		12,0		4332	7041	58,7		124,8	372,6	11,0	383,6	51,5	332,1
130		428		12,8		5478	8187	63,0		117,2	365,0	8,0	373,0	51,1	321,9
140		494		13,6		6718	9427	67,3		106,5	354,3	5,7	360,0	50,8	309,2
150		561		14,4		8078	10787	71,9		95,9	343,7	4,1	347,8	50,6	297,2

Bemerkungen

Vgl. Burckhardt, Hilfstafeln für Forsttaxatoren, 3. Aufl. 1873, S. 90 und 91.

Burckhardt unterstellt im Alter von 80 bis 100, durchschn. 90 Jahren einen „Lichtungshieb", der etwa 0,6 der Holzmasse wegnimmt, und Deckung der Kosten des Unterbaues durch dessen Ertrag. Letzteres dürfte nur bei höheren Umtrieben von mindestens 120 Jahren zu erwarten sein. — Die Kulturkosten zu Anfang eines jeden Umtriebs sind zu 50 Mark, der Zinsfuß = 3 % angenommen.

Anlage F.

Geldertragstafel für Buchenhochwald III. Standortsklasse

im Femelschlagbetrieb mit 30=jähriger Verjüngungsdauer (Oberhessen)

nebst Berechnung des jährlichen Wald=Reinertrags und des Boden=Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Geldertrag (Mark)			Jährliche			Vorwert zu Anfang des Umtriebs		Summe der Vorwerte			Kultur-kosten-kapital	Kapital der jähr-lichen Kosten	Boden-wert	Bemerkungen
	Zwischen-nutzung	Abtriebs-ertrag	Summe Au+SD	Ein-nahme	Ausgabe $v+\frac{c}{u}$	Wald-rente	Zwischen-nutzung	Abtriebs-ertrag	Erster Umtrieb	Folgende Umtriebe	im Ganzen				
				pro ha im Nachhaltbetrieb Mark			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	
20	38	.	.	.	.	.	21	.	.	.	.	.	.	.	Vgl. Wimmenauer, Grundriß 2c. 1891, Aufgabe 28, 59, 60. Die Gelderträge sind aus der Tafel von Baur u. Danckelmann (Forst= u. Jagdkalender) nach Holzpreisen aus der Gegend von Gießen u. unter der Annahme abgeleitet, daß bei vollem Lichtstande ein Wertzuwachs von 4,5% stattfinde. Da die Vorbereitungshiebe bei 90=jähr. Umtrieb u. 30=jähr. Verjüngungsdauer im 75. J. beginnen, so findet die letzte Durchforstung im 70. statt; ebenso bei 100=jähr. im 80. 2c. Kulturkosten zur Unterstützung der natürlichen Verjüngung = 25, jährl. Kosten = 6 Mark pro ha, Zinsfuß = 3%.
30	59	.	.	.	.	.	24	.	.	.	.	.	.	.	
40	76	.	.	.	.	.	23	.	.	.	.	.	.	.	
50	101	.	.	.	.	.	23	.	.	.	.	.	.	.	
60	150	.	.	.	.	.	25	.	.	.	.	.	.	.	
70	180	.	.	.	.	.	23	.	.	.	.	.	.	.	
80	178	.	.	.	.	.	17	.	.	.	.	.	.	.	
90	160	5457	6061	67,3	6,3	61,0	11	381	520	39	559	27	200	332	
100	140	6380	7162	71,6	6,3	65,3	7	332	488	27	515	26	200	289	
110	.	7226	8168	74,3	6,2	68,1	.	280	447	18	465	26	200	239	
120	.	7974	9056	75,5	6,2	69,3	.	230	404	12	416	26	200	190	

Anlage G.

Holz- und Geldertragstafel für Fichten II. Standortsklasse

in Nord- und Mitteldeutschland (Harz und Thüringen) nach Schwappach,

nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Holzertrag (fm)		Erntekosten-freier Wert pro fm		Geldertrag			Jährliche			Boden-Erwartungswert für	
	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Summe Au + SD	Ein-nahme	Ausgabe v + c/u	Wald-rente	p = 2 %	p = 3 %
			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	pro ha im Nachhaltbetrieb Mark			Mark	Mark
30	12	253	1,75	5,47	21	1384	1405	46,8	9,3	37,5	1226	633
40	36	383	2,72	7,53	98	2884	3005	75,1	8,7	66,4	2011	997
50	51	500	4,35	9,54	222	4770	5111	102,2	8,4	93,8	2578	1201
60	59	603	6,29	11,44	371	6901	7613	126,9	8,2	118,7	2935	1278
70	59	693	7,27	12,72	429	8817	9958	142,3	8,0	134,3	2973	1199
80	52	771	8,13	13,54	423	10443	12007	150,1	7,9	142,2	2816	1045
90	45	839	8,58	14,36	386	12045	13995	155,5	7,8	147,7	2616	892
100	38	900	9,04	15,21	344	13691	15985	159,9	7,7	152,2	2406	752
110	33	955	9,52	15,99	314	15271	17879	162,5	7,6	154,9	2189	625
120	27	1006	10,09	16,65	295	16752	19655	163,8	7,6	156,2	1970	512

Bemerkungen

Vgl. Schwappach, Wachstum und Ertrag normaler Fichtenbestände, 1890.

Die angesetzten Durchschnittswerte pro fm sind aus den in mehreren Oberförstereien des Harzes und Thüringens während der letzten drei Jahre erzielten Erlösen berechnet. Die jährlichen Kosten sind zu 7, die Kulturkosten zu 70 Mark pro ha angenommen.

Anlage H.

Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse

in der Main-Rhein-Ebene

nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Holzertrag in fm Derbholz		Erntekostenfreier Wert pro fm		Geldertrag			Jährliche			Boden-Erwartungswert für	
	Zwischennutzung	Hauptbestand	Zwischennutzung	Hauptbestand	Zwischennutzung	Hauptbestand	Summe Au + SD	Einnahme	Ausgabe $v + \frac{c}{u}$	Waldrente	p = 2 %	p = 2,5 %
			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	pro ha im Nachhaltbetrieb Mark			Mark	Mark
40	7	188	5,5	5,5	38	1034	1072	26,8	8,5	18,3	426	260
50	19	255	5,9	6,3	112	1614	1764	35,3	8,2	27,1	604	364
60	27	310	6,4	7,1	173	2186	2509	41,8	8,0	33,8	683	395
70	26	356	6,8	7,9	177	2803	3303	47,2	7,9	39,3	713	395
80	23	394	7,3	8,7	168	3418	4086	51,1	7,8	43,3	696	363
90	22	424	7,7	9,4	169	3979	4816	53,5	7,7	45,8	646	314
100	17	449	8,1	10,2	138	4569	5544	55,4	7,6	47,8	587	263
110	14	470	8,6	11,1	120	5156	6251	56,8	7,5	49,3	522	212
120	12	489	9,0	11,8	108	5754	6957	58,0	7,5	50,5	462	164
130	10	506	9,5	12,5	95	6329	7627	58,7	7,5	51,2	397	120
140	9	521	9,9	13,3	89	6907	8294	59,2	7,4	51,8	339	80

Bemerkungen

Vgl. Wimmenauer, Die finanzielle Seite der Kiefernwirtschaft im Großherzogtum Hessen; Allg. Forst- u. Jagdzeitung 1891, S. 253.

Die Hauptnutzungserträge sind nach Schwappach (Wachstum u. Ertrag normaler Kiefernbestände in der Norddeutschen Tiefebene 1889), die Zwischennutzungen nach Danckelmann (Forst- u. Jagdkalender) in Ansatz gebracht. Beide beziehen sich nur auf Derbholz. Holzpreise nach den Erhebungen der forstlichen Versuchsanstalt für Hessen. Jährliche Kosten = 7 Mark; Kulturkosten = 60 Mark pro ha.

Anlage J.

Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse

in der Main-Rhein-Ebene bei intensiverem Durchforstungsbetrieb

nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Holzertrag (fm)		Erntekostenfreier Wert pro fm		Geldertrag			Jährliche (pro ha im Nachhaltbetrieb Mark)			Boden-Erwartungswert für p = 2,5 %	Bemerkungen
	Zwischennutzung	Hauptbestand	Zwischennutzung	Hauptbestand	Zwischennutzung	Hauptbestand	Summe Au + SD	Einnahme	Ausgabe v + c/u	Waldrente		
			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark				Mark	
40	24	188	5,5	5,5	132	1034	1166	29,1	8,5	20,6	315	
50	32	255	5,9	6,3	189	1614	1935	38,7	8,2	30,5	444	
60	38	310	6,4	7,1	243	2186	2750	45,8	8,0	37,8	490	
70	36	356	6,8	7,9	245	2803	3612	51,6	7,9	43,7	499	
80	30	394	7,3	8,7	219	3418	4446	55,6	7,8	47,8	471	
90	25	424	7,7	9,4	193	3979	5200	57,8	7,7	50,1	421	
100	21	449	8,1	10,2	170	4569	5960	59,6	7,6	52,0	370	
110	17	470	8,6	11,1	146	5156	6693	60,8	7,5	53,3	319	
120	15	489	9,0	11,8	135	5754	7426	62,2	7,5	54,7	271	
130	14	506	9,5	12,5	133	6329	8134	62,6	7,5	55,1	226	
140	13	521	9,9	13,3	129	6907	8841	63,2	7,4	55,8	187	

Bemerkungen: Diese Tabelle unterscheidet sich von der vorigen (Anl. H.) nur dadurch, daß auch die Zwischennutzungen (an Derbholz) nach Schwappach — Wachsthum und Ertrag normaler Kiefernbestände u. s. w. 1889 — in Ansatz gebracht sind.

Anlage K.

Holz- und Geldertragstafel für Kiefern II. Standortsklasse

in der Main-Rhein-Ebene bei Lichtungsbetrieb mit Unterbau

nebst Berechnung des jährlichen Wald-Reinertrags und des Boden-Erwartungswertes.

Holzalter resp. Umtrieb	Holzertrag (fm)		Erntekosten-freier Wert pro fm		Geldertrag			Jährliche			Boden-Erwartungswert für p=2,5%
	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Zwischen-nutzung	Haupt-bestand	Summe Au=SD	Ein-nahme	Ausgabe $v+\frac{c}{u}$	Wald-rente	
			Mark	Mark	Mark	Mark	Mark	pro ha im Nachhaltbetrieb Mark			Mark
40	24	.	5,5	.	132	.	.	.	.	.	.
50	32	.	5,9	.	189	.	.	.	.	.	.
60	208	140	6,6	7,5	1379	1050	2750	45,8	8,0	37,8	491
70	.	194	.	8,3	.	1610	3310	47,3	7,9	39,4	502
80	.	248	.	9,2	.	2282	3982	49,8	7,8	42,0	502
90	.	302	.	10,1	.	3050	4750	52,8	7,7	45,1	492
100	.	356	.	11,2	.	3987	5687	55,9	7,6	49,3	479
110	.	410	.	12,3	.	5043	6743	61,3	7,5	53,8	459
120	.	463	.	13,6	.	6297	7997	66,6	7,5	59,1	439

Bemerkungen

Diese Tabelle ist aus der vorigen (Anl. J) mittelst der Annahmen abgeleitet, daß

1) im 40. u. 50. Jahre die gleichen Zwischennutzungen, dagegen
2) vom 50. bis 70. stärkere Lichtungshiebe erfolgen, welche 0,6 des 60-jährigen Bestandes wegnehmen; daß
3) an dem 60-jährigen Restbestande bis zum 120. Jahr der nämliche Massenzuwachs = 323 fm erfolgt wie im Vollbestande während des gleichen Zeitraums; d. i. durchschn.-jährlich 2 %; daß
4) der Wert pro fm des Restbestandes vom 60. bis 120. Jahr jährlich um 1 % steigt und daß
5) der Kostenaufwand des Unterbaues im 60. Jahr durch dessen Erträge gedeckt wird.

Diese letztere Annahme wird allerdings nur bei höheren Umtrieben von 90 und mehr Jahren gemacht werden dürfen, weshalb niedrigere sich nicht empfehlen.

Anlage L.

Eichenschälwald-Erträge.

Der sechste Jahresbericht des Forstvereins für das Großherzogtum Hessen enthält in den Beilagen I und II Mitteilungen von Forstmeister Ostner und Oberförster Dr. Walther über Eichenschälwald-Erträge im Odenwald und in Rheinhessen, denen wir folgendes entnehmen.

I. Im **Odenwalde** (Gräfl. Oberförsterei Beerfelden) können bei 15-jährigem Umtrieb und vorhandenen älteren Stöcken folgende Material- und Gelderträge pro ha in Ansatz gebracht werden:

Beschreibung der Schläge	Materialertrag		Erntekostenfreier Wert in Mark		Geldertrag in Mark		
	Rinde Ctr.	Holz Rm.	Rinde pro Ctr.	Holz pro Rm.	Rinde	Holz	Summe
a. Schlechte, lückig oder mit vorwiegendem Raumholz	40	17,6	5,3	2,2	212	38,7	250,7
b. Mittlere, mäßig geschlossen mit erheblicher Raumholz-Beimischung	60	26,4	5,3	2,2	318	58,1	376,1
c. Gute, geschlossen mit wenig Raumholz	80	35,2	5,3	2,2	424	77,4	501,4
d. Sehr gute, mit etwas Raumholz	100	44,0	5,3	2,2	530	96,8	626,8
e. Vorzügliche, reine Bestände	120	52,8	5,3	2,2	636	116,2	752,2
f. Ungewöhnliche, reine Bestände	140	61,6	5,3	2,2	742	135,5	877,5

Neu begründete Schälwaldungen haben auf gutem Boden beim Abtrieb im Alter von 20 Jahren 34 bis 126 Centner Rinde ergeben. Rechnet man durchschnittlich 80 Ctr. à 5 Mark Bruttowert = 400 Mark und hiervon approximativ $^{9}/_{10}$ als Nettoertrag inkl. Holz, so beträgt dieser 360 Mark.

II. Aus **Rheinhessen** (Großh. Oberförsterei Alzey) werden folgende, aus mehrjährigem Durchschnitt abgeleitete, Material- und Gelderträge angegeben:

a) **Abtriebserträge** im Domanialwald Vorholz bei 18-jährigem Umtrieb pro ha:

12,5 fm	Raumholz	à 3,4	= 42,5	Mark exkl. Erntekosten
39,1 „	Schälholz	à 6,9	= 269,8	„ „ „
139,0 Ctr.	Rinde	à 5,0	= 695,0	„ „ „
		Summe	= 1007,3	„ „ „

Hierzu kommen an **Durchforstungserträgen**

im 6. Jahre 4,2 fm à 1,1 = 4,6 Mark und
„ 12. „ 22,6 „ à 3,5 = 79,1 „

ebenfalls abzüglich der Erntekosten.

b) **Abtriebserträge** im Alzeyer Stadtwald, unter Einführung der unter a) angegebenen Einheitswerte, bei 16-jährigem Umtrieb pro ha:

13,7 fm	Raumholz	à 3,4	= 46,6	Mark exkl. Erntekosten
23,6 „	Schälholz	à 6,9	= 162,8	„ „ „
92,4 Ctr.	Rinde	à 5,0	= 462,0	„ „ „
		Summe	= 671,4	„ „ „

Hierzu im 12. Jahre 20,3 fm Durchforstungsertrag à 3,5 Mark = 71,0 Mark pro ha.

Anlage M.

Faktoren für die Zinseszinsrechnung.

Tafel I., welche den Faktor $1{,}0p^n$ enthält, giebt den Wert an, zu welchem das Kapital 1 (z. B. 1 Mark, 1 Gulden) binnen so viel Jahren zuwächst, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Bei $3\frac{1}{2}$ % wächst eine Mark binnen 30 Jahren mit Zinsen und Zinseszinsen auf 2,8068 Mark an.

Tafel II., welche den Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$ enthält, giebt den Jetztwert der Einheit an, welche ein Mal nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Bei $1\frac{1}{2}$ % ist 1 Mark, welche nach 97 Jahren eingeht, gegenwärtig wert 0,2359 Mark.

Tafel III., welche den Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$ enthält, giebt den Kapitalwert der Einheit an, welche von jetzt an immerwährend nach so viel Jahren eingeht, als die in der ersten Spalte stehende Jahreszahl anzeigt.

Beispiel. Der jetzige Wert von 1 Mark, welche von jetzt an alle 100 Jahre eingeht, ist bei 4 % 0,0202 Mark.

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
1	1,0050	1,0100	1,0150	1,0200	1,0250
2	1,0100	1,0201	1,0302	1,0404	1,0506
3	1,0151	1,0303	1,0457	1,0612	1,0769
4	1,0202	1,0406	1,0614	1,0824	1,1038
5	1,0253	1,0510	1,0773	1,1041	1,1314
6	1,0304	1,0615	1,0934	1,1262	1,1597
7	1,0355	1,0721	1,1098	1,1487	1,1887
8	1,0407	1,0829	1,1265	1,1717	1,2184
9	1,0459	1,0937	1,1434	1,1951	1,2489
10	1,0511	1,1046	1,1605	1,2190	1,2801
11	1,0564	1,1157	1,1779	1,2434	1,3121
12	1,0617	1,1268	1,1956	1,2682	1,3449
13	1,0670	1,1381	1,2136	1,2936	1,3785
14	1,0723	1,1495	1,2318	1,3195	1,4130
15	1,0777	1,1610	1,2502	1,3459	1,4483
16	1,0831	1,1726	1,2690	1,3728	1,4845
17	1,0885	1,1843	1,2880	1,4002	1,5216
18	1,0939	1,1961	1,3073	1,4282	1,5597
19	1,0994	1,2081	1,3270	1,4568	1,5986
20	1,1049	1,2202	1,3469	1,4859	1,6386
21	1,1104	1,2324	1,3671	1,5157	1,6796
22	1,1160	1,2447	1,3876	1,5460	1,7216
23	1,1216	1,2572	1,4084	1,5769	1,7646
24	1,1272	1,2697	1,4295	1,6084	1,8087
25	1,1328	1,2824	1,4509	1,6406	1,8539
26	1,1385	1,2953	1,4727	1,6734	1,9003
27	1,1442	1,3082	1,4948	1,7069	1,9478
28	1,1499	1,3213	1,5172	1,7410	1,9965
29	1,1556	1,3345	1,5400	1,7758	2,0464
30	1,1614	1,3478	1,5631	1,8114	2,0976
31	1,1672	1,3613	1,5865	1,8476	2,1500
32	1,1730	1,3749	1,6103	1,8845	2,2038
33	1,1789	1,3887	1,6345	1,9222	2,2589
34	1,1848	1,4026	1,6590	1,9607	2,3153
35	1,1907	1,4166	1,6839	1,9999	2,3732
36	1,1967	1,4308	1,7091	2,0399	2,4325
37	1,2027	1,4451	1,7348	2,0807	2,4933
38	1,2087	1,4595	1,7608	2,1223	2,5557
39	1,2147	1,4741	1,7872	2,1647	2,6196
40	1,2208	1,4889	1,8140	2,2080	2,6851

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
1	1,0300	1,0350	1,0400	1,0450	1,0500
2	1,0609	1,0712	1,0816	1,0920	1,1025
3	1,0927	1,1087	1,1249	1,1412	1,1576
4	1,1255	1,1475	1,1699	1,1925	1,2155
5	1,1593	1,1877	1,2167	1,2462	1,2763
6	1,1941	1,2293	1,2653	1,3023	1,3401
7	1,2299	1,2723	1,3159	1,3609	1,4071
8	1,2668	1,3168	1,3686	1,4221	1,4775
9	1,3048	1,3629	1,4233	1,4861	1,5513
10	1,3439	1,4106	1,4802	1,5530	1,6289
11	1,3842	1,4600	1,5395	1,6229	1,7103
12	1,4258	1,5111	1,6010	1,6959	1,7959
13	1,4685	1,5640	1,6651	1,7722	1,8856
14	1,5126	1,6187	1,7317	1,8519	1,9799
15	1,5580	1,6753	1,8009	1,9353	2,0789
16	1,6047	1,7340	1,8730	2,0224	2,1829
17	1,6528	1,7947	1,9479	2,1134	2,2920
18	1,7024	1,8575	2,0258	2,2085	2,4066
19	1,7535	1,9225	2,1068	2,3079	2,5270
20	1,8061	1,9898	2,1911	2,4117	2,6533
21	1,8603	2,0594	2,2788	2,5202	2,7860
22	1,9161	2,1315	2,3699	2,6337	2,9253
23	1,9736	2,2061	2,4647	2,7522	3,0715
24	2,0328	2,2833	2,5633	2,8760	3,2251
25	2,0938	2,3632	2,6658	3,0054	3,3864
26	2,1566	2,4460	2,7725	3,1407	3,5557
27	2,2213	2,5316	2,8834	3,2820	3,7335
28	2,2879	2,6202	2,9987	3,4297	3,9201
29	2,3566	2,7119	3,1186	3,5840	4,1161
30	2,4273	2,8068	3,2434	3,7453	4,3219
31	2,5001	2,9050	3,3731	3,9139	4,5380
32	2,5751	3,0067	3,5081	4,0900	4,7649
33	2,6523	3,1119	3,6484	4,2740	5,0032
34	2,7319	3,2209	3,7943	4,4664	5,2533
35	2,8139	3,3336	3,9461	4,6673	5,5160
36	2,8983	3,4503	4,1039	4,8774	5,7918
37	2,9852	3,5710	4,2681	5,0969	6,0814
38	3,0748	3,6960	4,4388	5,3262	6,3855
39	3,1670	3,8254	4,6164	5,5659	6,7047
40	3,2620	3,9593	4,8010	5,8164	7,0400

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	½	1	1½	2	2½
41	1,2269	1,5038	1,8412	2,2522	2,7522
42	1,2330	1,5188	1,8688	2,2972	2,8210
43	1,2392	1,5340	1,8969	2,3432	2,8915
44	1,2454	1,5493	1,9253	2,3901	2,9638
45	1,2516	1,5648	1,9542	2,4379	3,0379
46	1,2579	1,5805	1,9835	2,4866	3,1139
47	1,2642	1,5963	2,0133	2,5363	3,1917
48	1,2705	1,6122	2,0435	2,5871	3,2715
49	1,2768	1,6283	2,0741	2,6388	3,3533
50	1,2832	1,6446	2,1052	2,6916	3,4371
51	1,2896	1,6611	2,1368	2,7454	3,5230
52	1,2961	1,6777	2,1689	2,8003	3,6111
53	1,3026	1,6945	2,2014	2,8563	3,7014
54	1,3091	1,7114	2,2344	2,9135	3,7939
55	1,3156	1,7285	2,2679	2,9717	3,8888
56	1,3222	1,7458	2,3020	3,0312	3,9860
57	1,3288	1,7633	2,3365	3,0918	4,0856
58	1,3355	1,7809	2,3715	3,1536	4,1878
59	1,3421	1,7987	2,4071	3,2167	4,2925
60	1,3489	1,8167	2,4432	3,2810	4,3998
61	1,3556	1,8349	2,4799	3,3467	4,5098
62	1,3624	1,8532	2,5171	3,4136	4,6225
63	1,3692	1,8717	2,5548	3,4819	4,7381
64	1,3760	1,8905	2,5931	3,5515	4,8565
65	1,3829	1,9094	2,6320	3,6225	4,9780
66	1,3898	1,9285	2,6715	3,6950	5,1024
67	1,3968	1,9477	2,7116	3,7689	5,2300
68	1,4038	1,9672	2,7523	3,8443	5,3607
69	1,4108	1,9869	2,7936	3,9211	5,4947
70	1,4178	2,0068	2,8355	3,9996	5,6321
71	1,4249	2,0268	2,8780	4,0795	5,7729
72	1,4320	2,0471	2,9212	4,1611	5,9172
73	1,4392	2,0676	2,9650	4,2444	6,0652
74	1,4464	2,0882	3,0094	4,3292	6,2168
75	1,4536	2,1091	3,0546	4,4158	6,3722
76	1,4609	2,1302	3,1004	4,5042	6,5315
77	1,4682	2,1515	3,1469	4,5942	6,6948
78	1,4755	2,1730	3,1941	4,6861	6,8622
79	1,4829	2,1948	3,2420	4,7798	7,0338
80	1,4903	2,2167	3,2907	4,8754	7,2096

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
41	3,3599	4,0978	4,9931	6,0781	7,3920
42	3,4607	4,2413	5,1928	6,3516	7,7616
43	3,5645	4,3897	5,4005	6,6374	8,1497
44	3,6714	4,5433	5,6165	6,9361	8,5572
45	3,7816	4,7024	5,8412	7,2482	8,9850
46	3,8950	4,8669	6,0748	7,5744	9,4343
47	4,0119	5,0373	6,3178	7,9153	9,9060
48	4,1322	5,2136	6,5705	8,2715	10,4013
49	4,2562	5,3961	6,8333	8,6437	10,9213
50	4,3839	5,5849	7,1067	9,0326	11,4674
51	4,5154	5,7804	7,3909	9,4391	12,0408
52	4,6509	5,9827	7,6866	9,8639	12,6428
53	4,7904	6,1921	7,9940	10,3077	13,2749
54	4,9341	6,4088	8,3138	10,7716	13,9387
55	5,0821	6,6331	8,6464	11,2563	14,6356
56	5,2346	6,8653	8,9922	11,7628	15,3674
57	5,3916	7,1056	9,3519	12,2922	16,1358
58	5,5534	7,3543	9,7260	12,8453	16,9426
59	5,7200	7,6117	10,1150	13,4234	17,7897
60	5,8916	7,8781	10,5196	14,0274	18,6792
61	6,0683	8,1538	10,9404	14,6586	19,6131
62	6,2504	8,4392	11,3780	15,3183	20,5938
63	6,4379	8,7346	11,8331	16,0076	21,6235
64	6,6310	9,0403	12,3065	16,7279	22,7047
65	6,8300	9,3567	12,7987	17,4807	23,8399
66	7,0349	9,6842	13,3107	18,2673	25,0319
67	7,2459	10,0231	13,8431	19,0894	26,2835
68	7,4633	10,3739	14,3968	19,9484	27,5977
69	7,6872	10,7370	14,9727	20,8461	28,9775
70	7,9178	11,1128	15,5716	21,7841	30,4264
71	8,1554	11,5018	16,1945	22,7644	31,9477
72	8,4000	11,9043	16,8423	23,7888	33,5451
73	8,6520	12,3210	17,5160	24,8593	35,2224
74	8,9116	12,7522	18,2166	25,9780	36,9835
75	9,1789	13,1985	18,9452	27,1470	38,8327
76	9,4543	13,6605	19,7031	28,3686	40,7743
77	9,7379	14,1386	20,4912	29,6452	42,8130
78	10,0301	14,6335	21,3108	30,9792	44,9537
79	10,3310	15,1456	22,1633	32,3733	47,2014
80	10,6409	15,6757	23,0498	33,8301	49,5614

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
81	1,4978	2,2389	3,3400	4,9729	7,3898
82	1,5053	2,2613	3,3901	5,0724	7,5746
83	1,5128	2,2839	3,4410	5,1739	7,7639
84	1,5204	2,3067	3,4926	5,2773	7,9580
85	1,5280	2,3298	3,5450	5,3829	8,1570
86	1,5356	2,3531	3,5982	5,4905	8,3609
87	1,5433	2,3766	3,6521	5,6003	8,5699
88	1,5510	2,4004	3,7069	5,7124	8,7842
89	1,5588	2,4244	3,7625	5,8266	9,0038
90	1,5666	2,4486	3,8189	5,9431	9,2289
91	1,5744	2,4731	3,8762	6,0620	9,4596
92	1,5823	2,4978	3,9344	6,1832	9,6961
93	1,5902	2,5228	3,9934	6,3069	9,9385
94	1,5981	2,5481	4,0533	6,4330	10,1869
95	1,6061	2,5736	4,1141	6,5617	10,4416
96	1,6141	2,5993	4,1758	6,6929	10,7026
97	1,6222	2,6253	4,2384	6,8268	10,9702
98	1,6303	2,6515	4,3020	6,9633	11,2445
99	1,6385	2,6780	4,3665	7,1026	11,5256
100	1,6467	2,7048	4,4320	7,2446	11,8137
101	1,6549	2,7319	4,4985	7,3895	12,1091
102	1,6632	2,7592	4,5660	7,5373	12,4119
103	1,6715	2,7868	4,6345	7,6881	12,7221
104	1,6798	2,8146	4,7040	7,8418	13,0401
105	1,6882	2,8428	4,7746	7,9987	13,3662
106	1,6967	2,8712	4,8462	8,1586	13,7003
107	1,7052	2,8999	4,9189	8,3218	14,0428
108	1,7137	2,9289	4,9927	8,4883	14,3939
109	1,7223	2,9582	5,0676	8,6580	14,7538
110	1,7309	2,9878	5,1436	8,8312	15,1226
111	1,7395	3,0177	5,2207	9,0078	15,5006
112	1,7482	3,0479	5,2990	9,1880	15,8881
113	1,7570	3,0783	5,3785	9,3717	16,2853
114	1,7658	3,1091	5,4592	9,5592	16,6925
115	1,7746	3,1402	5,5411	9,7503	17,1098
116	1,7835	3,1716	5,6242	9,9453	17,5375
117	1,7924	3,2033	5,7086	10,1443	17,9760
118	1,8013	3,2354	5,7942	10,3471	18,4254
119	1,8103	3,2677	5,8811	10,5541	18,8860
120	1,8194	3,3004	5,9693	10,7652	19,3581
130	1,9125	3,6457	6,9276	13,1227	24,7801
140	2,0102	4,0271	8,0398	15,9965	31,7206
150	2,1130	4,4484	9,3305	19,4996	40,6050
160	2,2211	4,9138	10,8285	23,7699	51,9779
170	2,3347	5,4279	12,5669	28,9754	66,5361
180	2,4541	5,9958	14,5844	35,3208	85,1718
190	2,5796	6,6231	16,9258	43,0559	109,0271
200	2,7115	7,3160	19,6430	52,4849	139,5639

Tafel I. Faktor $1{,}0p^n$.

Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
81	10,9601	16,2244	23,9718	35,3525	52,0395
82	11,2889	16,7922	24,9307	36,9433	54,6415
83	11,6276	17,3800	25,9279	38,6058	57,3736
84	11,9764	17,9883	26,9650	40,3430	60,2422
85	12,3357	18,6179	28,0436	42,1585	63,2544
86	12,7058	19,2695	29,1653	44,0556	66,4171
87	13,0869	19,9439	30,3320	46,0381	69,7379
88	13,4796	20,6420	31,5452	48,1098	73,2248
89	13,8839	21,3644	32,8071	50,2747	76,8861
90	14,3005	22,1122	34,1193	52,5371	80,7304
91	14,7295	22,8861	35,4841	54,9013	84,7669
92	15,1714	23,6871	36,9035	57,3718	89,0052
93	15,6265	24,5162	38,3796	59,9536	93,4555
94	16,0953	25,3742	39,9148	62,6515	98,1283
95	16,5782	26,2623	41,5114	65,4708	103,0347
96	17,0755	27,1815	43,1718	68,4170	108,1864
97	17,5878	28,1329	44,8987	71,4957	113,5957
98	18,1154	29,1175	46,6947	74,7130	119,2755
99	18,6589	30,1366	48,5624	78,0751	125,2393
100	19,2186	31,1914	50,5049	81,5885	131,5013
101	19,7952	32,2831	52,5251	85,2600	138,0763
102	20,3890	33,4130	54,6262	89,0967	144,9801
103	21,0007	34,5825	56,8112	93,1061	152,2291
104	21,6307	35,7929	59,0836	97,2958	159,8406
105	22,2797	37,0456	61,4470	101,6741	167,8326
106	22,9480	38,3422	63,9049	106,2495	176,2243
107	23,6365	39,6842	66,4611	111,0307	185,0355
108	24,3456	41,0731	69,1195	116,0271	194,2872
109	25,0760	42,5107	71,8843	121,2483	204,0016
110	25,8282	43,9986	74,7597	126,7045	214,2017
111	26,6031	45,5385	77,7500	132,4062	224,9118
112	27,4012	47,1324	80,8600	138,3645	236,1574
113	28,2232	48,7820	84,0944	144.5909	247,9652
114	29,0699	50,4894	87,4583	151,0974	260,3635
115	29,9420	52,2565	90,9566	157,8968	273,3817
116	30,8403	54,0855	94,5948	165,0022	287,0508
117	31,7655	55,9785	98,3786	172,4273	301,4033
118	32,7184	57,9377	102,3138	180,1865	316,4735
119	33,7000	59,9655	106,4063	188,2949	332,2971
120	34,7110	62,0643	110,6626	196,7682	348,9120
130	46,6486	87,5478	163,8076	305,5750	568,3409
140	62,6919	123,4949	242,4753	474,5486	925,7674
150	84,2527	174,2017	358,9227	736,9594	1507,9775
160	113,2286	245,7287	531,2932	1144,4754	2456,3364
170	152,1697	346,6247	786,4438	1777,3353	4001,1133
180	204,5033	488,9484	1164,1289	2760,1474	6517,3918
190	274,8354	689,7100	1723,1912	4286,4245	10616,1446
200	369,3558	972,9039	2550,7498	6656,6863	17292,5808

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Jahr	Prozent				
	$^1/_2$	1	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$
1	0,9950	0,9901	0,9852	0,9804	0,9756
2	0,9900	0,9803	0,9707	0,9612	0,9518
3	0,9851	0,9706	0,9563	0,9423	0,9286
4	0,9802	0,9610	0,9422	0,9238	0,9060
5	0,9754	0,9515	0,9283	0,9057	0,8839
6	0,9705	0,9420	0,9145	0,8880	0,8623
7	0,9657	0,9327	0,9010	0,8706	0,8413
8	0,9609	0,9235	0,8877	0,8535	0,8207
9	0,9561	0,9143	0,8746	0,8368	0,8007
10	0,9513	0,9053	0,8617	0,8203	0,7812
11	0,9466	0,8963	0,8489	0,8043	0,7621
12	0,9419	0,8874	0,8364	0,7885	0,7436
13	0,9372	0,8787	0,8240	0,7730	0,7254
14	0,9326	0,8700	0,8118	0,7579	0,7077
15	0,9279	0,8613	0,7999	0,7430	0,6905
16	0,9233	0,8528	0,7880	0,7284	0,6736
17	0,9187	0,8444	0,7764	0,7142	0,6572
18	0,9141	0,8360	0,7649	0,7002	0,6412
19	0,9096	0,8277	0,7536	0,6864	0,6255
20	0,9051	0,8195	0,7425	0,6730	0,6103
21	0,9006	0,8114	0,7315	0,6598	0,5954
22	0,8961	0,8034	0,7207	0,6468	0,5809
23	0,8916	0,7954	0,7100	0,6342	0,5667
24	0,8872	0,7876	0,6995	0,6217	0,5529
25	0,8828	0,7798	0,6892	0,6095	0,5394
26	0,8784	0,7720	0,6790	0,5976	0,5262
27	0,8740	0,7644	0,6690	0,5859	0,5134
28	0,8697	0,7568	0,6591	0,5744	0,5009
29	0,8653	0,7493	0,6494	0,5631	0,4887
30	0,8610	0,7419	0,6398	0,5521	0,4767
31	0,8567	0,7346	0,6303	0,5412	0,4651
32	0,8525	0,7273	0,6210	0,5306	0,4538
33	0,8482	0,7201	0,6118	0,5202	0,4427
34	0,8440	0,7130	0,6028	0,5100	0,4319
35	0,8398	0,7059	0,5939	0,5000	0,4214
36	0,8356	0,6989	0,5851	0,4902	0,4111
37	0,8315	0,6920	0,5764	0,4806	0,4011
38	0,8273	0,6852	0,5679	0,4712	0,3913
39	0,8232	0,6784	0,5595	0,4619	0,3817
40	0,8191	0,6717	0,5513	0,4529	0,3724

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
1	0,9709	0,9662	0,9615	0,9569	0,9524
2	0,9426	0,9335	0,9246	0,9157	0,9070
3	0,9151	0,9019	0,8890	0,8763	0,8638
4	0,8885	0,8714	0,8548	0,8386	0,8227
5	0,8626	0,8420	0,8219	0,8025	0,7835
6	0,8375	0,8135	0,7903	0,7679	0,7462
7	0,8131	0,7860	0,7599	0,7348	0,7107
8	0,7894	0,7594	0,7307	0,7032	0,6768
9	0,7664	0,7337	0,7026	0,6729	0,6446
10	0,7441	0,7089	0,6756	0,6439	0,6139
11	0,7224	0,6849	0,6496	0,6162	0,5847
12	0,7014	0,6618	0,6246	0,5897	0,5568
13	0,6810	0,6394	0,6006	0,5643	0,5303
14	0,6611	0,6178	0,5775	0,5400	0,5051
15	0,6419	0,5969	0,5553	0,5167	0,4810
16	0,6232	0,5767	0,5339	0,4945	0,4581
17	0,6050	0,5572	0,5134	0,4732	0,4363
18	0,5874	0,5384	0,4936	0,4528	0,4155
19	0,5703	0,5202	0,4746	0,4333	0,3957
20	0,5537	0,5026	0,4564	0,4146	0,3769
21	0,5375	0,4856	0,4388	0,3968	0,3589
22	0,5219	0,4692	0,4220	0,3797	0,3418
23	0,5067	0,4533	0,4057	0,3633	0,3256
24	0,4919	0,4380	0,3901	0,3477	0,3101
25	0,4776	0,4231	0,3751	0,3327	0,2953
26	0,4637	0,4088	0,3607	0,3184	0,2812
27	0,4502	0,3950	0,3468	0,3047	0,2678
28	0,4371	0,3817	0,3335	0,2916	0,2551
29	0,4243	0.3687	0,3207	0,2790	0,2429
30	0,4120	0,3563	0,3083	0,2670	0,2314
31	0,4000	0,3442	0,2965	0,2555	0,2204
32	0,3883	0,3326	0,2851	0,2445	0,2099
33	0,3770	0,3213	0,2741	0,2340	0,1999
34	0,3660	0,3105	0,2636	0,2239	0,1904
35	0,3554	0,3000	0,2534	0,2143	0,1813
36	0,3450	0,2898	0,2437	0,2050	0,1727
37	0,3350	0,2800	0,2343	0,1962	0,1644
38	0,3252	0,2706	0,2253	0,1878	0,1566
39	0,3158	0,2614	0,2166	0,1797	0,1491
40	0,3066	0,2526	0,2083	0,1719	0,1420

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
41	0,8151	0,6650	0,5431	0,4440	0,3633
42	0,8110	0,6584	0,5351	0,4353	0,3545
43	0,8070	0,6519	0,5272	0,4268	0,3458
44	0,8030	0,6454	0,5194	0,4184	0,3374
45	0,7990	0,6391	0,5117	0,4102	0,3292
46	0,7950	0,6327	0,5042	0,4022	0,3211
47	0,7910	0,6265	0,4967	0,3943	0,3133
48	0,7871	0,6203	0,4894	0,3865	0,3057
49	0,7832	0,6141	0,4821	0,3790	0,2982
50	0,7793	0,6080	0,4750	0,3715	0,2909
51	0,7754	0,6020	0,4680	0,3642	0,2838
52	0,7715	0,5961	0,4611	0,3571	0,2769
53	0,7677	0,5902	0,4543	0,3501	0,2702
54	0,7639	0,5843	0,4475	0,3432	0,2636
55	0,7601	0,5785	0,4409	0,3365	0,2572
56	0,7563	0,5728	0,4344	0,3299	0,2509
57	0,7525	0,5671	0,4280	0,3234	0,2448
58	0,7488	0,5615	0,4217	0,3171	0,2388
59	0,7451	0,5560	0,4154	0,3109	0,2330
60	0,7414	0,5504	0,4093	0,3048	0,2273
61	0,7377	0,5450	0,4032	0,2988	0,2217
62	0,7340	0,5396	0,3973	0,2929	0,2163
63	0,7304	0,5343	0,3914	0,2872	0,2111
64	0,7267	0,5290	0,3856	0,2816	0,2059
65	0,7231	0,5237	0,3799	0,2760	0,2009
66	0,7195	0,5185	0,3743	0,2706	0,1960
67	0,7159	0,5134	0,3688	0,2653	0,1912
68	0,7124	0,5083	0,3633	0,2601	0,1865
69	0,7088	0,5033	0,3580	0,2550	0,1820
70	0,7053	0,4983	0,3527	0,2500	0,1776
71	0,7018	0,4934	0,3475	0,2451	0,1732
72	0,6983	0,4885	0,3423	0,2403	0,1690
73	0,6948	0,4837	0,3373	0,2356	0,1649
74	0,6914	0,4789	0,3323	0,2310	0,1609
75	0,6879	0,4741	0,3274	0,2265	0,1569
76	0,6845	0,4694	0,3225	0,2220	0,1531
77	0,6811	0,4648	0,3178	0,2177	0,1494
78	0,6777	0,4602	0,3131	0,2134	0,1457
79	0,6743	0,4556	0,3084	0,2092	0,1422
80	0,6710	0,4511	0,3039	0,2051	0,1387

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
41	0,2976	0,2440	0,2003	0,1645	0,1353
42	0,2890	0,2358	0,1926	0,1574	0,1288
43	0,2805	0,2278	0,1852	0,1507	0,1227
44	0,2724	0,2201	0,1780	0,1442	0,1169
45	0,2644	0,2127	0,1712	0,1380	0,1113
46	0,2567	0,2055	0,1646	0,1320	0,1060
47	0,2493	0,1985	0,1583	0,1263	0,1009
48	0,2420	0,1918	0,1522	0,1209	0,09614
49	0,2350	0,1853	0,1463	0,1157	0,09156
50	0,2281	0,1791	0,1407	0,1107	0,08720
51	0,2215	0,1730	0,1353	0,1059	0,08305
52	0,2150	0,1671	0,1301	0,1014	0,07910
53	0,2088	0,1615	0,1251	0,09701	0,07533
54	0,2027	0,1560	0,1203	0,09284	0,07174
55	0,1968	0,1508	0,1157	0,08884	0,06833
56	0,1910	0,1457	0,1112	0,08501	0,06507
57	0,1855	0,1407	0,1069	0,08135	0,06197
58	0,1801	0,1360	0,1028	0,07785	0,05902
59	0,1748	0,1314	0,09886	0,07450	0,05621
60	0,1697	0,1269	0,09506	0,07129	0,05354
61	0,1648	0,1226	0,09140	0,06822	0,05099
62	0,1600	0,1185	0,08789	0,06528	0,04856
63	0,1553	0,1145	0,08451	0,06247	0,04625
64	0,1508	0,1106	0,08126	0,05978	0,04404
65	0,1464	0,1069	0,07813	0,05721	0,04195
66	0,1421	0,1033	0,07513	0,05474	0,03995
67	0,1380	0,09977	0,07224	0,05239	0,03805
68	0,1340	0,09640	0,06946	0,05013	0,03623
69	0,1301	0,09314	0,06679	0,04797	0,03451
70	0,1263	0,08999	0,06422	0,04591	0,03287
71	0,1226	0,08694	0,06175	0,04393	0,03130
72	0,1190	0,08400	0,05937	0,04204	0,02981
73	0,1156	0,08116	0,05709	0,04023	0,02839
74	0,1122	0,07842	0,05489	0,03849	0,02704
75	0,1089	0,07577	0,05278	0,03684	0,02575
76	0,1058	0,07320	0,05075	0,03525	0,02453
77	0,1027	0,07073	0,04880	0,03373	0,02336
78	0,09970	0,06834	0,04692	0,03228	0,02225
79	0,09680	0,06603	0,04512	0,03089	0,02119
80	0,09398	0,06379	0,04338	0,02956	0,02018

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1,0p^n}$.

Jahr	Prozent				
	$^1/_2$	1	$1^1/_2$	2	$2^1/_2$
81	0,6676	0,4467	0,2994	0,2011	0,1353
82	0,6643	0,4422	0,2950	0,1971	0,1320
83	0,6610	0,4378	0,2906	0,1933	0,1288
84	0,6577	0,4335	0,2863	0,1895	0,1257
85	0,6545	0,4292	0,2821	0,1858	0,1226
86	0,6512	0,4250	0,2779	0,1821	0,1196
87	0,6480	0,4208	0,2738	0,1786	0,1167
88	0,6447	0,4166	0,2698	0,1751	0,1138
89	0,6415	0,4125	0,2658	0,1716	0,1111
90	0,6383	0,4084	0,2619	0,1683	0,1084
91	0,6352	0,4043	0,2580	0,1650	0,1057
92	0,6320	0,4003	0,2542	0,1617	0,1031
93	0,6289	0,3964	0,2504	0,1586	0,1006
94	0,6257	0,3925	0,2467	0,1554	0,09817
95	0,6226	0,3886	0,2431	0,1524	0,09577
96	0,6195	0,3847	0,2395	0,1494	0,09344
97	0,6164	0,3809	0,2359	0,1465	0,09116
98	0,6134	0,3771	0,2324	0,1436	0,08893
99	0,6103	0,3734	0,2290	0,1408	0,08676
100	0,6069	0,3697	0,2256	0,1380	0,08465
101	0,6043	0,3661	0,2223	0,1353	0,08258
102	0,6013	0,3624	0,2190	0,1327	0,08006
103	0,5983	0,3588	0,2158	0,1301	0,07860
104	0,5953	0,3553	0,2126	0,1275	0,07669
105	0,5923	0,3518	0,2094	0,1250	0,07482
106	0,5894	0,3483	0,2063	0,1226	0,07299
107	0,5864	0,3448	0,2033	0,1202	0,07121
108	0,5835	0,3414	0,2003	0,1178	0,06947
109	0,5806	0,3380	0,1973	0,1155	0,06778
110	0,5777	0,3347	0,1944	0,1132	0,06613
111	0,5749	0,3314	0,1915	0,1110	0,06452
112	0,5720	0,3281	0,1887	0,1080	0,06294
113	0,5692	0,3249	0,1859	0,1067	0,06145
114	0,5663	0,3216	0,1832	0,1046	0,05991
115	0,5635	0,3184	0,1805	0,1026	0,05845
116	0,5607	0,3153	0,1778	0,1005	0,05701
117	0,5579	0,3122	0,1752	0,09858	0,05563
118	0,5551	0,3091	0,1726	0,09665	0,05423
119	0,5524	0,3060	0,1700	0,09475	0,05295
120	0,5496	0,3030	0,1675	0,09289	0,05166
130	0,5229	0,2743	0,1443	0,07620	0,04036
140	0,4975	0,2483	0,1244	0,06251	0,03153
150	0,4732	0,2248	0,1072	0,05128	0,02463
160	0,4502	0,2035	0,09235	0,04207	0,01924
170	0,4283	0,1842	0,07957	0,03451	0,01503
180	0,4075	0,1668	0,06857	0,02831	0,01174
190	0,3877	0,1510	0,05908	0,02323	0,009172
200	0,3688	0,1367	0,05091	0,01905	0,007165

Tafel II. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n}$.

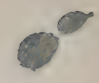
Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
81	0,09124	0,06164	0,04172	0,02829	0,01922
82	0,08858	0,05955	0,04011	0,02707	0,01830
83	0,08600	0,05754	0,03857	0,02590	0,01743
84	0,08350	0,05559	0,03709	0,02479	0,01660
85	0,08107	0,05371	0,03566	0,02372	0,01581
86	0,07870	0,05190	0,03429	0,02270	0,01506
87	0,07641	0,05014	0,03297	0,02172	0,01434
88	0,07419	0,04845	0,03170	0,02079	0,01366
89	0,07203	0,04681	0,03048	0,01989	0,01301
90	0,06993	0,04522	0,02931	0,01903	0,01239
91	0,06789	0,04369	0,02818	0,01821	0,01180
92	0,06591	0,04222	0,02710	0,01743	0,01123
93	0,06399	0,04079	0,02606	0,01668	0,01070
94	0,06213	0,03941	0,02505	0,01596	0,01019
95	0,06032	0,03808	0,02409	0,01527	0,009705
96	0,05856	0,03679	0,02316	0,01462	0,009244
97	0,05686	0,03555	0,02227	0,01399	0,008803
98	0,05520	0,03434	0,02142	0,01338	0,008384
99	0,05359	0,03318	0,02059	0,01281	0,007985
100	0,05203	0,03206	0,01980	0,01226	0,007605
101	0,05052	0,03098	0,01904	0,01173	0,007242
102	0,04905	0,02993	0,01831	0,01122	0,006898
103	0,04762	0,02892	0,01760	0,01074	0,006569
104	0,04623	0,02794	0,01693	0,01028	0,006256
105	0,04488	0,02699	0,01627	0,009835	0,005958
106	0,04358	0,02608	0,01565	0,009412	0,005675
107	0,04231	0,02520	0,01504	0,009007	0,005404
108	0,04108	0,02435	0,01447	0,008619	0,005147
109	0,03988	0,02352	0,01391	0,008248	0,004902
110	0,03872	0,02273	0,01338	0,007892	0,004669
111	0,03759	0,02196	0,01286	0,007553	0,004446
112	0,03649	0,02122	0,01237	0,007227	0,004234
113	0,03543	0,02050	0,01189	0,006916	0,004033
114	0,03440	0,01981	0,01143	0,006618	0,003841
115	0,03340	0,01914	0,01099	0,006333	0,003658
116	0,03243	0,01849	0,01057	0,006061	0,003484
117	0,03148	0,01786	0,01016	0,005800	0,003318
118	0,03056	0,01726	0,009774	0,005550	0,003160
119	0,02967	0,01668	0,009398	0,005311	0,003009
120	0,02881	0,01611	0,009036	0,005082	0,002866
130	0,02144	0,01142	0,006105	0,003273	0 001760
140	0,01595	0,008098	0,004124	0,002107	0,001080
150	0,01187	0,005740	0,002786	0,001357	0,0006631
160	0,008832	0,004070	0,001882	0,0008738	0,0004071
170	0,006572	0,002885	0,001272	0,0005626	0,0002499
180	0,004890	0,002045	0,0008590	0,0003623	0,0001534
190	0,003639	0,001450	0,0005803	0,0002333	0,00009419
200	0,002707	0,001028	0,0003920	0,0001502	0,00005784

Tafel III. Faktor $\frac{1}{1{,}0\,p^n - 1}$.

Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
1	200,0000	100,0000	66,6667	50,0000	40,0000
2	99,7506	49,7512	33,0852	24,7525	19,7531
3	66,3350	33,0022	21,8924	16,3377	13,0054
4	49,6266	24,6281	16,2963	12,1312	9,6327
5	39,6020	19,6040	12,9393	9,6079	7,6099
6	32,9191	16,2549	10,7017	7,9263	6,2620
7	28,1458	13,8629	9,1037	6,7256	5,2998
8	24,5658	12,0690	7,9056	5,8255	4,5787
9	21,7815	10,6741	6,9740	5,1258	4,0183
10	19,5537	9,5582	6,2289	4,5663	3,5703
11	17,7318	8,6454	5,6196	4,1089	3,2042
12	16,2133	7,8849	5,1120	3,7280	2,8995
13	14,9284	7,2415	4,6827	3,4059	2,6419
14	13,8272	6,6901	4,3149	3,1301	2,4215
15	12,8729	6,2124	3,9963	2,8913	2,2307
16	12,0379	5,7944	3,7177	2,6825	2,0640
17	11,3012	5,4258	3,4720	2,4985	1,9171
18	10,6463	5,0982	3,2537	2,3351	1,7868
19	10,0605	4,8052	3,0586	2,1891	1,6704
20	9,5333	4,5415	2,8830	2,0578	1,5659
21	9,0563	4,3031	2,7244	1,9392	1,4715
22	8,6227	4,0864	2,5802	1,8316	1,3859
23	8,2269	3,8886	2,4487	1,7334	1,3079
24	7,8642	3,7073	2,3283	1,6436	1,2365
25	7,5304	3,5407	2,2176	1,5610	1,1710
26	7,2223	3,3869	2,1155	1,4850	1,1107
27	6,9372	3,2446	2,0210	1,4147	1,0551
28	6,6724	3,1124	1,9334	1,3495	1,0035
29	6,4258	2,9895	1,8519	1,2889	0,9556
30	6,1958	2,8748	1,7759	1,2325	0,9111
31	5,9806	2,7676	1,7050	1,1798	0,8696
32	5,7789	2,6671	1,6385	1,1305	0,8307
33	5,5895	2,5727	1,5761	1,0843	0,7944
34	5,4112	2,4840	1,5175	1,0409	0,7603
35	5,2131	2,4004	1,4622	1,0001	0,7282
36	5,0844	2,3214	1,4102	0,9616	0,6981
37	4,9343	2,2468	1,3610	0,9253	0,6696
38	4,7921	2,1762	1,3145	0,8910	0,6428
39	4,6572	2,1092	1,2703	0,8586	0,6174
40	4,5291	2,0456	1,2285	0,8278	0,5934

Tafel III. Faktor $\frac{1}{1,0\,p^n - 1}$.

Jahr	Prozent 3	$3^1/_2$	4	$4^1/_2$	5
1	33,3333	28,5714	25,0000	22,2222	20,0000
2	16,4204	14,0400	12,2549	10,8666	9,7561
3	10,7843	9,1981	8,0087	7,0839	6,3442
4	7,9676	6,7786	5,8873	5,1943	4,6402
5	6,2785	5,3280	4,6157	4,0620	3,6195
6	5,1533	4,3620	3,7690	3,3084	2,9403
7	4,3502	3,6727	3,1652	2,7711	2,4564
8	3,7485	3,1565	2,7132	2,3691	2,0944
9	3,2811	2,7556	2,3623	2,0572	1,8138
10	2,9077	2,4355	2,0823	1,8084	1,5901
11	2,6026	2,1741	1,8537	1,6055	1,4078
12	2,3487	1,9567	1,6638	1,4370	1,2565
13	2,1343	1,7732	1,5036	1,2950	1,1291
14	1,9509	1,6163	1,3667	1,1738	1,0205
15	1,7922	1,4807	1,2485	1,0692	0,9268
16	1,6537	1,3624	1,1455	0,9781	0,8454
17	1,5317	1,2584	1,0550	0,8982	0,7740
18	1,4236	1,1662	0,9748	0,8275	0,7109
19	1,3271	1,0840	0,9035	0,7646	0,6549
20	1,2405	1,0103	0,8395	0,7084	0,6049
21	1,1624	0,9439	0,7820	0,6578	0,5599
22	1,0916	0,8838	0,7300	0,6121	0,5194
23	1,0271	0,8291	0,6827	0,5707	0,4827
24	0,9682	0,7792	0,6397	0,5330	0,4494
25	0,9143	0,7335	0,6003	0,4986	0,4190
26	0,8646	0,6916	0,5642	0,4671	0,3913
27	0,8188	0,6529	0,5310	0,4382	0,3658
28	0,7764	0,6172	0,5003	0,4116	0,3424
29	0,7372	0,5842	0,4720	0,3870	0,3209
30	0,7006	0,5535	0,4458	0,3643	0,3010
31	0,6666	0,5249	0,4214	0,3432	0,2826
32	0,6349	0,4983	0,3987	0,3236	0,2656
33	0,6052	0,4735	0,3776	0,3054	0,2498
34	0,5774	0,4503	0,3579	0,2885	0,2351
35	0,5513	0,4285	0,3394	0,2727	0,2214
36	0,5268	0,4081	0,3222	0,2579	0,2087
37	0,5037	0,3889	0,3060	0,2441	0,1968
38	0,4820	0,3709	0,2908	0,2311	0,1857
39	0,4615	0,3539	0,2765	0,2190	0,1753
40	0,4421	0,3379	0,2631	0,2076	0,1656



Tafel III. Faktor $\frac{1}{1,0\,p^n - 1}$.

Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
41	4,4072	1,9851	1,1887	0,7986	0,5707
42	4,2912	1,9276	1,1510	0,7709	0,5491
43	4,1806	1,8727	1,1150	0,7445	0,5287
44	4,0751	1,8204	1,0807	0,7195	0,5092
45	3,9742	1,7705	1,0480	0,6955	0,4907
46	3,8778	1,7228	1,0167	0,6727	0,4731
47	3,7855	1,6771	0,9869	0,6509	0,4563
48	3,6971	1,6334	0,9583	0,6301	0,4402
49	3,6120	1,5915	0,9310	0,6102	0,4249
50	3,5307	1,5513	0,9048	0,5912	0,4103
51	3,4525	1,5127	0,8796	0,5729	0,3963
52	3,3773	1,4756	0,8555	0,5555	0,3830
53	3,3050	1,4400	0,8324	0,5387	0,3702
54	3,2354	1,4057	0,8101	0,5226	0,3579
55	3,1683	1,3726	0,7887	0,5072	0,3462
56	3,1036	1,3408	0,7681	0,4923	0,3349
57	3,0412	1,3102	0,7482	0,4781	0,3241
58	2,9810	1,2806	0,7291	0,4643	0,3137
59	2,9228	1,2520	0,7107	0,4511	0,3037
60	2,8666	1,2244	0,6929	0,4384	0,2941
61	2,8122	1,1978	0,6757	0,4261	0,2849
62	2,7596	1,1720	0,6592	0,4143	0,2760
63	2,7087	1,1471	0,6432	0,4029	0,2675
64	2,6594	1,1230	0,6277	0,3919	0,2593
65	2,6116	1,0997	0,6127	0,3813	0,2514
66	2,5653	1,0770	0,5983	0,3711	0,2438
67	2,5203	1,0551	0,5843	0,3612	0,2364
68	2,4767	1,0339	0,5707	0,3516	0,2293
69	2,4344	1,0133	0,5576	0,3423	0,2225
70	2,3933	0,9933	0,5448	0,3334	0,2159
71	2,3534	0,9739	0,5325	0,3247	0,2095
72	2,3146	0,9550	0,5205	0,3163	0,2034
73	2,2768	0,9367	0,5089	0,3082	0,1974
74	2,2401	0,9189	0,4976	0,3004	0,1917
75	2,2044	0,9016	0,4867	0,2928	0,1861
76	2,1697	0,8848	0,4761	0,2854	0,1808
77	2,1358	0,8684	0,4658	0,2782	0,1756
78	2,1028	0,8525	0,4558	0,2713	0,1706
79	2,0707	0,8370	0,4460	0,2646	0,1657
80	2,0394	0,8219	0,4366	0,2580	0,1610

Tafel III. Faktor $\frac{1}{1,0p^n - 1}$.

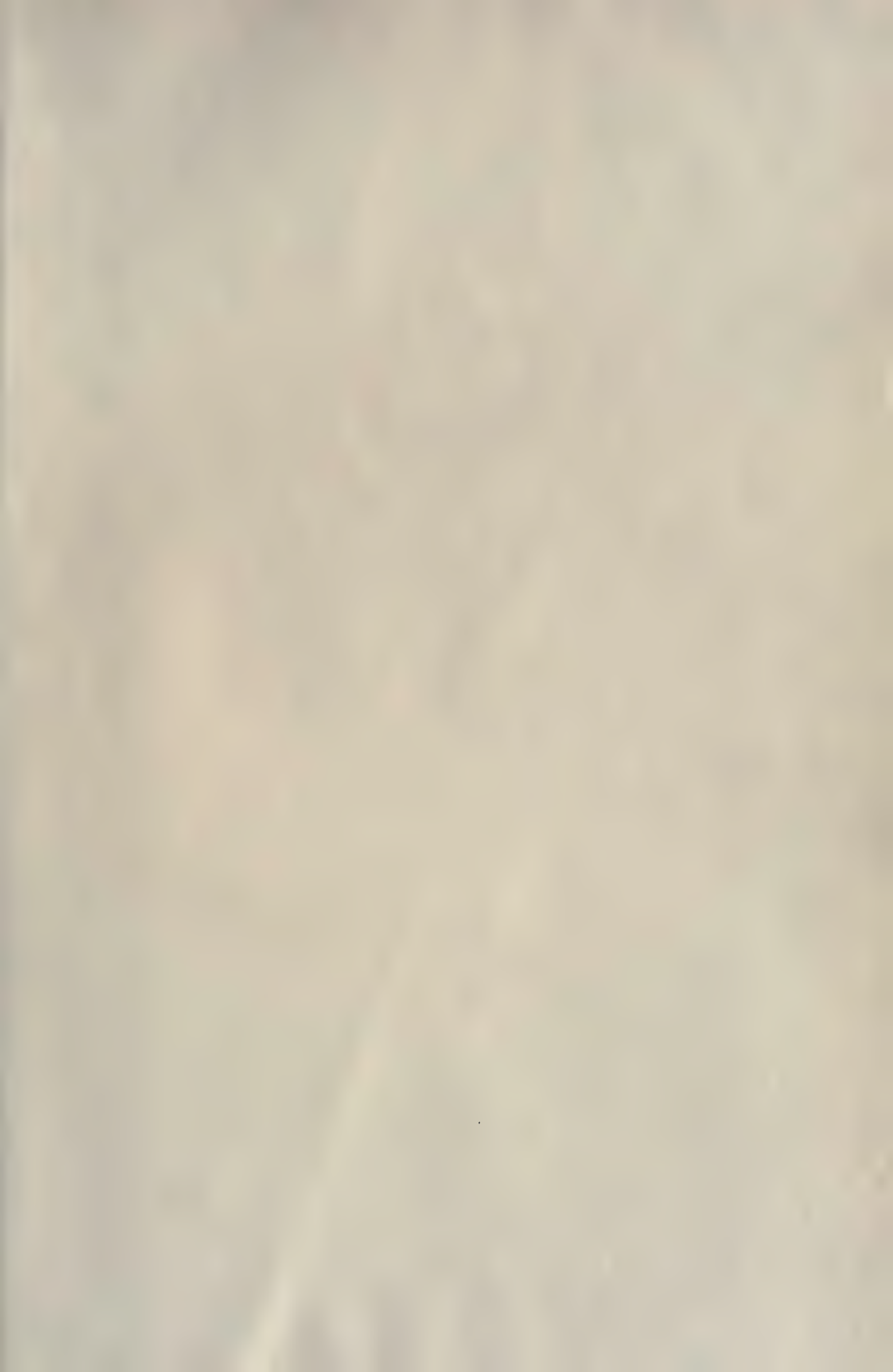
Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
41	0,4237	0,3228	0,2504	0,1969	0,1564
42	0,4064	0,3085	0,2385	0,1869	0,1479
43	0,3899	0,2950	0,2272	0,1774	0,1399
44	0,3743	0,2822	0,2166	0,1685	0,1323
45	0,3595	0,2701	0,2066	0,1600	0,1252
46	0,3454	0,2586	0,1971	0,1521	0,1186
47	0,3320	0,2477	0,1880	0,1446	0,1123
48	0,3193	0,2373	0,1795	0,1375	0,1064
49	0,3071	0,2275	0,1714	0,1308	0,1008
50	0,2955	0,2181	0,1638	0,1245	0,09553
51	0,2845	0,2092	0,1565	0,1185	0,09057
52	0,2739	0,2007	0,1496	0,1128	0,08589
53	0,2638	0,1926	0,1430	0,1074	0,08148
54	0,2542	0,1849	0,1367	0,1023	0,07729
55	0,2450	0,1775	0,1308	0,09750	0,07334
56	0,2361	0,1705	0,1251	0,09291	0,06960
57	0,2277	0,1638	0,1197	0,08856	0,06607
58	0,2196	0,1574	0,1146	0,08442	0,06273
59	0,2119	0,1512	0,1097	0,08049	0,05956
60	0,2044	0,1454	0,1050	0,07676	0,05656
61	0,1973	0,1398	0,1006	0,07321	0,05373
62	0,1905	0,1344	0,09636	0,06984	0,05104
63	0,1839	0,1293	0,09231	0,06663	0,04849
64	0,1776	0,1244	0,08844	0,06358	0,04607
65	0,1715	0,1197	0,08476	0,06068	0,04378
66	0,1657	0,1152	0,08123	0,05791	0,04161
67	0,1601	0,1108	0,07786	0,05528	0,03955
68	0,1547	0,1067	0,07464	0,05277	0,03760
69	0,1495	0,1027	0,07157	0,05039	0,03574
70	0,1446	0,09888	0,06863	0,04811	0,03398
71	0,1398	0,09522	0,06581	0,04595	0,03231
72	0,1351	0,09171	0,06312	0,04388	0,03073
73	0,1307	0,08833	0,06055	0,04191	0,02922
74	0,1264	0,08509	0,05808	0,04004	0,02779
75	0,1223	0,08198	0,05573	0,03825	0,02643
76	0,1183	0,07899	0,05346	0,03654	0,02514
77	0,1144	0,07611	0,05131	0,03491	0,02392
78	0,1107	0,07335	0,04923	0,03336	0,02275
79	0,1072	0,07069	0,04725	0,03187	0,02164
80	0,1037	0,06814	0,04535	0,03046	0,02059

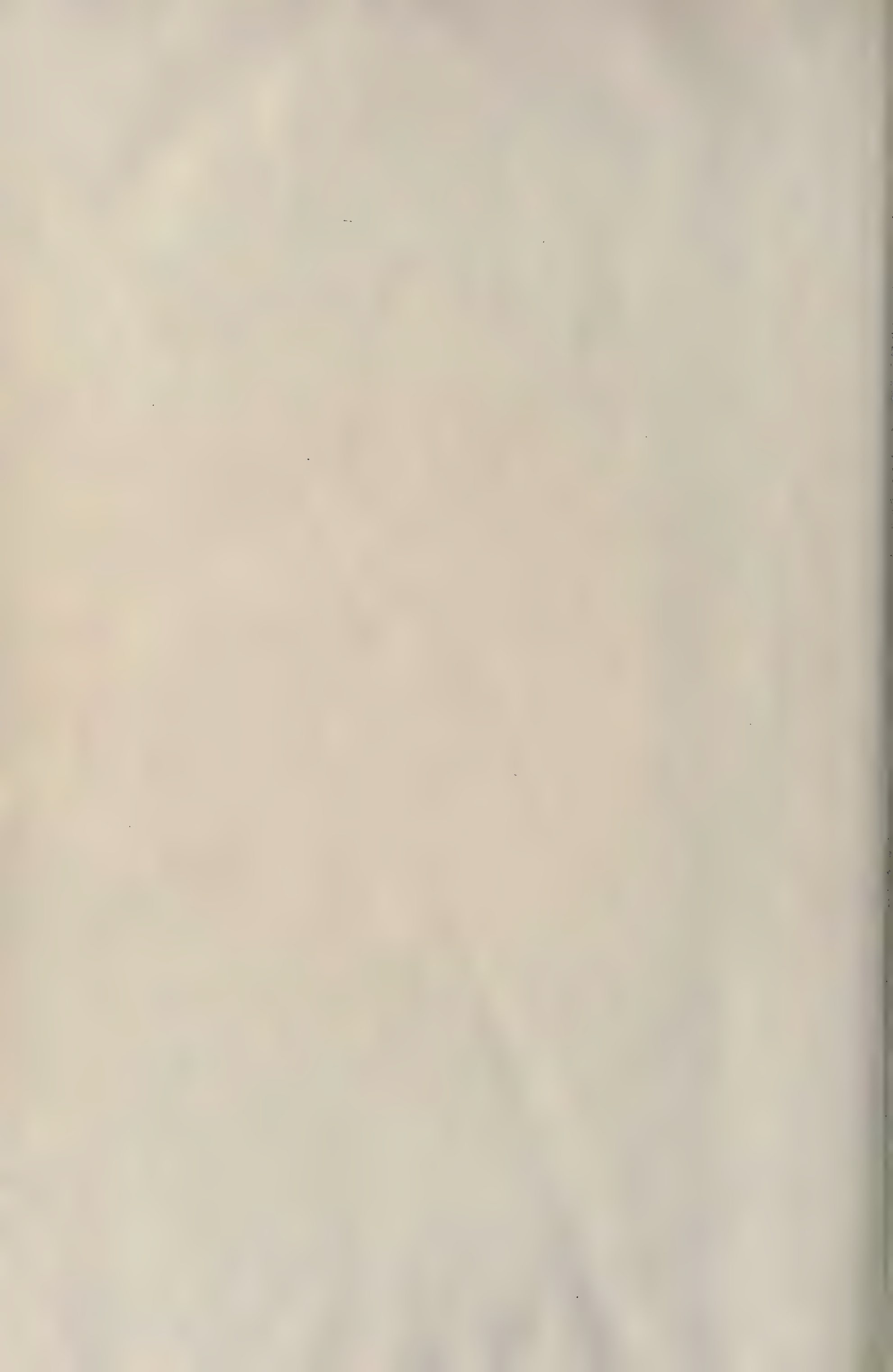
Tafel III. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

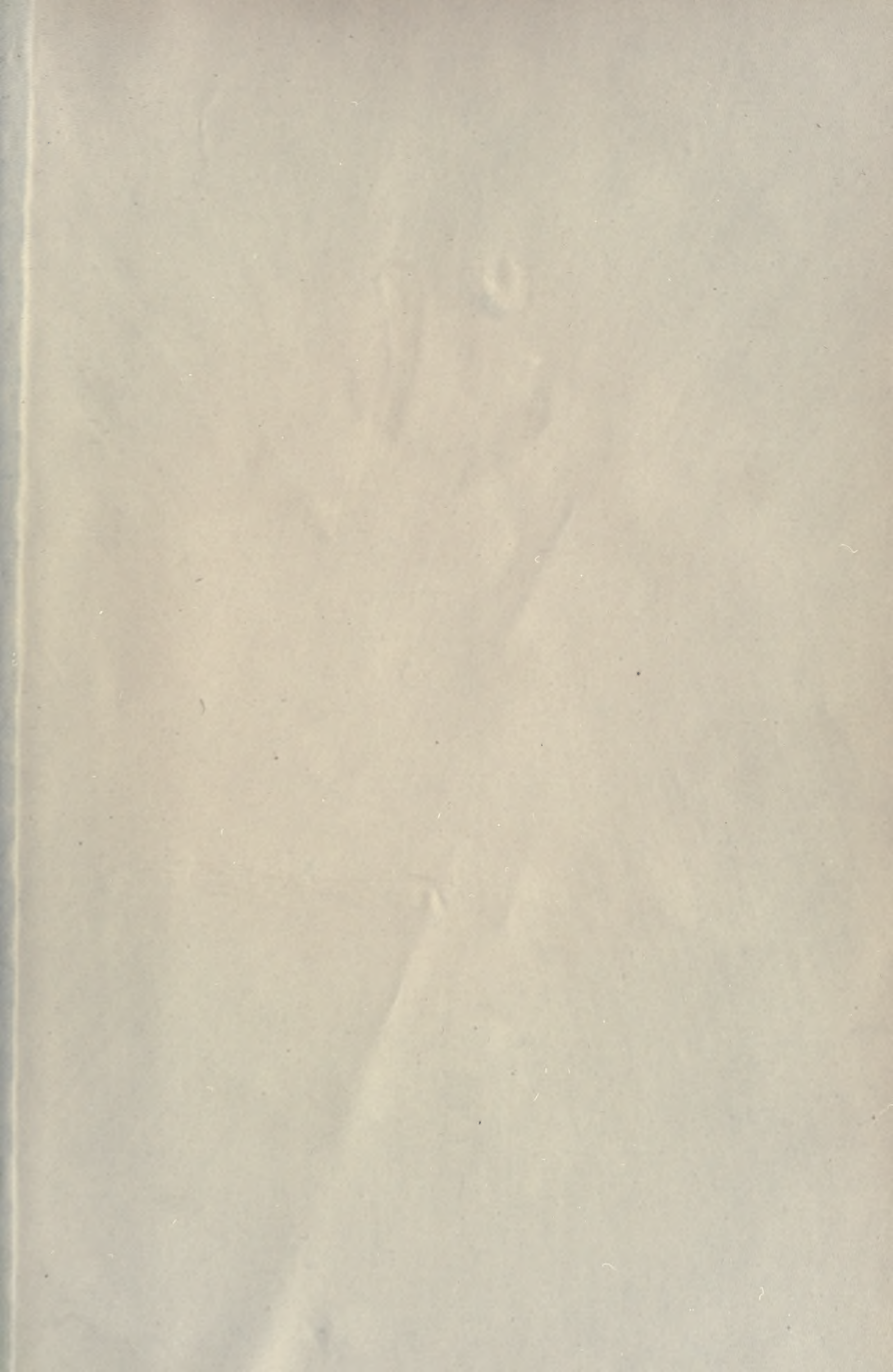
Jahr	Prozent				
	1/2	1	1 1/2	2	2 1/2
81	2,0090	0,8072	0,4273	0,2517	0,1565
82	1,9791	0,7928	0,4184	0,2456	0,1521
83	1,9501	0,7789	0,4097	0,2396	0,1478
84	1,9217	0,7653	0,4012	0,2338	0,1437
85	1,8940	0,7520	0,3929	0,2282	0,1397
86	1,8670	0,7390	0,3849	0,2227	0,1358
87	1,8406	0,7264	0,3771	0,2174	0,1321
88	1,8149	0,7141	0,3694	0,2122	0,1285
89	1,7897	0,7021	0,3620	0,2072	0,1249
90	1,7651	0,6903	0,3547	0,2023	0,1215
91	1,7410	0,6788	0,3477	0,1975	0,1182
92	1,7174	0,6676	0,3408	0,1929	0,1150
93	1,6944	0,6567	0,3341	0,1884	0,1119
94	1,6719	0,6460	0,3275	0,1841	0,1088
95	1,6499	0,6355	0,3211	0,1798	0,1059
96	1,6283	0,6253	0,3149	0,1757	0,1031
97	1,6072	0,6153	0,3088	0,1716	0,1003
98	1,5865	0,6055	0,3028	0,1677	0,09761
99	1,5662	0,5959	0,2970	0,1639	0,09501
100	1,5442	0,5866	0,2914	0,1601	0,09248
101	1,5270	0,5774	0,2858	0,1565	0,09002
102	1,5079	0,5684	0,2804	0,1530	0,08762
103	1,4892	0,5597	0,2751	0,1495	0,08531
104	1,4709	0,5511	0,2700	0,1462	0,08306
105	1,4530	0,5427	0,2649	0,1429	0,08087
106	1,4354	0,5344	0,2600	0,1397	0,07874
107	1,4181	0,5263	0,2552	0,1366	0,07667
108	1,4011	0,5184	0,2505	0,1335	0,07466
109	1,3845	0,5107	0,2458	0,1306	0,07271
110	1,3682	0,5031	0,2413	0,1277	0,07081
111	1,3522	0,4956	0,2369	0,1249	0,06902
112	1,3365	0,4883	0,2326	0,1221	0,06717
113	1,3211	0,4812	0,2284	0,1194	0,06542
114	1,3059	0,4741	0,2243	0,1168	0,06373
115	1,2910	0,4672	0,2202	0,1143	0,06207
116	1,2764	0,4605	0,2163	0,1118	0,06046
117	1,2620	0,4539	0,2124	0,1094	0,05890
118	1,2479	0,4474	0,2086	0,1070	0,05739
119	1,2340	0,4410	0,2049	0,1047	0,05591
120	1,2204	0,4347	0,2012	0,1024	0,05447
130	1,0960	0,3779	0,1687	0,08249	0,04205
140	0,9899	0,3303	0,1420	0,06668	0,03255
150	0,8984	0,2900	0,1200	0,05406	0,02525
160	0,8189	0,2555	0,1017	0,04392	0,01962
170	0,7492	0,2258	0,08645	0,03575	0,01526
180	0,6877	0,2002	0,07361	0,02914	0,01188
190	0,6331	0,1778	0,06279	0,02378	0,009257
200	0,5843	0,1583	0,05364	0,01942	0,007217

Tafel III. Faktor $\frac{1}{1{,}0p^n - 1}$.

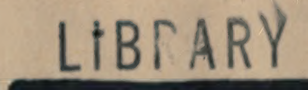
Jahr	Prozent				
	3	3½	4	4½	5
81	0,1004	0,06568	0,04353	0,02911	0,01959
82	0,09719	0,06332	0,04179	0,02782	0,01864
83	0,09409	0,06105	0,04012	0,02659	0,01774
84	0,09110	0,05886	0,03851	0,02542	0,01688
85	0,08822	0,05676	0,03698	0,02430	0,01606
86	0,08543	0,05474	0,03550	0,02323	0,01529
87	0,08272	0,05279	0,03409	0,02220	0,01455
88	0,08013	0,05091	0,03274	0,02123	0,01384
89	0,07762	0,04911	0,03144	0,02030	0,01318
90	0,07519	0,04737	0,03019	0,01940	0,01254
91	0,07284	0,04569	0,02900	0,01855	0,01194
92	0,07056	0,04408	0,02785	0,01774	0,01136
93	0,06837	0,04252	0,02675	0,01696	0,01082
94	0,06625	0,04103	0,02570	0,01622	0,01030
95	0,06419	0,03958	0,02468	0,01551	0,009801
96	0,06221	0,03819	0,02371	0,01483	0,009330
97	0,06029	0,03686	0,02278	0,01419	0,008881
98	0,05843	0,03557	0,02188	0,01357	0,008455
99	0,05663	0,03432	0,02103	0,01297	0,008049
100	0,05489	0,03312	0,02020	0,01241	0,007663
101	0,05321	0,03197	0,01941	0,01187	0,007295
102	0,05158	0,03085	0,01864	0,01135	0,006945
103	0,05000	0,02978	0,01792	0,01086	0,006612
104	0,04847	0,02874	0,01722	0,01038	0,006296
105	0,04699	0,02774	0,01654	0,009933	0,005994
106	0,04557	0,02678	0,01590	0,009501	0,005707
107	0,04418	0,02585	0,01528	0,009088	0,005434
108	0,04283	0,02495	0,01468	0,008694	0,005174
109	0,04154	0,02409	0,01411	0,008316	0,004926
110	0,04028	0,02326	0,01356	0,007955	0,004690
111	0,03910	0,02245	0,01303	0,007610	0,004462
112	0,03788	0,02168	0,01252	0,007280	0,004252
113	0,03673	0,02091	0,01203	0,006965	0,004049
114	0,03560	0,02020	0,01157	0,006662	0,003856
115	0,03455	0,01951	0,01112	0,006374	0,003671
116	0,03351	0,01884	0,01070	0,006097	0,003496
117	0,03250	0,01819	0,01027	0,005833	0,003329
118	0,03153	0,01756	0,009870	0,005581	0,003170
119	0,03058	0,01696	0,009487	0,005339	0,003018
120	0,02966	0,01638	0,009119	0,005108	0,002874
130	0,02191	0,01155	0,006142	0,003284	0,001763
140	0,01621	0,008164	0,004141	0,002112	0,001081
150	0,01201	0,005774	0,002794	0,001357	0,0006636
160	0,008914	0,004086	0,001886	0,0008737	0,0004073
170	0,006619	0,002893	0,001274	0,0005630	0,0002500
180	0,004914	0,002049	0,0008598	0,0003624	0,0001535
190	0,003652	0,001452	0,0005807	0,0002334	0,00009421
200	0,002707	0,001029	0,0003926	0,0001502	0,00005783










LIBRARY

